

Option Math 152 : Bases du raisonnement mathématique

Feuille d'exercices numéro 3

Dans tous les exercices ci-dessous on demande de revenir à chaque fois à la définition de suite bornée, ou à celle de limite d'une suite.

Exercice 1 - Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ définie par $u_n = 3 - \frac{1}{n-1}$ est bornée. Même question avec la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par $u_n = -1 + \frac{(-1)^n}{n}$.

Exercice 2 - Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = 2n - 1$ n'est pas bornée. Même question avec la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = -\sqrt{n} + 1$.

Exercice 3 - Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 3}$ définie par $u_n = 4 - \frac{1}{2n-5}$ vérifie $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 4$.

Exercice 4 - Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = \frac{n+1}{4n+1}$ vérifie $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{4}$.

Exercice 5 - Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par $u_n = n^2 - 1$ ne tend pas vers -1 , puis démontrer qu'elle ne tend pas non plus vers 5 .

Exercice 6 - Soit (u_n) une suite telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 5/2$. Démontrer qu'il existe un entier N tel que pour tout $n \geq N$ la partie entière de u_n soit égale à 2 . Le résultat est-il encore vrai si on remplace $5/2$ par 2 ?