

MARATHON D'ORSAY DE MATHÉMATIQUES

Janvier 2019

Voici les énoncés des problèmes suivants, dont les solutions sont attendues au plus tard le **lundi 18 février 2019 à 14h**, par la poste (voir l'adresse sur <http://www.math.u-psud.fr/marathon>), par email à marathon.orsay@math.u-psud.fr ou déposées dans une boîte en carton prévue à cet effet au rez-de-chaussée du bâtiment 307, dans la salle des casiers à courrier située à droite du grand hall, juste après avoir franchi l'entrée principale.

Nous vous rappelons que pour que vos solutions puissent être considérées comme correctes, il est indispensable que vous justifiez très soigneusement vos réponses, comme dans une démonstration. Si vous répondez à plusieurs problèmes, il vous est demandé de le faire sur des feuilles séparées. Merci d'indiquer clairement votre nom, prénom, année d'études (ou statut), établissement, ville et adresse email.

Problème 9 (semi et complet)

Xavier et Yvette se rencontrent dans le RER. Xavier, amateur de jeux de rôles, a sur lui un dé à 8 faces en forme d'octaèdre régulier et Yvette, éternelle artiste, a un stylo 4 couleurs. Pour s'occuper durant leur trajet, ils inventent un jeu consistant à colorier à tour de rôle une arête (pas encore coloriée) sur le dé avec l'une des couleurs du stylo. Pour qu'un coloriage soit autorisé, il faut toujours que deux arêtes coloriées ayant un sommet en commun soient de couleurs différentes. Le dernier joueur ayant pu colorier une arête gagne la partie. Si Xavier colorie la première arête et que les deux camarades jouent de manière optimale, qui va gagner ?

Problème 10 (semi et complet)

Trois amis, qui ont respectivement 2018, 2019 et 2020 jetons, jouent aux cartes. Chaque fois que l'un d'entre eux gagne une partie, chacun des deux autres joueurs lui donne l'un de ses jetons. Est-il possible qu'après un certain nombre de parties (durant lesquelles tous les transferts de jetons décrits ci-dessus ont pu être effectués), un seul des trois joueurs possède tous les jetons ?

Problème 11 (complet)

Frédéric collectionne des photos plastifiées représentant les personnages de sa série de films préférée. Ces photos sont vendues dans des pochettes individuelles et opaques, au prix d'un euro par pochette. Les fabricants de ces photos ont rempli un tiers des pochettes avec une photo de Rey, un quart avec une photo de Finn, un sixième avec une photo de Poe, et le reste avec une photo de divers personnages secondaires. Sachant que Frédéric n'aime pas échanger ses photos avec d'autres personnes, quel montant en moyenne devra-t-il dépenser pour obtenir au moins une photo de chacun des 3 personnages principaux ?

Problème 12 (complet)

On a colorié 65 points du plan en rouge, de sorte qu'exactly 2019 droites distinctes contiennent au moins deux de ces points. Démontrer qu'il existe une droite contenant au moins 4 points rouges, mais qu'il n'y a pas forcément de droite en contenant 5.