

Contenus et attendus de la Licence de Mathématiques Ecole Universitaire Paris-Saclay

Version Année 2023-2024

Présentation générale et objectifs du document :

Ce document de travail contient les principaux contenus envisagés du L1 au L3 en mathématiques. Ils sont à enrichir et à aménager en fonction de l'année écoulée.

Les objectifs de ce document sont de permettre une bonne cohérence dans la progressivité des apprentissages et de favoriser les collaborations entre les enseignants des UE en lien, et entre les différents semestres de la Licence. Ce document a vocation à évoluer et à être partagé par tous.

Objectif général de la formation de la Licence de Mathématiques :

L'objectif de la Licence de mathématique Ecole Universitaire est de munir les étudiants d'une culture générale solide en mathématiques, en prenant le temps de consolider les bases de calcul littéral et de s'appropriier les techniques dans les cas simples pour les nouvelles notions.

Le programme général est volontairement prolongé jusqu'au S5 inclus pour permettre d'approfondir les concepts en analyse et en algèbre.

Les attendus généraux concernent les capacités d'utilisation des techniques vues en cours ainsi qu'une bonne compréhension des objets mathématiques fondamentaux et de leurs relations, indispensables au travail du raisonnement logique qui constitue également un point clé des attendus de la formation.

Programme L1 (Partie Math de L1 MI/MP)

MEU101 Math 1 - Calculus – S1 Vol horaire : 24h cours + 42h TD.

Présentation générale : nombres réels, nombres complexes, suites, étude des fonctions, fonctions usuelles.

Contenus enseignés

- Consolidation des acquis et renforcement. (En particulier, calcul algébrique en écriture fractionnaire, puissances). Modalités : En ligne+ test en ligne. Rappel des règles de calcul en cours ou sur une fiche mémo.
- Quantificateurs logiques, négation, [fonctions injectives, surjectives, bijectives] (déplacé au S2), fonctions indicatrices. (Utilisation pour les définitions des intervalles et limites, etc)
- Cas des intervalles, segment, min, max. (borne sup et ouvert/fermés en L2), (lien fonctions croissantes)
- Limites, suites explicites ou récurrentes, théorème des gendarmes. (+ rappels de terminale sur la convergence monotone, pris comme axiome)
- Continuité, dérivation définitions composition (règle de dérivation). TVI-Rolle (preuve)
- Théorème des accroissements finis. Interprétation graphique, lien avec la tangente.
- Etude des fonctions usuelles (polynomiales, rationnelles, homographiques, puissance, exp, log, trigo, fonction hyperbolique), variations, tangente et asymptotes, croissances comparées.
- Fonctions complexes et calcul dans C : forme polaire, multiplication des complexes, représentation géométrique, formules de Moivre, formules d'Euler. Racines des polynômes à coefficients complexes de degré 2. Lien entre racines et facteurs.
- Fonctions réciproques charnière S1/S2 (déplacé au S2)

MEU102 Math 2 - Algèbre et géométrie Volume horaire : 12x1,5h cours+24h TD.

Présentation générale

Résolution de systèmes linéaires

Contenus enseignés

- Equations cartésiennes/équations paramétriques. Cas des droites et plans dans R2 et R3.
- Systèmes linéaires, représentations algébriques, géométriques, matricielles des solutions.
- Introduction des matrices.
- Combinaison linéaire et vecteurs-
- Multiplication d'une matrice par un vecteur.
- Echelonnage du système, méthode du Pivot.
- Variables principales et secondaires. Description des solutions.
- Multiplications de matrices, transposée, inverse.
- Résolution des systèmes inversibles.-
- Rang d'une matrice.

Compétences visées/attendus

- Savoir définir une équation cartésienne ou paramétrique, passer de l'une à l'autre
- Identifier des droites ou plan à partir d'un système linéaire et réciproquement
- Résoudre un système d'équations linéaires.

MEU151 Math 3 - Analyse 1- S2 Volume horaire : 24h cours + 42h TD.

Présentation générale : fonctions réciproques, intégration, équations différentielles linéaires d'ordre un et d'ordre deux à coefficients constants, formules de Taylor, fonctions équivalentes, développements limités.

Contenus enseignés

- Fonctions réciproques charnière S1/S2.
- Intégrale au sens de Riemann (version light sans les suites de Cauchy, suites adjacentes en L2)
- Fonctions intégrables, changement de variable, intégration par parties. Inégalité de Cauchy-Schwarz
- Calcul de primitives.
- Equations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2 à coefficients constants. Equations caractéristiques.
- Lien avec les suites récurrentes linéaires. Lien avec maths 2.
- Fonctions de classe C_n , DL à l'ordre n , Taylor, développement asymptotique. Application au calcul de limites. Equivalents sens et manipulation.

MEU152 Math 4 - Algèbre linéaire - S2 Volume horaire :12x1,5h cours+24h TD.

Présentation générale : Espaces vectoriels et applications linéaires de \mathbb{R}^n

Contenus enseignés

- Définition d'un espace vectoriel.
- Familles libre et génératrices, bases. Dimension. (droites-plans-hyperplans vectoriels de \mathbb{R}^n)
- Vecteurs et coordonnées dans une base. Base canonique
- Sous espaces vectoriels. Somme directe.
- Recherche de bases dans des sommes et intersections de sous-espaces vectoriels : utilisation du pivot.
- Exemples des polynômes, des suites; des fonctions.
- Dans \mathbb{R}^n : Action d'une matrice sur les vecteurs dans la base canonique, définition d'application linéaire.
- Etude d'exemples dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .
- Définition du noyau et de l'image.
- Retour sur l'inversibilité (lien avec l'injectivité), théorème du rang.
- Application aux résolutions matricielles des systèmes linéaires.
- Changement de base, écriture matricielle dans une base d'une AL, charnière avec S3
- Projections, symétries dans \mathbb{R}^n , en prévision du S3 (réduction des endomorphismes)

MEU104 Mathématiques en action - S1 Vol horaire : 12 x 2h cours/TD (optionnel)

Présentation générale :

Cette U.E. de "culture mathématique" a pour objet de revisiter, et parfois d'approfondir, plusieurs concepts mathématiques rencontrés au cours du programme du premier semestre de L1 (et des années précédentes). À titre d'exemples, on s'intéressera à quelques modèles simples en dynamique des populations ; on étudiera des systèmes fermés à deux ou trois états en se concentrant sur leur comportement asymptotique ; on s'intéressera aux probabilités de différentes figures dans le jeu de YAMS ; on parlera de méthode de Newton pour approcher numériquement une solution d'une équation donnée (comparaison avec la méthode par dichotomie, sensibilité à la condition initiale).

Programme L2 Math

MEU201 Analyse 2 – S3 Volume horaire : 24h cours, 42h TD ECTS : 7

Présentation générale : introduction à l'étude des séries et des intégrales généralisées.

Contenus enseignés

- Notations « petit o », équivalent.
- Suites adjacentes, définition des suites de Cauchy, complétude de \mathbb{R} sans difficulté technique, utilisé dans le cours comme outil pour la preuve des résultats de convergence.
- Vocabulaire des séries numériques : somme, somme partielle, reste, convergence, série géométrique, somme télescopique.
- Cas des séries à termes positifs. Règles de d'Alembert et de Cauchy.
- Théorèmes de comparaison et d'équivalence.
- Comparaison série/intégrale.
- Convergence absolue. Séries alternées. Transformation d'Abel.
- Théorèmes de sommation des relations de comparaison.
- Intégrales généralisées : convergence, critère de Cauchy pour la convergence.
- Cas des intégrales de fonctions positives.
- Théorèmes de comparaison et d'équivalence.
- Exemple des intégrales de Riemann et de Bertrand.
- Convergence absolue. Règle d'Abel.
- Théorème d'intégration des relations de comparaison.

MEU202 Algèbre linéaire 2 – S3 Volume horaire : 12x1,5h cours+24h TD.

Présentation générale : Réduction d'endomorphismes.

Contenus enseignés

- Endomorphismes, changement de base, matrices semblables.
- Valeurs propres, vecteurs propres, effet sur des exemples de \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 (sev stables, cas des vecteurs invariants et lien avec les points fixes).
- Somme directes des sep. Diagonalisation.
- Composition d'endomorphismes
- Polynôme caractéristique et lien avec les valeurs propres.
- Etude et caractérisation des projections, symétries, homothéties. Exemples de polynômes annulateurs, lien avec le polynôme caractéristique (autres exemples, en petite dimension)

MEU203 Topologie 1 – S3 Volume horaire : 12x1,5h cours + 24h TD. ECTS :

Présentation générale

Topologie dans \mathbb{R}^n , étude des fonctions de plusieurs variables. On étudie la proximité entre deux points de \mathbb{R}^n . On en déduit la définition rigoureuse de limite. Ceci permet de donner un sens à la continuité d'une fonction de n variables. Et pour finir d'approcher cette fonction par une approximation affine (différentielle).

Contenus enseignés

- Normes, distances dans \mathbb{R}^n . Boules, sphères. Exemples des normes 1, 2, infini. Equivalence de ces normes. Parties bornées. Convergence des suites de \mathbb{R}^n . Ouverts, fermés de \mathbb{R}^n .
- Fonctions de n variables : fonctions continues, fonctions lipschitziennes. Ensembles de niveau.
- Fonctions de 2 variables : Dérivées partielles, gradient, points critiques, principe de Fermat. Différentiabilité, développement de Taylor. Etude le long d'un segment. Inégalité des accroissements finis.
- Intégrales doubles : définition géométrique, sommes de Riemann, théorème de Fubini.

○

MEU204 Algèbre et Arithmétique - S3 Vol horaire : 12x1,5h cours+24h TD. ECTS :

Objectif général :

A coordonner avec Algèbre linéaire 2 pour l'introduction des polynômes. L'objectif est de montrer les premières structures algébriques à partir d'exemples concrets issus des entiers relatifs. Il s'agit également d'établir les premiers résultats fondamentaux de l'arithmétique à partir du travail sur $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

Pré-requis :

Notion sur les ensembles, union intersection ; ensemble des partie d'un ensemble raisonnement par récurrence , par l'absurde.

Contenus enseignés

- Introduction aux groupes et arithmétique de \mathbb{Z} et $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$: relation d'équivalence,, congruence, division euclidienne dans \mathbb{Z} . Nombres premiers, décomposition, ppcm, pgcd et algo d'Euclide ; Th de Bézout , Gauss , petit théorème de Fermat .
- Structure algébrique : groupe , sous groupe , morphisme , ordre d'un élément , groupe monogène, cycliques , exemples .. Classes d'équivalences modulo un sous groupe , Th de Lagrange et applications.
- Anneau et corps idéal ,
- Etude de l'anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, du corps \mathbb{F}_p , carrés dans \mathbb{F}_p , équations du second degré , discriminant
- $(\mathbb{F}_p)^*$ es cyclique , utilisation du générateur pour résoudre certaines équations
- Si Le temps permet : Bézout dans l'anneau des polynômes , lemme des noyaux (en rapport avec le cours d'algèbre linéaire)

MEU205 Calcul numérique 1 - S3

Python pour le calcul scientifique

Contenus enseignés

- rappels : types en python et syntaxe des structures conditionnelles et des boucles.
- Notion de typage dynamique fort. Introduction au debuggage en python : comprendre les messages d'erreurs, lire une trace, savoir définir ces propres erreurs.
- Performance d'un code : introduction à la complexité, savoir mesurer correctement le temps d'exécution d'un code de façon reproductible.
- Approfondissement sur les boucles et la programmation récursive : quelle structure choisir pour quel algorithme ? Impact sur les performances de l'algorithme.
- Utilisation avancée de numpy : déclaration et manipulation de tableau. Vectorisation.
- Matplotlib : savoir représenter des données complexes. Utilisation d'axes et de figures.
- Introduction à la programmation objet :
 - comprendre la syntaxe (objet) de numpy et matplotlib,
 - **savoir définir ces propres objets simples.**

MEU208 Mathématiques renforcées - S3

Objectif général :

Volume horaire : 24h :

Modalités d'organisation : 2h cours/TD intégré sur 12 semaines.

MCC :

ECTS :

Pré-requis :

Présentation générale

Contenus enseignés

Compétences visées/attendus

Détail des contenus et attendus (pour les collègues)

MEU209 Stage d'initiation à l'enseignement des mathématiques - S4

Volume horaire : 15h TP + stage : une semaine en janvier puis 1 jour par semaine entre janvier et avril

Responsable : Ghislaine Gueudet

Objectif général : Découvrir le métier de professeur de mathématiques ou celui de professeur des écoles, à l'intérieur de sa classe et au sein de son établissement. Ce stage s'adresse aux étudiants qui sont attirés par les métiers de l'enseignement et qui veulent vérifier s'il leur convient avant de s'engager dans la préparation d'un concours (CAPES, CRPE, agrégation).

Cette UE est vivement recommandée pour toutes celles et ceux qui sont en contrat comme AED (Assistante ou Assistant d'Education) en préprofessionnalisation. Les missions effectuées en tant que AED font office de stage pour cette UE.

MCC : 1ère session : rapport de stage écrit + soutenance orale, 2ème session : examen écrit.

ECTS :

Pré-requis : Seule la motivation à découvrir les métiers de l'enseignement est requise.

Présentation générale :

Le stage en collège est accompagné par 5 séances de TD où les étudiants sont sensibilisés à des thématiques liées au métier de professeur de mathématiques ou à celui de professeur des écoles. Les étudiants sont formés aux techniques d'observation en classe et à l'analyse de celle-ci, ils sont par ailleurs encadrés pour la rédaction de leur rapport de stage.

Contenus enseignés

Les thématiques abordées sont :

préparation à l'observation en classe, préparation au stage, construction d'outils,
analyse des observations effectuées en stage,
présentation du métier de professeur : missions, gestes professionnels, compétences professionnelles
les missions d'un EPLE, les différents acteurs d'un EPLE,
les programmes de mathématiques et les compétences en mathématiques,
qu'est ce qu'apprendre ? qu'est ce qu'enseigner ?
accompagnement à la rédaction du rapport de stage : cadrage, plan, relectures, bibliographie ...

Les TD s'appuient aussi sur la présentation à l'oral d'articles issus de revues professionnelles.

D'autres thématiques peuvent être abordées en fonction des observations faites en stage :

l'évaluation,
les piliers de l'apprentissage,
l'erreur,
l'analyse de tâches,
séance, séquence, progression sur l'année.

Compétences visées/attendus

Se sensibiliser au métier de professeur de mathématiques ou de professeur des écoles,
Observer une classe et analyser ses observations,
Rédiger un rapport de stage.

MEU251 Analyse 3 – S4 Volume horaire : 24h cours, 42h TD ECTS :

Objectif général :

Cadre EVNC ; utilisation de la norme infinie ; critère de Cauchy. Sans formalisation sur Cauchy.

Contenus enseignés

Suites et Séries de fonctions, Convergence simple, uniforme, normale. Cas des séries alternées.

- Théorèmes d'Intégration et dérivation pour les suites et séries.
- Continuité uniforme sur un compact (= fermé borné de \mathbb{R} ; « th de Heine »). Application aux fonctions lipschitziennes
- Séries entières, théorème de d'Alembert, régularité.
- Lien avec les développements de Taylor (vue en MEU151 Analyse 1)

MEU252 Algèbre linéaire 3 – S4 Volume horaire : 12x1,5h cours+24h TD. ECTS :

Présentation générale

Espaces euclidiens

Contenus enseignés

- Produit scalaire et norme euclidienne dans \mathbb{R}^n , Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- B.O.N, orthogonal d'une partie, somme directe.
- Ecriture matricielle et changement de base
- Orthonormalisation de Schmidt.
- Matrices orthogonales et isométries.
- Classification des isométries de \mathbb{R}^2 (similitudes dans \mathbb{C} ?)
- Projections et symétries orthogonales. Cas des réflexions.
- Pythagore, calcul des coordonnées d'une projection orthogonale.
- Introduction aux espaces affines : (droites/plans hyperplans affines de \mathbb{R}^n)
- Applications affines : définition, caractérisation, étude d'exemples.

MEU253 Topologie 2 – S4 Volume horaire : 15h cours+ 15h TD + 15h TDm. ECTS :

Courbes et surfaces

Contenus enseignés

- Mouvements ; paramétrage cartésien, polaires, formules de changement de paramètres.
- Courbes paramétrées :
 - Equa diff (enveloppe de droites, résolutions par paramétrisation)
 - Intégrales curvilignes
- longueur de courbes, calcul de surfaces (Stokes), calcul de volume (calcul de flux-formule de Green - exemples à la main sans difficulté théorique)

MEU254 Probabilités – S4

Variables aléatoires discrètes, Lois et modèles classiques.

Contenus enseignés

- Notations ensemblistes, images directes, réciproques, bijections, combinatoire.
- Calcul sur les sommes, finies, infinies, rappels de Calculus 1 et théorèmes d'Analyse 2.
- Espace de proba, univers, probabilité, va, loi et germe, fonction de répartition, cas des fonctions indicatrices.
- Modèles classiques, approximations (Poisson, binomiale, géométrique)
- Espérance (linéarité) variance (positivité, CS), interprétation, formules de transfert, BT.
- Indépendance, va indépendantes, loi des couples. (Fubini pour les séries à termes positifs. L'objectif est la manipulation sur les indices. Préparation au S5 Analyse). Fonctions génératrices d'une variable aléatoire et d'un couple de va. La fonction génératrice caractérise la loi. Application à l'indépendance.

- Loi faible des Gd nombres et interprétation. Notion de convergence de va discrètes (cv en loi)
- Modèles markoviens à un espace d'état fini : Définition et notion de probabilité invariante (Lien avec l'algèbre du S3). Etude d'exemples : Loi en un temps donné. Probabilité d'atteinte d'un état absorbant (d'atteinte d'un état avant un autre). Calcul de l'espérance d'un temps d'atteinte à l'aide d'un système linéaire (en lien avec l'algèbre du S2). Application à la ruine du joueur. Vérification sur des exemples de la convergence en loi, par le calcul.
- Pistes de compléments, à partir d'exemples, en fonction du temps restant disponible : Calcul de la loi d'un temps d'atteinte à l'aide d'un système linéaire sur les fonctions génératrices

MEU255 Calcul numérique 2 - S4

Introduction à la modélisation et au calcul scientifique

Contenus enseignés

EDO, modèles et méthodes de résolutions, modèles de systèmes discrets.

MEU258 Graphes et algèbre linéaire - S4

Objectif général :

Volume horaire : 24h :

Modalités d'organisation : 2h cours/TD intégré sur 12 semaines.

MCC :

ECTS :

Pré-requis :

Présentation générale

Contenus enseignés

Compétences visées/attendus

Détail des contenus et attendus (pour les collègues)

MEU301 Analyse - S5

Volume horaire : 66h : 42h cours -24h TD

Pré-requis :

Maths 2-Algèbre et géométrie.

Présentation générale

Intégration, mesures et convergences- Approfondissement des concepts d'analyse.

Contenus enseignés

- Suites de Cauchy, suites d'un compact, suites extraites.
- Intégrales à paramètres, régularité
- Espaces des fonctions continues sur un compact : Approximation de fonctions par des polynômes.
- Séries de Fourier, convergences simples et uniformes. Pol. de Weierstrass. (Applications à l'infographie) charnière S6 Analyse hilbertienne.
- Retour sur l'intégrale de Riemann.
- Mesure de Lebesgue, fonctions indicatrices.
- Propriétés des boréliens, de la mesure. Fonctions mesurables.
- Intégrale de Lebesgue, linéarité. Espaces L_p , normes L_p (CS, Holder, Jensen)
- Convergence ps, théorèmes de cv mon, dom ; lemme de Fatou
- Fubini (cadre Lebesgue ou général ?)
- Transformées de Fourier (ouverture vers les applications et le master)

MEU302 Algèbre - S5 Volume horaire : 66h : 12x3,5h cours+24h TD.

MCC : Contrôle continu (4 interrogations + 1 module WIMS), partiel, examen

ECTS : 6,5

Pré-requis :

Algèbre linéaire du L2 ; Espace euclidiens ; Arithmétique ; Topologie 1.

Présentation générale

L'algèbre linéaire est un outil puissant pour la compréhension générale des objets mathématiques. L'objectif du cours est d'en voir l'approfondissement et ses liens avec les différents thèmes d'études en mathématiques : géométrie – algèbre – analyse. Il vous préparera aux UEs du semestre 6 d'analyse matricielle et de géométrie mais aussi en statistiques multidimensionnelles et au calcul différentiel.

Les attendus concernent davantage l'argumentation que les algorithmes abordés qui devront également être connus et savoir être appliqués et expliqués sur des exemples.

Contenus enseignés

Chapitre 1. Réduction des endomorphismes et matrices semblables, invariants de similitude. Classification des endomorphismes diagonalisables. Classification des endomorphismes nilpotents et représentation par les tableaux de Young. Forme de Jordan, polynômes d'endomorphismes et théorème de Cayley-Hamilton. Décomposition de Dunford.

Chapitre 2. Espaces euclidiens. Théorème de Cholevski. Représentations paramétriques et cartésiennes de sous-espaces vectoriels. Symétries et projections orthogonales. Classification des isométries du plan. Composition d'isométries et groupes diédraux.

Chapitre 3. Espaces affines et applications affines. Représentations paramétriques et cartésiennes de sous-espaces affines. Somme et intersection de sous-espaces affines. Représentations géométriques des caractéristiques algébriques des applications affines. Cas des symétries/projections. Compositions d'isométries affines.

Chapitre 4. Matrices symétriques et théorème spectral. Formes bilinéaires et quadratiques. Réduction des formes quadratiques. Matrices congruentes, signature et classification des formes quadratiques. Cône isotrope, exemple des coniques et quadriques.

Prolongement possible : Applications aux problèmes d'optimisation.

MEU303 Probabilités - S5 Volume horaire 69 h : 30h cours, 24h TD, 15h TP

Pré-requis : Probabilités 1-S4 ; Analyse S5

Présentation générale

Il s'agit d'un cours présentant la théorie moderne des probabilités *probabilités basée sur la notion d'espace probabilisé*. Les notions d'espérance de variables aléatoires (*v.a.*), de loi d'espérance conditionnelle, de convergence de *v.a.*, la loi des grands nombres et le théorème central limite sont abordés.

Contenus enseignés

1 - Théorie de la mesure et ses liens avec la théorie moderne des probabilités. On introduit la notion de variable aléatoire (mesurabilité) ainsi que la notion d'espérance (intégrale).

2 - Calcul d'espérance et détermination de la loi d'une v.a. notamment en utilisant la méthode de la fonction muette qui est basée sur un changement de variable dans une intégrale. Toutes les lois usuelles, discrètes et continues sont présentées.

3 - Notion d'indépendance de v.a. et de loi de couple de variables aléatoires. Au menu, calculs d'intégrales multiples et extension de la méthode de la fonction muette avec l'introduction de la notion de **jacobien**.

4 - Espérance conditionnelle. On retrouvera les notions du premier chapitre mélangées à la notion de projection orthogonale, vue dans le [cours](#) d'algèbre.

5 - Convergence de variables aléatoires et présente les deux théorèmes stars de la théorie des probabilités que sont la **loi des grands nombres et le théorème central limite**.

MEU304 Equations différentielles ordinaire - S5 Volume horaire 42h : 18h CM+16h TD+ 8h TP.

MCC : 20 % CC + 30 % partiel + 50 % examen

Pré-requis : UE en lien : S3-S4 Topo, S3- S4 Calcul numérique, S4 Analyse

Contenus enseignés :

1) Théorie des EDO.

Rappels : équations linéaires d'ordre 1, équations à variables séparables, équations d'ordre supérieur, de Bernoulli, exemples. Systèmes d'équations linéaires d'ordre 1, résolution de systèmes linéaires (homogènes et non homogènes).

Problème de Cauchy : solutions maximales, solutions globales. Existence et unicité de solution du problème de Cauchy (Théorème de Cauchy-Lipschitz). Temps de vie des solutions maximales (Théorème des bouts). Lemme de Gronwall.

Portrait de phase des systèmes 2x2 à coefficients constants. Linéarisation et stabilité des systèmes autonomes. (cette année cette partie a été abordée uniquement en TP, l'année prochaine je compte raccourcir la partie révisions du départ et aborder cette partie en cours).

2) Méthodes numériques.

Exemples de schémas numériques à un pas (Euler explicite et implicite, dérivation d'autres schémas). Notion de convergence, stabilité et consistance. Convergence de la méthode d'Euler explicite. Notion d'ordre de convergence (nous avons montré la convergence de la méthode d'Euler explicite, nous avons vu ensuite en TP des méthodes d'ordre supérieur mais n'avons pas montré en cours leur convergence).

TP en Python pour représenter les champs de vecteurs, les solutions, la dynamique dans l'espace des phases. Implémentation de différentes méthodes numériques (Euler explicite et d'ordre supérieur, comme Heun et RK4). Comparaison des méthodes. Applications (modèles en dynamique des populations, modèles raides (Van der Pol),...)

Logiciel et langage Python : Préciser les attendus concernant l'utilisation du logiciel, les compétences de programmation.

MEU351 Analyse Hilbertienne - S6

Objectif général :

Point de vigilance : Définition du produit scalaire sur les espaces de fonctions. A articuler avec S5-Algèbre Calcul Diff et Analyse matricielle

Volume horaire : 30h

Modalités d'organisation : 6x2h cours+18h TD.

MCC :

ECTS :

Pré-requis :

Présentation générale

Contenus enseignés

- Séries de Fourier, théorie des projections orthogonales sur des espaces convexes.
- Exemples de familles de fonctions de références et de projections, en lien avec des problèmes d'optimisation.

Compétences visées/attendus

Détail des contenus et attendus (pour les collègues)

MEU352 Analyse matricielle et optimisation - S6 (v2024)

Objectif général :

Volume horaire : 42h :

Modalités d'organisation : 18h cours+18h TD+6h TP.

MCC : 20 % CC + 30 % partiel + 50 % examen

ECTS :

Pré-requis :

Algèbre du S5, calcul différentiel dans \mathbb{R}^n pour la partie optimisation.

Présentation générale

Contenus enseignés

- Produit scalaire et produit hermitien. Matrices auto-adjointes, unitaires et normales. Diagonalisation.
- Normes matricielles et conditionnement.
- Décompositions LU, Cholesky, QR. Résolution de systèmes linéaires par des méthodes directes.
- Problème de moindres carrés.
- Calcul de valeurs propres.
- Méthodes itératives pour la résolution de systèmes linéaires. Méthodes de gradient. Lien entre la résolution de systèmes linéaires dont la matrice est définie positive et la minimisation de fonctionnelles quadratiques.
- Minimisation de fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R} . Critères pour l'existence d'un optimum. Méthodes de descente. Exemple des méthodes de gradient.
- (S'il y a le temps : minimisation sous contrainte, méthode du gradient projeté/pénalisation, plutôt au dernier cours à titre d'ouverture pour la suite).

Compétences visées/attendus. Maîtriser les décompositions matricielles et comprendre les applications à la résolution de systèmes linéaires, au calcul approché de valeurs propres, à la résolution du problème de moindres carrés, etc (exemples vus parfois en TP). Connaître les méthodes directes de base et les méthodes de gradient pour la résolution de systèmes linéaires. Comprendre ce que c'est un problème d'optimisation et les méthodes de descente pour approcher la solution. Programmation en python de diverses méthodes. Il y a 3 TP, qui selon les années sont à différents moments du cours. Selon ce qu'a été vu en cours jusqu'au TP, on voit en TP des exemples d'application de certaines méthodes à des problèmes d'algèbre linéaire ou d'optimisation (on a déjà abordé le calcul approché de valeurs propres, la résolution de problèmes de moindres carrés, et les méthodes de gradient, avec des exemples concrets d'application).

MEU353 Topologie et Calcul Différentiel - S6

Objectif général : à coordonner avec le S3 et S4-topo ; en lien avec Analyse hilbertienne. L'objectif est de prendre le temps sur les extrema liés et les multiplicateurs de Lagrange. On peut se permettre de rester très général sur les théorèmes techniques (inversion locale et fonction implicite), sans chercher les difficultés.

Volume horaire 48h

Modalités d'organisation : 24h cours 24h TD

MCC : Session1 : 20%*CC+30%*Partiel+50%*ExamenEcrit ; Session 2 : 100%*Examen

Le CC est constitué de plusieurs interrogations écrites.

ECTS : 4,5

Pré-requis :

Topologie 1 et 2, produit scalaire, norme, parties compactes de l'espace euclidien, formules de Taylor en une variable.

Présentation générale :

En grande partie, calcul différentiel en plusieurs variables, avec en point de mire le théorème d'inversion locale, le théorème des fonctions implicites, et les multiplicateurs de Lagrange pour les extrema liés.

Contenus enseignés :

- Rappels de topologie : ouverts et fermés, fonctions continues, espaces métriques, puis espaces compacts, énoncé pour Bolzano-Weierstrass, les fonctions continues sur un compact atteignent leurs bornes, et application à l'équivalence des normes.
- Différentiabilité des fonctions de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^m : dérivées partielles, dérivées directionnelles, différentielle et fonctions de classe C^1 , composition, dérivées d'ordre supérieur (deux), relation de Schwarz, matrice Jacobienne, formule de Taylor.
- Théorème d'inversion locale (d'un ouvert de \mathbb{R}^n dans un autre), théorème du point fixe pour les applications contractantes.
- Théorème des fonctions implicites (rester effectif)
- Rappels sur les extrema (existence, différentielle nulle), relations avec la seconde dérivée et la Hessienne.
- Ensembles et fonctions convexes, surtout caractérisation par la dérivée seconde.
- Multiplicateurs de Lagrange pour les extrema liés.

MEU354 Statistiques inférentielle et analyse de données - S6

Objectif général :

A coordonner avec les UE S5 Proba/analyse, S6 MAN Stats multidimensionnelles

Logiciel R ou Python : préciser les attendus concernant l'utilisation du logiciel et les compétences en programmation (et prérequis).

Volume horaire : 48h :

Modalités d'organisation : 20h cours+16h TD+12hTP.

MCC :

ECTS :

Pré-requis : Probabilités-S5 ; Topologie-calcul dif-S6.

Présentation générale

Contenus enseignés

- Introduction à la démarche statistique inférentielle: estimateurs, méthode des moments, IC,
- Introduction au test d'hypothèse pour les moyennes et proportions.
- Partie TP : stats descriptives régressions et moindres carrés.

Compétences visées/attendus

MEU357ENS Géométrie et enseignement- S6 Parcours M2E

Objectif général (pour les collègues):

Volume horaire : 48h

Modalités d'organisation : 48h cours/TD intégré.

MCC :

ECTS :

Pré-requis :

S4 Algèbre et Géométrie , S5 Algèbre

Présentation générale

Contenus enseignés

Compétences visées/attendus

Détail des contenus et attendus (pour les collègues)

MEU357AN Méthodes numériques pour les équations différentielles - S6 Parcours MAN

Objectif général : Introduction aux équations différentielles linéaires et aux schémas aux différences finies pour ces EDPs linéaires.

Volume horaire : 42h :

Modalités d'organisation : 24h cours, 18h TP

MCC : [contrôle continu + examen final](#)

ECTS :

Pré-requis :

- Equation différentielles ordinaires : résultats d'existence et d'unicité (théorème de Cauchy-Lipschitz) et résultats d'existence en temps long (contraposée du lemme des bouts).
- Python :
 - bases du langage, utilisation efficace des structure de boucles
 - utilisation des tableaux numpy,
 - maîtrise de matplotlib (des rappels sont fait sur son utilisation avancée).
- Schémas numériques pour les EDOs : théorie (ordre, stabilité et preuve de convergence) et mise en pratique numérique.

Présentation générale

Introduction aux équations différentielles linéaires et aux schémas aux différences finies pour ces EDPs linéaires.

Contenus enseignés

- Equation de Poisson :
 - résolution explicite sur un segment $[a;b]$ et analyse par série de Fourier sur un pavé (produit des $[0;b_i]$) pour des solutions régulières et un second membre régulier.
 - Discrétisation classique en dimension 1 (matrice du Laplacien discret) et convergence de la méthode.
- Equation de la chaleur sans second membre : résolution par transformée de Fourier sur un segment en dimension 1 puis sur un pavé. Généralisation pour une donnée initiale L^2 . Application de la série de Fourier à des EDPs linéaires similaires.
- Equation de transport linéaire (vitesse indépendante de la solution) : méthode des caractéristiques et solution forte en l'absence de second membre ou pour des seconds membres simples.
- Schémas aux différences finies pour les problèmes d'évolutions linéaires :
 - ordre, stabilité L-infinie et théorème de Lax pour la convergence.
 - Application aux schémas upwind pour le transport et aux schémas explicites/implicites ou de Crank-Nicolson pour la diffusion.
- Mise en pratique de ces schémas en python : résoudre numériquement des cas pratiques, tracer des courbes de convergence.

Compétences visées/attendus

- Dimension 1 : savoir montrer l'existence et l'unicité des solutions et donner la forme des solutions,
- Connaître les schémas numériques les plus simples et savoir montrer leur convergence (upwind pour le transport, diffusion explicite et implicite). Connaître leurs conditions de stabilité le cas échéant.
- Mise en pratique des algorithmes en dimension 1. Savoir identifier les problèmes d'instabilité sur l'allure de la solution approchée. Savoir mettre en forme de façon lisible les résultats d'une simulation 1D (prise en compte de l'évolution temporelle de la solution sur les visualisations).
- B.A.-BA de la mise en œuvre numérique en dimension 2.

MEU358ENS Construction des nombres, arithmétique et enseignement- S6 Parcours M2E

Objectif général (pour les collègues):

Volume horaire : 30h

Modalités d'organisation : 30h cours/TD intégré réparties en 12 séances de 2h30.

MCC : Session 1 : CCE*40 % + EEF * 60 %; Session 2 : EEF*100 % ou oral.

Dans CCE : des travaux de groupe et des évaluations écrites.

ECTS : 3

Pré-requis : Algèbre et arithmétique (L2)

Présentation générale : construction de \mathbb{N} et écriture des entiers naturels, construction de \mathbb{Z} , construction de \mathbb{Q} et écriture des nombres rationnels, ensemble des nombres décimaux et écriture des nombres décimaux, construction de \mathbb{R} (si le temps le permet).

Contenus enseignés

Compétences visées/attendus

- Comprendre comment sont construits les différents ensembles de nombres d'un point de vue théorique.
- Comprendre comment sont introduits les différents ensembles de nombres dans l'enseignement primaire et secondaire en lien avec la construction historique des nombres.
- Comprendre l'écriture des nombres.
- Savoir analyser des extraits de copies d'élèves et des extraits de manuels scolaires.

Détail des contenus et attendus (pour les collègues) à compléter quand le cours aura été fait une fois.

MEU358AN Statistiques exploratoires multidimensionnelles - S6 Parcours MAN

Volume horaire : 36h : 18 cours+18h TP.

Objectif général (pour les collègues):

A coordonner avec les UEs S5 Proba/analyse/algèbre et S6 Stats inférentielle.

Logiciel utilisé R. Pas de programmation envisagée. On se limite à la découverte du logiciel et l'utilisation des outils. Préciser les attendus visés.

Pré-requis :

Algèbre

Présentation générale

Statistiques exploratoires multidimensionnelles.

Contenus enseignés

Utilisation des méthodes les plus courantes en statistiques descriptives multidimensionnelles :

- Analyse en Composantes Principales,
- Analyse factorielle des Correspondances
- Analyse des Correspondances Multiples.

MEU359MAN Projet tutoré - S6 Parcours MAN

Objectif général (pour les collègues):

Volume horaire : 15h

Modalités d'organisation : 15h TP- projet à réaliser en binôme.

MCC :

ECTS :

Pré-requis : Probabilités ; statistiques inférentielles ; EDO ; Analyse matricielle

Présentation générale

Contenus enseignés

Compétences visées/attendus

Détail des contenus et attendus (pour les collègues)

MEU359ENS Stage en établissement scolaire - S6 Parcours M2E

Objectif général (pour les collègues): Découverte du métier d'enseignant de mathématiques, Ce stage s'adresse aux étudiants qui sont attirés par les métiers de l'enseignement et qui veulent vérifier avant de s'engager dans la préparation du CAPES ou de l'agrégation qu'il leur convient.

Volume horaire : 15h+ stage 1j/sem entre janvier et avril en binôme dans un collège

Modalités d'organisation : 15h TP

MCC : 1ère session : examen écrit+ oral+ contrôle continu, 2ème session : examen écrit.

ECTS :

Pré-requis : Le stage proposé en L2 est un plus mais n'est pas un prérequis. Seule la motivation à découvrir le métier d'enseignant est vraiment requise.

Présentation générale :

Ce stage s'adresse aux étudiants qui sont attirés par les métiers de l'enseignement et qui veulent vérifier avant de s'engager dans la préparation du CAPES ou de l'agrégation qu'il leur convient. Le stage en collège (1 jour par semaine entre janvier et avril) est complété par 5 séances de TD où les étudiants vont découvrir les programmes et leurs documents d'accompagnement. À travers l'étude d'exercices, ils vont se sensibiliser à l'utilisation des TICE en classe et commencer à apprendre à faire une analyse des tâches.

Contenus enseignés

Compétences visées/attendus

- Utiliser les TICE et savoir le justifier ;
- Résoudre un exercice et écrire sa solution comme on voudrait l'avoir dans le cahier d'un élève ;
- Choisir un exercice et savoir justifier son utilisation en classe

Détail des contenus et attendus (pour les collègues) : Les séances d'accompagnement du stage permettent de discuter de ce qui a été observé en stage et de comprendre le travail d'un enseignant de mathématiques

- *Observation lors qu'on est au collège.*
- *Découverte des manuels et des programmes*
- *Utilisation des logiciels GeoGebra, du tableur et de Scratch au collège*
- *Analyse d'exercices utilisation les TICE ou la proportionnalité*
- *Analyse de tâches et écrire la solution d'un exercice avec une rigueur adaptée à un élève de collège.*

Lorsqu'ils sont au collège les étudiants observent leur tuteur de stage et peuvent intervenir (en classe en pratique accompagnée) ils découvrent tous les aspects du métier. Ils peuvent aussi suivre une classe toute une journée et aller dans les classes d'autres disciplines.