

UEs hors département de Mathématiques

Préparation aux cursus scientifiques d'Orsay (PCSO)

Math000A : Math PCSO Premier semestre - S1.

Mathématiques 1

Objectif : Acquérir les bases d'analyse mathématiques et de la géométrie pour les cursus scientifiques généraux.

Analyse : Généralités sur les fonctions d'une variable, limites et comportements globaux

Analyse (tronc commun) CM 30h + TD 30h:

- Règles de calcul, Inégalités, Inéquations, valeur absolue
- Généralités sur les fonctions
- Limites, continuité
- Dérivées

Géométrie (tronc commun) CM 30 h + TD 30h:

- Trigonométrie
- Points et vecteurs du plan
- Géométrie affine

Parcours Math -Phys

Objectif : Acquérir les fondations du raisonnement mathématique utiles aux cursus scientifiques supérieurs.

Analyse : démonstrations mathématiques à l'exemple du raisonnement par récurrence, suites arithmétiques et géométriques

Analyse (Cours-TD intégrés) 24 h :

- Raisonnement par récurrence
- Suites définies par récurrence
- Suites arithmétiques, géométriques

Géométrie (Cours-TD intégrés) 12h :

- Trigonométrie
- Droites et vecteurs du plan

Math000B : Math PCSO Second semestre - S2.

Mathématiques 2

Objectif : Acquérir les bases d'analyse mathématiques et de la géométrie pour les cursus scientifiques généraux.

Analyse (tronc commun) CM 30h + TD 30h :

- Étude de fonctions
- Fonctions continues sur un intervalle
- Bijections
- Logarithme népérien et exponentielle
- Premiers exemples d'équations différentielles

- Calcul intégral

Objectif : Acquérir les fondations du raisonnement mathématique utiles aux cursus scientifiques supérieurs.

Complément d'analyse (Cours-TD intégrés) 45h

- Étude de suites récurrentes
- Convergence des suites
- Introduction aux nombres complexes
- Exponentielle complexe
- Suites arithmétiques, géométriques

Arithmétique (Cours-TD intégrés) 15h

- Divisibilité dans $\mathbb{Z}$
- Th. de Bezout, Th. de Gauss

Objectif : maîtriser les connaissances et savoir-faire en probabilités de la spécialité maths de 1ère. Variables aléatoires et notions de lois comme introduction aux méthodes mathématiques utiles pour les sciences de la vie.

Math Proba pour la biologie CM 22,5h + TD 22,5h :

- Analyse combinatoire
- Probabilité d'un événement
- Probabilités conditionnelles
- Variables aléatoires discrètes, lois discrètes, convergence en loi
- Indépendance des variables aléatoires, covariance, corrélation

L1 Mathématiques Physique Chimie, spécialité PC

Parcours Classique (**remplace PCEU**)

PCm101: Analyse/calculs – S1. Volume horaire : 30h CM + 30h TD (**ex PCEU101**)

Objectif : Apprendre les bases d'analyse (fonctions d'une variable)

Programme :

- Ensembles, logique, quantificateurs
- Rappels sur nombres réels et complexes
- Fonctions et graphes
- Limites et continuité
- La dérivée et le développement limité
- Courbes paramétrées
- Propriétés de fonctions continues et dérivables, extrema
- Intégration
- Équations différentielles.

PCm151: Algèbre linéaire – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD + 12h TP (**ex PCEU151**)

Objectifs : Maîtriser les notions de base de l'algèbre linéaire dans le plan et l'espace

Programme :

- Matrices et applications linéaires dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
- Systèmes linéaires, pivot de Gauss.
- Déterminant
- Produit et composition. Matrices inversibles.
- Bases. Vecteurs propres, valeurs propres, matrices diagonalisables.
- Produit scalaire, projections orthogonales. Produit vectoriel. Projections et symétries.

Parcours Renforcé (remplace PCDD)

PCm102: Analyse/calculs renforcé - S1. Volume horaire : 30h CM + 30h TD (ex PCDD101)

Objectifs : Savoir manipuler

- Nombres réels et complexes.
- Courbes et fonctions d'une variable, tangentes, allure locale d'une courbe.
- Méthodes d'intégration.
- Résolution des équations différentielles linéaires (ordre 1 et 2).
- Fonctions de deux variables : dérivées partielles, plan tangent. Utilisation des développements limités.

Programme :

- Les nombres réels et complexes. Racines des trinômes.
- Graphes des fonctions usuelles. Fonctions trigonométriques, logarithmes, exponentielles.
- Limites, continuité, dérivée, règles de calculs. Valeurs intermédiaires et accroissements finis.
- Tableau de variation. Bijections. Fonctions réciproques.
- Intégration. Aire. Primitive. Intégration par parties. Changement de variables.
- Équations différentielles. Cas linéaire ordre 1 et 2. Cas affine. Équation homogène associée.
- Courbes paramétrées. Vecteur vitesse. Tangente d'une courbe.
- Développement limité. Formule de Taylor. Calculs avec et applications des DLs.
- Fonctions de deux variables. Lignes de niveau. Dérivées partielles. Gradient. Points critiques.

PCm103: Algèbre linéaire – S1. Volume horaire : 20h CM + 20h TD (ex PCDD151)

Objectifs:

- Acquisition des méthodes et principaux résultats d'algèbre linéaire dans l'espace $\mathbb{R}^n$.
- Comprendre et mettre en oeuvre l'algorithme de résolution d'un système linéaire.
- Acquisition du calcul matriciel en lien avec la notion d'application linéaire.
- Mise en oeuvre de raisonnements s'appuyant sur les notions de sous-espace vectoriel, de base, dimension et rang.

Programme:

- L'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$. Rappels sur les présentations paramétriques et cartésiennes des droites et plans dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
- Systèmes linéaires : méthode du pivot et rang.
- Matrices et applications linéaires. Calcul matriciel de l'image d'un vecteur. Exemples géométriques dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
- Produit de matrices et composition. Matrices inversibles. Le cas de la dimension 2 en relation avec le déterminant et l'aire.
- Sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^n$ définis par équations cartésiennes ou systèmes générateurs.
- Notions d'indépendance linéaire, de famille génératrice, bases et coordonnées, dimension. Principe de construction et calculs dans des cas simples.
- L'équation $AX=Y$: noyau, image et rang.

PCm152: Analyse – S2. Volume horaire : 30h CM + 30h TD

Objectifs: Apprendre des bases d'analyse et théorie spectrale en dimensions 2 ou plus.

Programme:

- Vecteurs propres et valeurs propres associées. Diagonalisation.
- Fonctions à plusieurs variables. Deuxièmes dérivées. Hessienne. Points extrémaux.
- Équations différentielles (notamment linéaires).

L1 Biologie-Chimie-Sciences de la Terre

BCST101 : Mathématiques de la Modélisation – S1. Volume horaire : 21h CM + 28h TD

Objectifs : Le but est de consolider les acquis du lycée et de donner les outils mathématiques utiles pour poursuivre en Biologie ou Chimie. Pour se familiariser avec la modélisation de problèmes biologiques nous insisterons sur la notion de fonctions d'une ou plusieurs variables (utile par exemple pour discuter la dynamique d'une population). Puis nous étudierons les probabilités (présentes par exemple dans les lois de Mendel) pour introduire les bases nécessaires au cours de statistiques de deuxième année.

Programme :

- 1) Analyse
 - Étude de fonction : dérivation, composition, inversion, extrema et asymptotes, l'accent est mis sur la représentation graphique et la manière dont les différentes notions peuvent se visualiser.
 - Intégration : lien primitive/intégrale, formule d'intégration par parties, formule de changement de variable, intégrale sur des intervalles non bornés.
 - Introduction aux fonctions de plusieurs variables : lignes de niveau, fonctions partielles, continuité, dérivées partielles, différentielle (utilisation pour estimer l'erreur d'une mesure).
- 2) Probabilités
 - Calcul des probabilités : manipulation d'événements, probabilités conditionnelles, indépendance d'événements
 - Variables aléatoires discrètes : loi, espérance, variance et les lois usuelles : Bernouilli, binomiale, uniforme, géométrique, hypergéométrique, Poisson
 - Variables aléatoires continues : Fonctions de répartition, quantiles et les lois usuelles uniforme, exponentielle, gaussienne.
 - Convergence en loi : approximation de la binomiale par la Poisson ou la gaussienne.
 - Couples de variables aléatoires discrètes, notion de corrélation.

L1 Biologie-Chimie Double Diplôme

BCDD101 : Équations différentielles – S1. Volume horaire: 12h CM + 12h TD

Objectifs : L'objectif de ce module est d'étudier des équations et courbes liées à la modélisation en biologie et en chimie. Pour un certain nombre de modèle, cela revient à résoudre des équations différentielles qui dépendent par ailleurs de paramètres que l'on peut ajuster par des méthodes statistiques afin que le modèle corresponde le mieux possible à un jeu d'observations.

Compétences : Savoir résoudre des équations et tracer et interpréter les solutions. Être capable d'analyser les paramètres du problème et les approcher grâce à des données expérimentales.

Description :

1. Ajustement statistique
 - a. Régression linéaire
 - b. Solutions d'équations et calibration de paramètres par ajustement.
2. Équations différentielles
 - a. Équations différentielles linéaires
 - b. Équations à variables séparables et primitives

L1 Informatique

Info111 : Int programmation impérative – S1. Volume horaire : 18h TD + 24h TP

Présentation générale

Cet enseignement est dispensé à une douzaine de groupes d'une trentaine d'étudiants dans le portail de Licence 1 « Mathématique – Informatique » et dans les Licences « double diplôme » adossées à la Faculté des sciences d'Orsay.

Objectifs pédagogiques

- Donner un aperçu de ce qu'est l'informatique en tant que science.
- Aborder les bases de la programmation impérative : variables, conditionnelles, boucles, fonctions, tests, documentation, tableaux, programmation modulaire.
- Nourrir ceux qui programment depuis des années tout en soutenant pas à pas ceux qui débutent.
- Donner des bases solides à tous, car tous côtoieront l'informatique, que ce soit comme informaticiens ou en étant amenés à traiter des informations ou à automatiser des tâches dans leur métier.

Contenu enseigné

- Environnement Jupyter ; syntaxe du C++
- Mémoire, conditionnelles, boucles simples
- Fonctions, tableaux, collections
- Tableaux à deux dimensions, boucles imbriquées
- Chaînes de caractères, flux de données
- Lecture et écriture de fichiers, affichage graphique
- Exceptions, débogage, tests, documentation
- Modularité, compilation séparée, projet

Informations pratiques

- Langage de programmation: C++ ; au début, interprété avec Jupyter ; puis compilé en ligne de commande
- Les étudiants ont 1h30 d'amphi le lundi matin ; chaque chargé de TD assiste à un des amphis du semestre

Mineures disciplinaires de Santé

Santée151 Mathématiques de la modélisation – S2. Volume horaire : 20h CM + 20h TD WIMS

Ce cours prépare à la mineure sciences fondamentales du concours PASS : les étudiants vont devoir répondre à un QCM, donc il faut les entraîner à des exercices d'applications directes du cours.

- Les fonctions d'une variable réelle : fonctions usuelles, limite, dérivée, étude de fonctions.
- L'intégration : primitive, théorème fondamental, intégration par parties, changement de variable, intégrale généralisée.
- Les fonctions de plusieurs variables réelles : domaine de définition, courbe de niveau, dérivée partielle.
- Le calcul de probabilités : univers, loi de probabilité, dénombrement, probabilité conditionnelle.
- Les variables aléatoires discrètes : lois usuelles, espérance, variance, v.a. indépendantes.

- Les variables aléatoires à densité : densité, fonction de répartition, lois usuelles, paramètres de position et dispersion.
- La convergence en loi des variables aléatoires : binomiale vers Poisson et normale centrée réduite

L2 Physique

Math255 Analyse pour les physiciens – S3. Volume Horaire : 24h CM + 36h TD

Compétences :

- Fonctions de plusieurs variables, champs de vecteurs
- Dérivées partielles, intégration en dimension 1,2,3, intégration le long de courbes et surfaces paramétrées
- Formules de Stokes

Description :

- Rappels sur les fonctions d'une variable : continuité, dérivées, formule de Taylor, intégrales
- Arcs paramétrés, orientation, longueur d'un arc, intégration par rapport à l'élément de longueur, champs de vecteurs, circulation le long d'un arc
- Fonctions de plusieurs variables : continuité, dérivées partielles, différentielle, formule de Taylor, dérivées partielles des fonctions composées, intégrales dépendant d'un paramètre, points critiques, extrema locaux
- Intégrales doubles : définition, changement de variables, cas particuliers : coordonnées polaires, transformations linéaires,
- Surfaces paramétrées, vecteur normal, orientation, paramétrages des surfaces de base : plans, sphères, cylindres, cônes. Aire de surface, intégration par rapport à l'élément d'aire. Flux d'un champ de vecteurs à travers une surface orientée
- Intégrales triples : définition, lien avec les volumes, changement de variables, cas particuliers : coordonnées sphériques et cylindriques, transformations linéaires, symétries, intégration sur les surfaces et les corps de révolution
- Intégration par partie pour les intégrales multiples : formules de Green-Riemann, Gauss-Ostrogradski, Stokes

Math259 : Algèbre pour physiciens - S3. Volume horaire : 18h CM + 22h TD

Contenu du cours :

- Espace vectoriel. Famille libre/génératrice. Principe de dimension. Produit scalaire, norme. Orthogonalité. Isométries, covariance. Projections orthogonales. Régression linéaire (méthode de moindres carrés). Matrices de rotation (en dimension 2). Lien avec nombres complexes.
- Formes alternées. Déterminant (notamment en dimensions 2 et 3). Produit vectoriel (en dimension 3).
- Référentiel en rotation (en dimensions 2 et 3), forces de centrifuge/Coriolis.
- Théorie spectrale pour les matrices (en particulier dimensions 2 ou 3). Valeurs/vecteurs propres. Polynôme caractéristique. Décomposition spectrale. Matrices symétriques, matrices définies positives/négatives. Caractérisation de Sylvester. Diagonalisation. Matrices de Gram. Formules de récurrences, équations différentielles.

Math256 : Analyse de Fourier pour la physique – S4. Volume horaire : 30h CM + 45h TD

Contenu du cours :

- Rappels sur les nombres complexes, module, argument. Trigonométrie, linéarisation d'expressions
- Rappels sur les Suites. Suites récurrentes et leur convergence. Critère de Cauchy
- Intégrales. Rappels sur les intégrales et primitives, méthodes d'intégration. Intégrales indéfinies. Critères de convergence
- Séries. Convergence absolue, critère de comparaison avec une intégrale. Critère de Leibniz pour les séries alternées.
- Suites et séries de fonctions. Convergence simple et uniforme. Continuité pour la limite uniforme de fonctions continues. Convergence normale. Intégration et dérivation des suites/séries de fonctions.
- Séries de Fourier. Séries trigonométriques (cas réel, cas complexe), critères de convergence normale. Théorème de Dirichlet. Convergence uniforme de la série de Fourier pour les fonctions C^2 . Applications : résolution de l'équation des ondes. Inégalité isopérimétrique
- Transformée de Fourier. Fonctions à support compact. Transformée de Fourier des fonctions de l'espace de Schwartz. Convolution, inversion de Fourier, et formule de Plancherel. Applications : théorème de Nyquist (traitement du signal), principe d'incertitude de Heisenberg, théorème central limite.

L2 Chimie

Math250 : Fonctions de plusieurs variables – S3. Volume horaire : 18h CM + 27h TD

Objectifs d'apprentissage : Description, représentation et étude des fonctions de deux ou trois variables. Application aux systèmes différentiels.

Programme :

- 1) Géométrie du plan et de l'espace (équations de droites et de plans, coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques)
- 2) Représentation des fonctions de plusieurs variables (surfaces et lignes d'isovaleurs, fonctions partielles)
- 3) Continuité et dérivabilité des fonctions de plusieurs variables (dérivées partielles, gradient, application aux calculs d'incertitude)
- 4) Étude des points critiques et extrema des fonctions de deux variables
- 5) Lien avec les systèmes différentiels (trajectoires et portrait de phase, systèmes conservatifs et hamiltoniens)
- 6) Systèmes différentiels linéaires (classes de similitude, valeurs propres, application à l'oscillateur harmonique)

L2 Interface Physique Chimie

Math252 : Calc diff appliqué - S3. Volume horaire : 25h CM + 25h TD

Présentation générale : L'objectif de ce module est de développer la maîtrise des outils de bases de l'analyses mathématiques nécessaires à la modélisation et l'étude de problèmes scientifiques.

Contenu enseigné :

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2
- Fonction de plusieurs variables : continuité, développements limités, nature des points critiques.
- Intégrations et formule de Green-Ostrogradsky. Circulation et travail d'une force, intégrale double et triple.

Compétences visées :

- Savoir reconnaître et résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2

- Savoir manipuler des fonctions de plusieurs variables et faire des estimations grâce aux développements limités
- Savoir intégrer des fonctions élémentaires sur des domaines classiques du plan et de l'espace

L2 Interface Biologie Chimie

Math257 : Equadiff, Mathématiques pour Biologie-Chimie – S3. Volume horaire : 10h CM + 16h TD

Objectifs : Savoir résoudre les systèmes d'équations différentielles rencontrés en cinétique chimique. Savoir maîtriser le calcul matriciel en dimension 2 ou 3 et s'initier aux notions de valeur propre et de vecteur propre dans ce cadre.

Programme :

- Équations différentielles linéaires du premier ordre. Méthode de variation de la constante. Équations différentielles à variables séparées
- Calcul matriciel en dimension 2 ou 3, déterminant, systèmes linéaires, diagonalisation des matrices 2x2 et 3x3.
- Systèmes différentiels linéaires de 2 équations à 2 inconnues.

L2 Biologie

Biol233 : Écologie et statistiques appliquée – S4. Volume horaire : 6h CM + 12h TD

Objectifs :

- Énoncer et définir les causes principales de perte de biodiversité et les expliquer sur la base d'exemples du cours.
- Décrire, analyser et interpréter un document ou un graphique basé sur des données scientifiques du domaine de l'écologie.
- Choisir le test statistique approprié à l'analyse des données parmi les tests vus en cours.
- Formuler les étapes des tests statistiques.
- Mettre en œuvre un test avec R en adaptant et réutilisant les scripts vus en cours/TP/TD.
- Interpréter du point de vue statistique et écologique les résultats des tests réalisés avec R.

Programme :

Le fonctionnement d'un écosystème est le résultat de phénomènes aléatoires que l'on peut étudier à partir de données recueillies sur le terrain. Pour aborder cette problématique, l'enseignement mêle un cours d'écologie fondamentale et des enseignements fondamentaux et appliqués en bio-statistiques.

Le cours d'écologie fondamentale porte sur la compréhension des processus responsables de la diminution de la biodiversité. Cinq volets seront particulièrement étudiés : les invasions biologiques, les changements climatiques, la destruction et la fragmentation des habitats, la surexploitation des espèces et les pollutions anthropiques. Le cours de biostatistiques introduit des méthodes statistiques de base dont le principe et la mise en place pratique seront introduits lors des séances de TP. Le cours de statistiques fait suite au cours de statistiques du L2S3. Les méthodes statistiques abordées sont les tests gaussiens d'homogénéité des moyennes et des variances, le théorème de la limite centrale, les intervalles de confiance.

En TP, les étudiants apprendront à traiter des problèmes d'écologie à partir de jeux de données réels extraits d'études relatives aux thèmes abordés en cours. Le contexte et le plan d'expérience de l'étude seront introduits et discutés. Les étudiants seront amenés à répondre à des questions en écologie en mettant en œuvre des tests statistiques (modélisation statistique et mise en œuvre dans le logiciel R).

Math291 : Tests statistiques pour la biologie - S3. Volume horaire : 10h CM + 15h TD

Objectifs :

- Identifier une variable aléatoire dans un problème de biologie et proposer une modélisation en identifiant notamment la nature de la variable.
- Formuler les étapes des tests statistiques.
- Réaliser un test du chi-deux portant sur une/plusieurs variables aléatoires qualitatives.
- Réaliser un test de conformité portant sur une variable aléatoire quantitative gaussienne.
- Choisir le test statistique approprié à l'analyse des données parmi les tests vus en cours (test du chi-deux de conformité et d'indépendance, tests de conformité sur la moyenne (Student ou approximation gaussienne)).

Plan :

Lois usuelles et principe des tests statistiques. Tests statistiques suivants :

- Test de conformité de moyenne gaussien
- Test binomial
- Test de conformité de moyenne Student
- Test du Chi2 : conformité et indépendance

Math291b: Bio+ - S3. Volume horaire : 40h Cours/TD intégré

Objectifs : A l'issue de cet enseignement les étudiants seront capables de :

- Identifier une variable aléatoire dans un problème de biologie et proposer une modélisation en identifiant notamment la nature de la variable, sa loi et sa nature.
- Formuler les étapes des tests statistiques.
- Réaliser un test du chi-deux portant sur une/plusieurs variables aléatoires qualitatives.
- Réaliser un test de conformité portant sur une variable aléatoire quantitative gaussienne.
- Réaliser un test de conformité portant sur le paramètre de proportion dans le modèle binomial.
-

Plan : Cette UE est spécifique au cursus BioPlus. Elle permet aux étudiants de la promotion de suivre tous les cours/TD sous forme d'enseignements intégrés, en abordant notamment les lois de probabilité usuelles et le principe des tests statistiques suivants :

- Test de conformité gaussien
- Test binomial
- Test de conformité de Student
- Test du Chi2 : conformité et indépendance

Maths294 : Math bio-concours 1 Algèbre - S3. Volume horaire : 40h cours/TD intégré

Cette UE s'adresse aux étudiants L2 Bio qui préparent les concours d'entrée aux écoles agro et de véto

Contenu du cours : algèbre linéaire

- Espace vectoriel, familles libres, génératrices, bases
- Applications linéaires, matrices, changement de base
- Déterminant, vecteur et valeur propre, diagonalisation.

Math295 : Math bio-concours 2 Analyse - S4. Volume horaire : 25h cours/TD intégré

Cette UE s'adresse aux étudiants L2 Bio qui préparent les concours d'entrée aux écoles agro et de véto

Contenu du cours :

- Fonctions réciproques, introductions de fonctions réciproques trigonométriques

- Continuité, dérivabilité, étude de fonctions
- Intégration, primitives, IPP et changement de variable
- Équations différentielles du premier ordre

L3 Biologie

Math391 : Modèles dynamiques en biologie – S5. Volume horaire : 24h cours/TD intégré

Objectifs :

- Modéliser un phénomène biologique par des fonctions dépendantes du temps, en utilisant des équation(s) différentielle(s).
- Résoudre mathématiquement des équations différentielles.
- Identifier mathématiquement et graphiquement les conditions d'équilibre d'un système d'équations différentielles.
- Interpréter biologiquement l'étude mathématique d'équations ou de systèmes différentiels.
- Aborder la linéarisation d'un système différentiel

Programme :

- 1) Études de fonctions, notion de dérivée, notion de limite, tracé de graphes de fonctions.
- 2) Résolution théorique de quelques équations différentielles simples suivie de l'apprentissage de la méthode de résolution qualitative (points d'équilibre, solution stationnaire, diagramme de phase) et application de cette méthode à des équations différentielles quelconques.
- 3) Résolution qualitative de systèmes de 2 équations différentielles (points d'équilibre, isoclines, diagramme de phase).

Application à la modélisation en Biologie : Apprendre à écrire la ou les équations différentielles décrivant la dynamique d'un phénomène biologique (évolution d'une population, cinétique d'une réaction chimique, ...), étudier la ou les équations obtenues grâce aux outils mathématiques précédemment développés, interpréter biologiquement les conclusions mathématiques.