Marathon d'Orsay de Mathématiques

Janvier 2018

Voici les énoncés des problèmes suivants, dont les solutions sont attendues au plus tard le **lundi 5 février 2018 à 14h**, par la poste (attention : une nouvelle adresse est indiquée sur http ://www.math.u-psud.fr/marathon), par email à `marathon.orsay@math.u-psud.fr` ou déposées dans une boîte en carton prévue à cet effet au rez-de-chaussée du bâtiment 307, dans la salle des casiers à courrier située à droite du grand hall, juste après avoir franchi l'entrée principale.

Nous vous rappelons que pour que vos solutions puissent être considérées comme correctes, il est indispensable que vous justifiez très soigneusement vos réponses, comme dans une démonstration. Si vous répondez à plusieurs problèmes, il vous est demandé de le faire sur des feuilles séparées. Merci d'indiquer clairement votre nom, prénom, année d'études (ou statut), établissement, ville et adresse email.

Problème 5 (semi et complet)

Pour tester la jeune Rey, le Maître Luke lui propose un duel numérique. Chaque joueur doit annoncer chacun à son tour un nombre qui est le double, le triple ou le quadruple du dernier nombre annoncé par son adversaire. Le premier joueur qui annonce un nombre supérieur ou égal au "nombre interdit" 2018 est perdant. Luke commence en annonçant le nombre 8. Si après cela Luke et Rey jouent chacun le mieux possible pour remporter la victoire, qui gagnera ? En d'autres termes, qui de Luke ou de Rey sera le dernier Jedi ? (JEDI = Joueur En Dessous de l'Interdit)

Problème 6 (semi et complet)

Dans un jeu télévisé, les participants doivent faire tourner une grande roue divisée en n secteurs identiques numérotés par les nombres de 1 à n. L'animateur explique que deux secteurs portant des nombres consécutifs sont toujours séparés par un même nombre de secteurs entre eux. Le caméraman zoome sur une partie de la roue, montrant 3 secteurs adjacents numérotés, dans l'ordre, par 11, 4 et 17. Quel est le nombre n de secteurs sur cette roue ?

Problème 7 (complet)

On considère un triangle ABC ainsi que le point d'intersection H de ses hauteurs. Pour toute droite d, on notera d_1, d_2 et d_3 les images de la droite d par la symétrie orthogonale par rapport aux droites BC, AC et AB respectivement. Pour quelles droites d passant par H les droites d_1, d_2 et d_3 sont-elles concourantes ?

Problème 8 (complet)

Soient x, y et z des nombres réels distincts. Trouver la valeur minimale que peut prendre l'expression

$$\frac{x^2}{(y-z)^2} + \frac{y^2}{(z-x)^2} + \frac{z^2}{(x-y)^2}$$

ainsi que des valeurs pour x, y et z pour lesquelles cette valeur minimale est atteinte.