Licence Sciences-Technologie-Santé **Année 2016-2017**
Faculté des sciences d'Orsay S3 Chimie, Parcours Chimie

Module Math 250 : Matrices et équations différentielles

Feuille d'exercices numéro 1
Systèmes linéaires et matrices

Exercice 1 - Résoudre chacun des systèmes linéaires suivants : déterminer l'ensemble des solutions, et aussi (lorsque le système est homogène) une base de solutions. Les inconnues sont notées x, y, z, t, ou x_1, x_2, ... Les lettres a, b, c désignent des paramètres, c'est-à-dire des nombres complexes supposés connus et en fonction desquels on cherche à exprimer les solutions. Si nécessaire on pourra distinguer plusieurs cas en fonction des valeurs de ces paramètres.

$$(a) \begin{cases} 2x-3y=0 \\ x-4y=1 \end{cases} \qquad (b) \begin{cases} 3x-y=4 \\ -6x+2y=1 \end{cases} \qquad (c) \begin{cases} x+by=-1 \\ ax+2y=5 \end{cases} \qquad (d) \begin{cases} ax+y=1 \\ 2x+y=b \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 3x-2y+z=-2 \\ x-y+3z=5 \\ -x+y+z=-1 \end{cases} \qquad (f) \begin{cases} x+2y-4z=10 \\ 2x-y+2z=5 \\ x+y-2z=7 \end{cases} \qquad (g) \begin{cases} x+2y+z=0 \\ x+3y+6z=0 \\ 2x+3y+az=0 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} 2x+y-z=a \\ 2y+3z=b \\ -z=c \end{cases} \qquad (i) \begin{cases} x+ay=0 \\ y+bz=0 \\ cx+z=0 \end{cases} \qquad (j) \begin{cases} x-y-4z=-4 \\ x+2y+5z=2 \\ x+y+2z=0 \end{cases}$$

$$(k) \begin{cases} ax+2y-z=5 \\ -x+y-az=2 \\ 2x+y-z=0 \end{cases} \qquad (\ell) \begin{cases} ax+2y-z=2x \\ -x+y-az=2y \\ 2x+y-z=2z \end{cases} \qquad (m) \begin{cases} ax+y+z=0 \\ x+y-z=0 \\ x+y+az=0 \end{cases}$$

$$(n) \begin{cases} x+y+z+t=1 \\ x+y=0 \\ y+t=-1 \\ x+t=2 \end{cases} \qquad (o) \begin{cases} 2x_1+x_2-x_3-x_4=-1 \\ 3x_1+x_2+x_3-2x_4=-2 \\ -x_1-x_2+2x_3+x_4=2 \\ -2x_1-x_2+2x_4=3 \end{cases}$$

$$(p) \begin{cases} x_1+2x_2+x_3-x_4+3x_5=0 \\ x_1+2x_2+2x_3+x_4+2x_5=0 \\ 2x_1+4x_2+2x_3-x_4+7x_5=0 \end{cases} \qquad (q) \begin{cases} x_1+x_2-2x_3+3x_4+2x_5=0 \\ 2x_1-x_2+3x_3+4x_4+x_5=0 \\ -x_1-x_2+3x_3+x_4=0 \\ 3x_1+x_3+7x_4+3x_5=0 \end{cases}$$

Exercice 2 - Pour les matrices A et B suivantes, calculer $2A-3B$:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & -3 & 1 \\ 0 & -1 & \frac{1}{4} & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 & \frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}.$$

Exercice 3 - Calculer AX et BX, où les matrices A et B sont celles de l'exercice 2 et X est donné par

$$X = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Exercice 4 - Pour chacune des matrices A ci-dessous, déterminer l'ensemble des solutions du système linéaire homogène $AX = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$, et aussi une base de solutions.

$$(a) \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad (b) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -5 & 7 & -11 \\ -2 & 3 & -5 \end{bmatrix} \qquad (c) \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{bmatrix} \qquad (d) \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix} \qquad (f) \begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & 7 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 4 & 3 & 7 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 1 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} \qquad (h) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 6 & 1 & -5 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & -9 & 2 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & -1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$