Option Math 152 : Bases du raisonnement mathématique

Mémo de logique

Si une phrase logique est de la forme …	Pour la démontrer…	Pour l'utiliser …
$\forall x \in E \;\; \mathcal{P}(x)$	On écrit "Soit $x \in E$" et on démontre $\mathcal{P}(x)$.	On l'applique à un $x \in E$ dont on dispose dans la preuve ; on en déduit que $\mathcal{P}(x)$ est vraie.
$\exists x \in E \;\; \mathcal{P}(x)$	On construit un $x \in E$ en écrivant "Posons $x = \ldots$" ou en appliquant une phrase logique qui commence par $\exists x \in E$; ensuite on démontre $\mathcal{P}(x)$.	On dispose d'un $x \in E$, fixé dans la suite, qui vérifie $\mathcal{P}(x)$.
A ou B	On fait deux cas (en distinguant selon un critère à imaginer) : dans le premier on démontre A, dans le second B.	On fait deux cas : dans le premier on sait que A est vraie, et on peut l'utiliser ; dans le second c'est B.
A et B	On démontre A et B.	On utilise A et B.
$A \Rightarrow B$	On écrit "Supposons que A est vraie", et on démontre B.	On démontre que A est vraie, et alors on sait que B est vraie.
$A \Leftrightarrow B$	Soit on raisonne par équivalences, soit on démontre $A \Rightarrow B$ puis $B \Rightarrow A$.	Si on raisonne par équivalences on utilise $A \Leftrightarrow B$ directement ; sinon on utilise $A \Rightarrow B$ puis $B \Rightarrow A$.