Rencontre “Rigidité en théorie des groupes : aspects géométriques et ergodiques”

Orsay, 19 au 22 mars 2024

Mini-cours

Jean Lécureux (Université Paris-Saclay) : *Phénomènes de superrigidité en géométrie des groupes*

Soit Γ un réseau d'un groupe de Lie semisimple de rang supérieur (par exemple $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$, pour $n \geq 3$). Le théorème de superrigidité de Margulis permet de classifier les morphismes de Γ vers un groupe de Lie simple H. Dans ce mini-cours, j'expliquerai comment les techniques de preuve peuvent s'adapter à d'autres groupes Γ ou H. Je commencerai donc par expliquer les grandes lignes de la preuve du théorème de superrigidité classique (dans une version due à Bader-Furman), puis j'expliquerai comment on peut adapter la preuve au cas où H est un groupe avec des propriétés de courbure négative, dans des sens variés. Enfin, je finirai par donner des exemples de groupes Γ différents sur lesquels on peut appliquer les mêmes techniques : les réseaux d'immeubles affines exotiques.

Gabriel Pallier (Université de Lille) : *Quasiisométries et groupes de Lie*

Etant donné un groupe de Lie connexe G, quels sont les groupes quasiisométriques à G, ou bien à un réseau donné de G ? La réponse, quand elle est connue, emploie des techniques riches et diverses mêlant géométrie, analyse, dynamique et topologie. Ce mini-cours prendra comme point de départ le panorama pour G semi-simple de centre trivial, complet depuis les années 1990. On reprendra la démonstration d'une petite partie, dûe à Sullivan et Tukia dès les années 1980, qui nous servira de fil conducteur pour nous diriger vers les développements plus récents où G est un groupe de Lie résoluble, et où la réponse n'est pas actuellement connue en toute généralité. Ce faisant, nous mettrons l'accent sur les propriétés dites de rigidité géométrique et de la sphère pointée qui, si elles sont moins fortes que la rigidité des quasiisométries, ont lieu plus souvent dans le cadre résoluble. On terminera par un comparatif non-archimédien.

Exposés

Pénélope Azuelos (University of Bristol) : *Un critère géométrique pour déterminer si un sous-groupe est une fibre virtuelle*

On dit qu'un sous-groupe de type fini d'un groupe de type fini est une fibre virtuelle si, à indice fini de près, il s'agit du noyau d'un épimorphisme sur $\mathbb{Z}$. Le graphe de Schreier d'un tel sous-groupe est quasi-isométrique à une droite, et on peut demander si la réciproque est aussi vraie. La réponse : non, mais presque. Je parlerai des conditions et des méthodes qui permettent de répondre par l'affirmative à cette question, ainsi que de certains exemples pathologiques.

Oussama Bensaid (Max Planck Institute, Bonn) : *Séparation grossière et géométrie des produits amalgamés et produits en couronne*

Une partie S d'un espace métrique X est grossièrement séparante s'il existe une constante D telle que pour tout R, au moins deux composantes connexes du complémentaire du D-voisinage de S contiennent des boules de rayon R. Nous nous intéressons aux questions suivantes : Peut-on séparer grossièrement un groupe de Lie nilpotent connexe de degré de croissance d par une partie de degré de croissance $d-2$? Quels espaces à croissance exponentielle n'admettent pas de partie séparante à croissance sous-exponentielle ? Après avoir décrit comment cette notion de séparation apparaît naturellement dans la géométrie à grande échelle des produits amalgamés et des produits en couronne, nous répondons à la première question négativement, et donnons des exemples d'espaces répondant à la seconde question, à savoir tous les espaces symétriques de type non compact (sauf le plan hyperbolique réel), les immeubles Euclidiens de rang supérieur, et certaines géométries de type SOL. Travail en commun avec Anthony Genevois et Romain Tessera.

Jérémie Brieussel (Université de Montpellier) : *Entropie de Furstenberg des actions stationnaires des groupes spéciaux linéaires*

Une mesure est invariante si elle est préservée par l'action de chaque élément du groupe. Une mesure est stationnaire si elle est égale à la moyenne de ses translatés, où la moyenne est prise selon une probabilité donnée sur le groupe.

L'entropie de Furstenberg quantifie le défaut d'invariance des mesures stationnaires. En particulier elle est nulle pour les mesures invariantes. On donnera une description explicite de l'ensemble des valeurs possibles des entropies de Furstenberg des actions stationnaires du groupe $\mathrm{SL}(d, \mathbb{R})$ muni d'une mesure de probabilité raisonnable. Il s'agit d'un travail en commun avec Tianyi Zheng.

Yassine Guerch (ENS Lyon) : *La conjecture de Farrell-Jones pour les suspensions de groupes relativement hyperboliques*

La conjecture de Farrell-Jones est une importante conjecture en topologie algébrique concernant la K-théorie des anneaux de groupes dénombrables. Elle implique notamment des résultats de classification à homéomorphismes près de variétés topologiques en dimension supérieure. Après avoir expliqué quelques applications de cette conjecture, nous présenterons une démonstration purement géométrique de la conjecture de Farrell-Jones pour des suspensions de groupes relativement hyperboliques. Travail en commun avec Andrew et Hughes.

Adrien Le Boudec (ENS Lyon) : *Commabilité et plongements en tant que réseaux des groupes de Baumslag-Solitar et leurs généralisations*

Timothée Marquis (UCLouvain) : *Amalgames de groupes unipotents rationnels et nilpotence résiduelle*

Étant donnée une propriété (P) de groupes, un groupe G est appelé résiduellement (P) si tout élément non-trivial de G a une image non-triviale dans un quotient de G ayant la propriété (P). L'étude des propriétés résiduelles des produits amalgamés de groupes a une longue histoire, avec pour point de départ le théorème de Magnus de 1935 affirmant que tout groupe libre est résiduellement nilpotent sans torsion. Dans cet exposé, je retracerai quelques résultats-clés de cette histoire, avant de présenter un phénomène intrigant concernant la nilpotence résiduelle de certains amalgames de groupes rationnels unipotents. Travail en collaboration avec Pierre-Emmanuel Caprace.

Anne Parreau (Université Grenoble Alpes) : *Sur le bord des espaces de Teichmuller généralisés*

Les espaces de Teichmuller généralisés sont des composantes connexes de l'espace de représentations d'un groupe de surface fermée Γ dans un groupe de Lie semisimple réel G, formées de représentations fidèles et discrètes. On peut généraliser la compactification de Thurston en utilisant des longueurs à valeurs dans une chambre de Weyl. Dans cet exposé, je décrirais les liens entre points du bord, représentations non archimédiennes et courants géodésiques, et présenterai quelques résultats obtenus en collaboration avec Marc Burger, Alessandra Iozzi, and Beatrice Pozzetti.

Michele Triestino (Université de Dijon) : *Espaces de modules pour actions sur la droite*

Suite à un travail de Deroin, Kleptsyn, Navas, et Parwani, les classes de semi-conjugaison d'actions sur la droite (sans points fixes globaux) d'un groupe de type fini G sont décrites par l'espace des orbites d'un flot sur un espace naturellement associé à G. Dans une série de travaux en collaboration avec J. Brum, N; Matte Bon, et C. Rivas, on étudie ce flot pour certaines classes de groupes (incluant les groupes résolubles et le groupe de Thompson F), et on en déduit des résultats de rigidité et flexibilité d'actions sous petites perturbations.

Nicolas Vaskou (University of Bristol) : *Groupes d'Artin et rigidité quasi-isométrique*

Les groupes d'Artin forment une large famille de groupes généralisant les groupes de tresses, les groupes d'Artin à angles droit, et bien d'autres groupes. Leur notoriété grandissante est partiellement due au nombres de conjectures qui, bien qu'elles aient été prouvées pour de nombreux groupes d'Artin, restent ouvertes en général. Certains complexes simpliciaux sont devenus centraux dans l'étude des groupes d'Artin. C'est notamment le cas du complexe de Deligne qui peut, pour certains groupes d'Artin, être doté d'une métrique CAT(0). Ce complexe peut être utilisé pour étudier et résoudre maintes questions concernant les groupes d'Artin. En combinant des résultats passés et des résultats en cours avec Jingyin Huang et Damian Osajda, j'expliquerai comment montrer que certains groupes d'Artin sont quasi-isométriquement rigides.