

[DRW] = L. Illusie, *Complexe de de Rham-Witt et cohomologie cristalline*, Ann. scient. ENS, 4ème série, t. 12, 1979, 501-661.

504, -3 : au second membre,  $-\sum$  au lieu de  $+\sum$ .

505, (1.1.2) : au second membre de la formule donnant  $w_n$ , lire  $pa_1^{p^{n-1}}$  au lieu de  $pa_0^{p^{n-1}}$ .

514, (2.1.4) : au second membre, remplacer  $W^*$  par  $W_*$ .

515, (2.1.8) : aux seconds membres, remplacer  $C_X$  (resp.  $C_{X/S}$ ) par  $C_X^{-1}$  (resp.  $C_{X/S}^{-1}$ ).

528, -1 : les remarques suivantes sont dues à Gabber<sup>1</sup>. Le  $\nu(i)$  de (2.4.3) est en fait le  $\nu(i)$  relatif à  $X^{(p)}/S$ . Pour le voir, on note qu'on a une description alternative de  $\nu(i)$  (relatif à  $X/S$ ) par la suite exacte

$$(*) \quad 0 \rightarrow \nu(i) \rightarrow \Omega_{X/S}^i \xrightarrow{C_X^{-1}-\text{proj}} \Omega_{X/S}^i / B\Omega_{X/S}^i \rightarrow 0,$$

avec la notation de (2.1.4) pour  $C_X^{-1}$ ,  $\text{proj}$  désignant la projection naturelle. En effet, comme l'image de  $C_X^{-1}$  est contenue dans  $Z\Omega_{X/S}^i / B\Omega_{X/S}^i$ , le noyau de  $C_X^{-1} - \text{proj}$  dans (\*) est le même que celui de  $C_X^{-1} - \text{proj} : Z\Omega_{X/S}^i \rightarrow Z\Omega_{X/S}^i / B\Omega_{X/S}^i$ , et l'on a un diagramme commutatif

$$\begin{array}{ccc} Z\Omega_{X/S}^i & \xrightarrow{C_X^{-1}-\text{proj}} & Z\Omega_{X/S}^i / B\Omega_{X/S}^i \\ & \searrow W^*-C_{X/S} & \downarrow C_{X/S} \\ & & \Omega_{X^{(p)}/S}^i \end{array}$$

où la flèche verticale est l'isomorphisme (2.1.11). La suite exacte (2.4.3), i.e.,

$$0 \rightarrow \nu(i)_{X^{(p)}/S} \rightarrow Z\Omega_{X/S}^i / B\Omega_{X/S}^i \xrightarrow{W^*-C_{X/S}} \Omega_{X^{(p)}/S}^i / B\Omega_{X^{(p)}/S}^i,$$

se déduit de la suite exacte (\*) pour  $X^{(p)}/S$  par l'isomorphisme vertical

$$\begin{array}{ccccc} \nu(i)_{X^{(p)}/S} & \longrightarrow & Z\Omega_{X/S}^i / B\Omega_{X/S}^i & \xrightarrow{W^*-C_{X/S}} & \Omega_{X^{(p)}/S}^i / B\Omega_{X^{(p)}/S}^i \\ & \searrow & \uparrow C_{X/S}^{-1} & \nearrow C_{X^{(p)}}^{-1}-\text{proj} & \\ & & \Omega_{X^{(p)}/S}^i & & \end{array} .$$

En particulier, l'homomorphisme  $W^* - C_{X/S}$  dans (2.4.3) est surjectif, i.e., (2.4.3) est une suite exacte courte. La suite (2.4.1.1) est aussi une suite

<sup>1</sup>(courriel du 24.4.18)

exacte courte, car  $W^* - C_{X/S}$  provient d'un morphisme lisse entre schémas en groupes affines lisses à fibres connexes sur  $X^{(p)}$ .

Le morphisme  $\nu(i)_{X/S} \rightarrow \nu(i)_{X^{(p)}/S}$  n'est ni injectif ni surjectif en général. Il est injectif quand  $S$  est réduit, et est un isomorphisme quand  $S$  est parfait. La démonstration donnée de 2.4.2 n'est correcte que lorsque  $S$  est parfait, ce qui suffit pour le reste de l'article. Gabber sait cependant prouver, par un calcul direct, que 2.4.2 est vrai en général, et montrer que  $\nu(i)$  est sous-jacent à un schéma en groupes lisse à fibres connexes, d'algèbre de Lie  $B\Omega_{X/S}^i$ .

545, -1 :  $W_\bullet \Omega_k^i$  au lieu de  $W_\bullet \Omega_X^i$ .

579 : la démonstration de 3.21 est incorrecte, voir ([L. Illusie et M. Raynaud, *Les suites spectrales associées au complexe de de Rham-Witt*, Pub. Math. IHES 57, 73-212], II 1.3) pour un argument corrigé.

585 : au second membre de (4.6.2), lire  $W\Omega_X^\bullet$  au lieu de  $\Omega_X^\bullet$ .

586, Th. 4.8 : Pour  $X = \text{Spec}(A)$  comme dans la preuve de 4.8, Gabber sait montrer<sup>2</sup> que l'on a, en fait,  $T = N_0$ , où  $N_0$  est l'idéal différentiel gradué de  $\Omega_{WA}^\bullet$  formé des éléments annulés par une puissance de  $\underline{F}$ . Voici son argument. Soit  $A_{\text{perf}}$  le perfectisé de  $A$  défini par la limite inductive du système inductif  $(A_i = A)_{i \in \mathbf{N}}$ , de flèches de transition  $F : A \rightarrow A$ , et soit  $P$  la limite inductive du système inductif  $(WA_i = WA)_{i \in \mathbf{N}}$ , de flèches de transition  $F : WA \rightarrow WA$ . L'anneau  $P$  est sans  $p$ -torsion. L'homomorphisme  $\rho : P \rightarrow A_{\text{perf}}$  déduit de la projection canonique  $WA \rightarrow A$  est surjectif, et son noyau est  $\varinjlim_F VWA$ . Comme  $FVWA = pWA$ , on a  $\varinjlim_F (VWA/pWA) = 0$ , donc  $\rho$  induit un isomorphisme

$$P/pP \xrightarrow{\sim} A_{\text{perf}}.$$

Comme  $P$  est parfait, on a  $L_{P/\mathbf{F}_p} = 0$  ([O. Gabber and L. Ramero, *Almost Ring Theory*, Lecture Notes in Mathematics, vol.1800, Springer, Berlin, 2003], 6.5.13 (i)). Comme  $L_{P/\mathbf{Z}} \otimes^L \mathbf{Z}/p\mathbf{Z} = L_{A_{\text{perf}}/\mathbf{F}_p}$ , la multiplication par  $p$  sur  $H^n(L_{P/\mathbf{Z}})$  est bijective pour tout  $n \in \mathbf{Z}$ , en particulier, bijective sur  $\Omega_{P/\mathbf{Z}}^1$ , donc sur  $\Omega_{P/\mathbf{Z}}^i (= \varinjlim_F \Omega_{WA/\mathbf{Z}}^i)$  pour tout  $i > 0$ . Donc (omettant le  $/\mathbf{Z}$  pour abrégé), on a, pour tout  $i > 0$ ,

$$\Omega_{WA}^i[\underline{F}^{-1}] = \varinjlim_F \Omega_{WA}^i = \Omega_{WA}^i[\underline{F}^{-1}, p^{-1}] = \Omega_{WA}^i[p^{-1}]$$

puisque  $\underline{F}$  est bijectif sur  $\Omega_{WA}^i[p^{-1}]$ , et donc  $T = N_0$ .

627, 5 : (5.1.1) au lieu de (5.1.2).

632, 9 : "satisfaites" au lieu de "satisfaisantes".

654, 7.3.1.(d) : dans le membre de gauche de la formule, lire  $\text{Pic}_{X/k}^\tau$  au lieu de  $\text{Pic}_{X/k}$ .

---

<sup>2</sup>(courriel du 26.4.18)