Programme LDD1

MDD101 - Analyse – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Apprendre à raisonner de façon rigoureuse sur les notions d'analyse du lycée (limites, suites, continuité, dérivabilité)

Programme :

1. Nombres réels (axiomes des opérations et de l'ordre, axiome d'Archimède, densité des rationnels, bornes supérieures et inférieures, complétude pour l'ordre.
2. Limites de fonctions (finies et infinies, en un réel, en l'infini) ; limites de fonctions monotones et de suites.
3. Autour des suites (propriété de Bolzano-Weierstrass, suites de Cauchy).
4. Fonctions continues et théorèmes des valeurs intermédiaires.
5. Fonctions dérivables, théorèmes de Rolle et des accroissements finis, applications aux variations (croissance et convexité) des fonctions.

MDD102 – Algèbre – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Apprendre à raisonner de façon rigoureuse. Voir des structures algébriques concrètes classiques pour préparer leur étude abstraite.

Programme :

1. Logique et raisonnement (manipulation des connecteurs et quantificateurs, quelques types de raisonnement : contraposée, récurrence...).
2. Ensembles et applications (manipulation de bases des ensembles, injectivité, surjectivité, images directes et réciproques, principe des tiroirs, dénombrement, binôme de Newton).
3. Relations d'équivalence, ensembles quotients, relations d'ordre.
4. Arithmétique (division euclidienne, algorithme d'Euclide, factorisation en nombre premiers, pgcd, ppcm).
5. Nombres complexes (notions de base, interprétation géométrique, racines carrées, racines de l'unité).
6. Polynômes sur R ou C (définitions de base, racines et multiplicité, division euclidienne, caractérisation des polynômes irréductibles)

MDD103DU – Mathématiques et Physique en interaction – S1. Volume horaire : 12h CM + 12h TD

Objectifs d'apprentissage : Apprendre les rudiments de Python. Introduire une démarche expérimentale (via des simulations numériques) pour étudier des problèmes simples à l'interface de la physique et des maths

Programme : Suites définies par récurrence, fonctions de plusieurs variables, chaînes de Markov

MDD151 – Calcul intégral – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Apprendre à raisonner sur les notions d'analyse vues au cours de calculus du 1er semestre. Savoir bien calculer avec les fonctions usuelles (intégrales, dérivées, limites)

Programme :

1. Théorème de la bijection réciproques et fonctions usuelles.
2. Techniques de calcul de l'intégrale de Riemann de fonctions continues au moyen des fonctions usuelles.
3. Formules de Taylor et développements limités, application aux calculs de limites et représentation locale du graphe d'une fonction continue (tangentes et asymptotes).
4. Equations différentielles ordinaires résolubles avec les fonctions usuelles.

MDD152 – Algèbre linéaire – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Calculer sans erreur, comprendre des objets mathématiques abstraits, maîtriser des raisonnements mathématiques rigoureux et complets

Programme :

1. Systèmes linéaires (exemples divers, systèmes d'équations linéaires, notation matricielle, exemple de résolution de systèmes linéaires, méthode des quatre couleurs, trois opérations fondamentales, questions d'existence et d'unicité)
2. Méthode du pivot de gauss et formes échelonnées (systèmes échelonnés et systèmes échelonnés réduits, deux résultats théoriques et une démonstration, position de pivot et exemples supplémentaires, algorithme du pivot de Gauss, solutions d'un système linéaire, représentation paramétrique d'un ensemble de solutions, résolution par substitution successives, synthèse théorique sur la méthode du pivot de Gauss)
3. Systèmes linéaires dépendant de paramètres (exercices corrigés)
4. Espaces vectoriels (Introduction, vecteurs de R^2, interprétation géométrique de R^3, vecteurs de R^n, combinaisons linéaires générales, interprétation géométrique, applications linéaires du plan R^2 dans lui-même)
5. Systèmes linéaires homogènes (représentation vectorielle des systèmes linéaires, familles libres de vecteurs, familles génératrices de vecteurs, familles libres et génératrices de vecteurs)
6. Produit scalaire, produit vectoriel, produit mixte (produit scalaire dans l'espace vectoriel euclidien R^3, présentation des deux seules orientations dans l'espace R^3, produit vectoriel dans R^3, applications bilinéaires, produit mixte, applications trilinéaires alternées, déterminant d'ordre 3)
7. Espaces vectoriels (structure d'espace vectoriel sur R et premières propriétés, sous-espaces vectoriels, combinaisons linéaires de vecteurs, trois opérations sur les vecteurs, familles libres et familles liées, bases, dimensions, coordonnées, somme de deux sous-espaces vectoriels)
8. Applications linéaires (homomorphismes linéaires entre espaces vectoriels, image et noyau d'une application linéaire, applications linéaires et dimension, projecteurs)
9. Matrices (Etude d'un cas particulier éclairant, passage au cas général, matrices de rotation en géométrie euclidienne planaire, matrice ligne et matrice colonne, espace vectoriel M_{m,b}(R), multiplication des matrices, anneau des matrices carrées d'ordre n, matrices scalaires, diagonales et triangulaires, matrices inversibles, changement de bases, transposition des matrices, matrices inverses et systèmes linéaires, inverses de matrices 2 x 2, algorithme de calcul de l'inverse d'une matrice, matrices élémentaires)
10. Déterminants (applications multilinéaires, applications multilinéaires alternées, déterminants, déterminant du produit de deux matrices M_n(R), développement d'un déterminant selon les éléments d'une rangée, matrice adjointe, critère pour l'invertibilité des matrices))
11. Théorie du rang (rang d'une application linéaire, matrices extraites d'une matrice, systèmes d'équations linéaires, systèmes de Cramer, résolution d'un système linéaire général).

MDD153 – Calcul scientifique avec Python – S2. Volume horaire : 12h CM + 24h TP

Objectifs d'apprentissage : Apprentissage de la syntaxe de Python pour être autonome ensuite dans les cours de maths qui utilisent/étudient des algorithmes.

Programme :

1. Syntaxe de base (type, fonctions, branchements et boucles)
2. Numpy
3. Matplotlib
4. Pandas

MDD154 – Logique et démonstration assistée par ordinateur – S2. Volume horaire : 4h CM + 24h TP

Objectifs d'apprentissage : Apprendre à lire et écrire des démonstrations très précises, particulièrement à propos de limites de suites.

Programme : Règles logiques fondamentales, mises en œuvre dans l'assistant de preuve Lean, avec une interface adaptée à l'enseignement en L1. Fonctions (im)paires, (dé)croissantes, injective, surjective. Limite de suites. Suites extraites. Suite de Cauchy. Continuité.

MDD155 – Mathématiques pour l'économie – S2. Volume horaire : 24h CM/TD intégré

Objectifs d'apprentissage : Calculer : dérivées partielles, extremums.

Programme : Fonctions de plusieurs variables, formule de Taylor, extremums avec ou sans contraintes, Lagrangien.

Programme LDD2

MDD201 – Analyse et convergence – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Étude des notions fondamentales de l'analyse

Programme :

- Séries numériques : sommation et intégration, critères de convergence, système de sommation
- Séries de fonctions : convergence simple, uniforme, normale, dérivation et intégration terme à terme, normes dans les espaces de fonctions
- Séries entières : rayon de convergence, développements, applications aux EDO
- Séries de Fourier : exemples, orthogonalité
- Intégrales à paramètre : dérivation sous le signe intégral, domination, méthode de Feynman
- Fonctions de plusieurs variables : espaces euclidiens, normes, continuité, dérivées partielles, différentiabilité
- Intégrales doubles : sommes de Darboux, mesure et intégrabilité de Jordan, Fubini, changement de variables

MDD202 – Structures algébriques – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Calculer sans erreur, comprendre des objets mathématiques abstraits, maîtriser des raisonnements mathématiques rigoureux et complets

Programme :

1. Arithmétique sur Z et dans Z/nZ (ensemble N des entiers positifs, relation d'ordre sur les entiers naturels, élément minimal et élément maximal, anneau Z des entiers relatifs, division à l'école élémentaire, divisibilité dans Z, idée de congruence et de périodicité dans le monde réel, congruence modulo un entier, anneau $(Z/nZ,+,x)$, multiplication modulaire et exponentiation modulaire, exemples de calculs modulo un entier, contraction de calculs avec des grands nombres, carrés modulo un entier, nombres de Fermat, exponentiation rapide, division euclidienne générale dans Z, algorithme d'Euclide : histoire et géométrie, algorithme d'Euclide : Plus Grand Commun Diviseur, théorème de Bézout, théorème de Gauss et applications, équations linéaires à coefficients entiers, Plus Petit Commun Multiple, décomposition des entiers en facteurs premiers, théorème de Fermat, théorème de Wilson, intégrité et non-intégrité de Z/nZ, théorème des restes chinois, anneaux commutatifs, groupe des inversibles d'un anneau commutatif, anneaux commutatifs produits, isomorphismes entre anneaux commutatifs, isomorphisme $Z/mnZ \sim Z/mZ \times Z/nZ$ pour $m \wedge n = 1$, multiplicativité de la fonction indicatrice φ d'Euler, théorème d'Euler)
2. Groupes abstraits (définition de la structure de groupe, exemples et conséquences, morphismes et isomorphismes de groupes, automorphismes de groupes, automorphismes intérieurs et sous-groupes conjugués, sous-groupes $H \subset G$ d'un groupe G, Noyau Ker(f) et image Im(f) d'un morphisme de groupes f, sous-groupes engendrés par une partie, relation d'équivalence, classe à gauche et classes à droite, modulo un sous-groupe, indice $[G : H]$ d'un sous-groupe $H \subset G$, théorème de Lagrange, concept d'ordre d'un élément de groupe, formule d'inversion de Möbius, groupes monogènes et groupes cycliques, groupes quotients, théorème de factorisation)
3. Groupes symétriques (définitions et premières propriétés du groupe, orbites d'une permutation $\sigma \in S(E)$, conjugaisons comme changements de coordonnées sur E, classes de conjugaison de S(E) et partitions, systèmes de générateurs, groupe alterné)
4. Anneaux et corps abstraits (anneaux généraux, morphismes d'anneaux et idéaux, groupes des inversibles dans un anneau, intégrité et structure de corps, corps des fractions d'un anneau commutatif intègre, caractéristique d'un anneau intègre, caractéristique d'un corps)
5. Polynômes (définition abstraite des polynômes formels, addition et multiplication dans A[x], notation définitive pour les polynômes, division euclidienne dans K[x], idéaux I dans K[x] et anneau principal K[x], Plus Grand Commun Diviseur dans K[x] et théorème de Bézout, théorèmes de divisibilité dans K[x], algorithme d'Euclide dans K[x], exemples de calculs pratiques de PGCD dans K[x], polynômes irréductibles dans K[x])

6. Racines (dérivée d'un polynôme, dérivées successives, formules de Mac-Laurin et de Taylor, zéros d'un polynôme, polynômes de C[x] et de R[x], polynômes irréductibles dans R[x], résolution des équations de degré 3, compléments en caractéristique positive)
7. Fractions (corps FK[x] des fractions rationnelles, partie entière d'un fraction rationnelle, décomposition d'une fraction rationnelle sur un corps commutatifs K, décomposition sur le corps des nombres complexes, décomposition sur le corps des nombres réels, méthode par identification)

MDD203 – Probabilités et statistiques – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs d'apprentissage : Introduction aux Probabilités discrètes.

Programme : Espaces de probabilités finis, variables aléatoires, espérance, variance. Modèles de tirages avec ou sans remise. Indépendance. Formule de transfert. Lois Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson. Marches aléatoires. Loi faible des grands nombres. Théorème de Moivre-Laplace. Tests statistiques.

MDD251 – Analyse et géométrie – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Programme :

- Topologie de R^d (Les normes usuelles sur R^d (normes 1, 2, infinie) : La définition d'une norme sur R^d, les normes d'applications linéaires et normes matricielles; l'équivalence des normes sur Rd ; La définition de boule ouverte, fermée, de sous-ensembles ouverts, fermés, bornés et de voisinages dans Rd ; La définition de suite convergente dans Rd ; La caractérisation séquentielle des fermés ; Le théorème de Bolzano-Weierstrass dans Rd ; La définition de sous-ensemble compact dans Rd ; La définition de suite de Cauchy dans Rd ; La complétude de Rd.
- Limites et continuité de fonctions de plusieurs variables : La définition de limite d'une fonction de plusieurs variables ; La définition de continuité d'une fonction de plusieurs variables ; Le fait que l'image continue d'un compact est compact, et en particulier qu'une fonction continue sur un compact et à valeurs réelles est bornée et atteint ses bornes.
- Dérivation des fonctions de plusieurs variables : La définition de dérivée partielle d'une fonction de plusieurs variables ; Définition de la différentielle d'une application de R^d dans R^p ; gradient ; La définition de fonction de classe C1 sur un ouvert de Rd en termes de dérivées partielles; Les opérations sur les dérivées partielles, en particulier la dérivée partielle d'une composition différentiation des applications composées (formule de la chaîne) ; Les dérivées partielles d'ordre supérieur et les fonctions de classe C^n; La formule de Taylor (au moins à l'ordre 2) et son interprétation géométrique ; Application à l'étude des extrema locaux d'une fonction de deux variables à valeurs réelles.
- Espaces vectoriels normes : Les espaces vectoriels normés classiques (R^d, espaces de matrices, espaces de fonctions continues, C^k); La notion d'espace de Banach, dans lesquels toute série absolument convergente est convergente. Faire le lien avec la convergence normale du S3; Le théorème du point fixe de Banach-Picard; La notion d'application linéaire continue sur un espace vectoriel normé.

MDD252 – Algèbre linéaire 2 – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs pédagogiques : Espaces euclidien, Déterminants, Réductions des endomorphismes

Programme :
1. Espaces Euclidien : produits scalaires, groupe orthogonal, adjoint,
2. Déterminants : définition, développement par rapport d'une ligne/colonne, Réduction : vecteurs propres, Cayley-Hamilton, Critères de diagonalisation, trigonalisation sur C, Diagonalisation des matrices symétrique, forme normale de Jordan, application à l'exponentielle des matrices

MDD253DU – Analyse numérique avec Python – S2. Volume horaire : 18h CM + 24h TP

Objectifs pédagogiques : Le but est de décrire des processus de modélisation et de validations numériques en insistant sur les aspects de mise en œuvre informatique. Ainsi, aussi bien théoriquement que numériquement, un modèle simplifié est d'abord présenté puis ses limites sont identifiées et mises en évidence de manière rigoureuse et enfin des corrections sont apportées. Tout ceci dans un processus itératif jusqu'à obtention d'un modèle théorique et numérique plus réaliste. Les thèmes abordés sont entre autres

- La dynamique des populations
- L'analyse des suites numériques afin d'en extraire la vitesse de convergence et de quantifier l'impact des constantes asymptotiques, notamment dans l'analyse plus fine de la convergence, comme celle d'évaluation de gains par itération ; servant dans la suite du cours à l'analyse et à la comparaison des méthodes numériques d'approximation ciblant :
    - L'interpolation numérique
    - L'intégration numérique
    - La résolution numérique d'équations différentielles ordinaires
    - La recherche numérique des zéros de fonctions.
    - Le langage de programmation est le python dans ses versions les plus récentes et l'environnement de travail est le Jupyter-notebook.

Programme :

- Modèles de dynamique de populations. Ceci nous sert de modèle mathématique de support : modèle de croissance géométrique, modèle de Mathus, modèle de Verhulst, modèle de croissance logistique, puis de prédateurs-proies. Dans cet ordre-là afin de montrer comment un modèle est corrigé mathématiquement afin de le rendre plus réaliste. En TP prise en main des solveurs d'ODE de python. Analyse de suites logistiques (découverte de différents diagrammes (Feigenbaum, Lamerey, application de Poincaré). Méthode rigoureuse de détermination numérique de la période (dans ce contexte d'arithmétiques non exactes) dans le cas du modèle Lotka Volterra.
- Interpolation polynômiale : une séance entière est consacrée à l'analyse numérique des suites numériques (ordre de convergence, constante asymptotique, gains par itération) car les schémas numériques génèreront essentiellement des suites numériques qu'il faudra étudier. Ensuite nous développons l'interpolation de Lagrange et leurs évaluations efficaces dans les bases canonique, de Lagrange, et de Newton. Phénomène de Runge est présenté ainsi que des essais de correction. Nous faisons aussi un peu d'algorithmique dans cette partie, comme par exemple le contrôle de la propagation d'erreur par déplacements optimaux (basés sur la règle de Sheppard) dans la table des différences des divisées.
- Intégration numérique: Construction analyse et mise en œuvre des formules de quadratures élémentaires et composites : Formules Newton-côtes, de Gauss (Legendre, Lobatto, etc.)
- Introduction à la résolution numérique des équations différentielles ordinaires. Construction, analyse et mises en œuvre de quelques schémas numériques à un pas : Euler, Point-Milieu, Cranck-Nicolson, Heun. Algorithme de monitoring de l'erreur globale à chaque itération.
- Résolution numérique des équations ordinaires (f(x) = 0). Construction, analyse et mise en œuvre des méthodes : Dichotomie, fausse position, point fixe, Newton. La note du cours comporte la méthode de sécante (non abordée en cours, mais intéressant pour les étudiants où en TP ils peuvent découvrir des suites convergentes avec les ordre de convergence irrationnels (exemple *nombre d'or*) .

MDD255DU – Modélisation Eco-Math – S2. Volume horaire : 24h CM/TD intégré

Objectifs pédagogiques : Présenter quelques exemples d'applications à des domaines tels que la théorie de l'équilibre, la dynamique des populations ou l'algorithmique des outils mathématiques développés dans les UE Probabilités et statistiques, Analyse et géométrie et Algèbre linéaire 2.

Programme :

1. Exemples simples de modélisations aléatoires. Jeu de pile ou face. Problème du collectionneur de coupons. Approximation binomiale Poisson. Marche aléatoire simple sur la droite. Ruine du joueur.

2. Exemples de modélisations aléatoires en lien avec la dynamique des populations. Processus de Galton-Watson. Loi de Hardy-Weinberg pour la théorie de Mendel. Modèle de Moran. Modèle de Wright-Fisher.
3. Exemples de modélisations déterministes basés sur l'algèbre linéaire. Modèle d'analyse entrées-sorties de Leontief. Notions d'équilibre. Critères d'équilibre sur le déterminant (condition de Hawkins-Simon). Théorèmes de Perron et Perron-Frobenius. Critères d'équilibre sur le rayon spectral, applications.
4. Méthode de la puissance itérée en algèbre linéaire, dans le cas des matrices positives. Application à la dynamique des populations structurées par classes d'âge (Matrices de Leslie) et à l'algorithme PageRank de hiérarchisation des pages Web.

Programme LDD3

MDD301 – Calcul différentiel et optimisation – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs pédagogiques : Savoir résoudre un problème d'optimisation à plusieurs variables en exploitant les outils du calcul différentiel.

Programme :

1. Topologie de R^n, fonctions de plusieurs variables, dérivées partielles, développements limités, lien avec les extrema.
2. Théorème des fonctions implicites, méthode de Lagrange pour les extrema liés. Théorie KKT, dualité de Lagrange et optimisation linéaire.
3. Convexité, applications à l'optimisation, Théorème de Slater.

MDD302 – Intégration – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs pédagogiques :

- S'initier à la théorie de la mesure à travers la construction de la mesure de Lebesgue sur R.
- Maîtriser les principaux théorèmes d'échange limite et intégrale.
- S'initier aux espaces L^p.

Programme :

1. Intégrale de Riemann (fonctions en escalier, intégrale des fonctions réglées, primitives des fonctions continues, sommes de Darboux, intégrales généralisées)
2. Mesure de Lebesgue sur R (mesure extérieure sur R, condition de Carathéodory, tribus de Lebesgue et de Borel, mesure de Lebesgue, autres exemples de mesures sur R)
3. Intégrale de Lebesgue sur R (cas des fonctions étagées positives, cas des fonctions mesurables positives, cas général, les théorèmes limite)
4. Intégrale de Lebesgue sur R^d (mesure de Lebesgue sur R^d, théorème de Fubini-Tonelli, changement de variable)
5. Les espaces L^p (construction des espaces vectoriels normés L^p, théorème de Riesz-Fischer)

MDD303 – Probabilités – S1. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs pédagogiques : Le modèle probabiliste général.

Programme : Espaces de probabilités généraux, variables aléatoires. Lois à densité. Calculs de lois, d'espérance, de variance. Lois exponentielles, gaussiennes, uniformes. Convergences de variables aléatoires. Théorèmes limites classiques: loi du 0-1, Borel-Cantelli, lois des grands nombres, théorème central limite. Marches aléatoires.

MDD306 – Fourier et signal – S1. Volume horaire : 24h CM/TD intégré

Objectifs pédagogiques : Analyse et géométrie sur les espaces de Hilbert. Séries de Fourier sur le cercle : théorie L2, conditions pour la convergence uniforme. Transformée de Fourier sur R : inversion dans S et dans L2. Convolution et équations aux dérivées partielles.

Programme :

1. Espaces hermitiens
   Théorie en dimension finie mais sur C : formes sesquilinéaires, autoadjonction, unitarité.
2. Espaces de Hilbert
   Préhilbertiens, complétude, dualité, bases hilbertiennes.

3. Séries de Fourier sur le cercle
4. Transformée de Fourier

MDD351 – Algèbre linéaire pour l'analyse numérique – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs pédagogiques : Développer le côté pratique de l'algèbre linéaire : modélisation, algèbre linéaire quantitative, algèbre linéaire numérique

Programme :

1. Rappels et compléments d'algèbre linéaire élémentaire
2. Méthodes directes pour Ax=b
3. Théorème spectral et applications (notamment transformée de Fourier discrète)
4. Algèbre linéaire quantitative (normes, SVD)
5. Un bref aperçu de l'analyse complexe (théorème de Cauchy)
6. Calcul fonctionnel (définir f(A) par analyse complexe)
7. Spectre et asymptotique (preuve de la formule du rayon spectral)
8. Méthodes itératives pour Ax=b
9. Méthodes de Krylov

MDD352 – EDO et résolution numérique – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD/TP

Objectifs pédagogiques : Découverte des équations différentielles ordinaires et des pathologies associées. Cas des systèmes linéaires à coefficients constants. Théorie de Cauchy. Introduction aux méthodes de résolution numérique. Apprentissage de leur utilisation sur des problèmes classiques.

Programme :

1. Exemples et notions de base (notion de solution, solutions maximales, solutions globales, illustration sur des exemples simples, notion de facteur intégrant)
2. Systèmes linéaires (structure de l'ensemble des solutions, existence et unicité globale, exponentielle de matrice et systèmes à coefficients constants, notion de résolvante et wronskien)
3. Exemples de méthodes numériques (méthodes d'Euler, schémas à un pas explicites : consistance et stabilité entrainent convergence, méthode de Heun, présentation des méthodes de Runge-Kutta, RK4)
4. Existence, unicité et explosion pour les équations non-linéaires (théorème de Cauchy-Lipschitz, Théorème des bouts, Lemme de Grönwall)

MDD353 – Inférence statistique – S2. Volume horaire : 24h CM + 24h TD

Objectifs pédagogiques : Bases d'inférence statique
Programme :

- Estimation paramétrique unidimensionnelle (méthode empirique, méthode du maximum de vraisemblance), comparaison des estimateurs (risque, information de Fisher, borne de Cramer-Rao)
- Lois des estimateurs dans le modèle gaussien, étude asymptotique des estimateurs (normalité asymptotique, delta-méthode)
- Calculs d'intervalles de confiance, tests d'un paramètre (méthodologie et pratique), tests de comparaison de deux échantillons.

MDD355DU – Méthodes numériques – S2. Volume horaire : 24h CM/TD intégré

Objectifs pédagogiques : Donner une initiation aux méthodes numériques et à la modélisation

Programme : Optimisation, traitement du signal, sciences des données, équations différentielles

MDD359 – Analyse Hilbertienne – S2. Volume horaire : 12h CM + 12h TD

Objectifs pédagogiques : Définir et donner des exemples d'espaces préhilbertiens et d'espaces de Hilbert (suites et fonctions). Reconnaitre une suite de Cauchy. Définir la convexité et montrer qu'un ensemble est convexe. Définir les différentes projections dans des espaces de Hilbert, représenter graphiquement les projections et les calculer dans des cadres simples. Définir l'orthogonal d'un ensemble et appliquer les décompositions des espaces par les projections orthogonales. Définir et identifier des bases hilbertiennes. Décomposer dans une base hilbertienne. Définir et calculer des coefficients de Fourier complexes et réels. Appliquer les différents modes de convergence des séries de Fourier.

Programme :

1. Espaces de Hilbert
2. Projections : sur un convexe fermé, sur un sous-espace vectoriel fermé
3. Bases hilbertiennes
4. Séries de Fourier

MDD360 – Méthodes statistiques de prévision – S2. Volume horaire : 12h CM + 12h TD/TP

Objectifs pédagogiques : Apprendre les rudiments de R. Savoir mener une analyse de données basique avec R, en faisant des stats descriptives et des visualisations utiles associées. Savoir mettre en œuvre les contenus enseignés dans l'UE d'Inférence statistique (estimation, calcul d'intervalles de confiance, tests) en R, sur des données réelles ou simulées, et produire des visualisations utiles associées. Savoir calculer numériquement un estimateur du maximum de vraisemblance. Effectuer une régression linéaire et choisir le sous-modèle pertinent.

Programme :

1. Prise en main de R, fonctions utiles, fonctions de visualisation.
2. Statistique descriptive univariée. Focus sur la notion de quantile et de quantile empirique.
3. Estimateur du maximum de vraisemblance, écriture de fonctions en R, optimisation par méthodes numériques (univarié et multivarié).
4. Régression linéaire.
5. Introduction à la sélection de modèles.