FORMULAIRE

Tableaux de dérivées

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$x^n \quad n \in \mathbb{N}$	nx^{n-1}	$e^{ax} \quad a \in \mathbb{R}$	ae^{ax}
$x^\alpha \quad \alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$a^x \quad a \in \mathbb{R}^{+*}$	$(\ln a)a^x$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\ln x \quad x \in \mathbb{R}^{+*}$	$\dfrac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$	$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\arccos x$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan x$	$1+\tan^2 x$	$\arctan x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$

Tableaux de primitives

$f(x)$	$F(x) = \int f(x)\,dx$	$f(x)$	$F(x) = \int f(x)\,dx$
$x^n \quad n \in \mathbb{N}-\{-1\}$	$\dfrac{1}{n+1}x^{n+1}$	$e^{ax} \quad a \in \mathbb{R}$	$\dfrac{1}{a}e^{ax}$
$x^\alpha \quad \alpha \in \mathbb{R}-\{-1\}$	$\dfrac{1}{\alpha+1}x^{\alpha+1}$	$a^x \quad a \in \mathbb{R}^{+*}$	$\dfrac{1}{\ln a}a^x$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$	$\ln x \quad x \in \mathbb{R}^{+*}$	$x\ln x - x$
$\sin x$	$-\cos x$	$\tan x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$
$\cos x$	$\sin x$		

Formules tigonométriques :

$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 = 1 - 2\sin^2(x) \qquad \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

$\cos^2(x) = \dfrac{1+\cos(2x)}{2} \qquad \sin^2(x) = \dfrac{1-\cos(2x)}{2}$

Formule de l'erreur d'approximation dans la méthode des trapèzes :

Soit $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue sur $[a,b]$ et deux fois dérivable sur $]a,b[$ telle que $|f''(x)| \leq K$,$\forall x \in]a,b[$, alors la valeur approchée $\widetilde{I}$ de $I = \int_a^b f(x)\,dx$, obtenue par la méthode des trapèzes à n sous-intervalles, vérifie : $\widetilde{I} - \varepsilon_n \leq I \leq \widetilde{I} + \varepsilon_n$ avec $\varepsilon_n = K\dfrac{(b-a)^3}{12n^2}$.

Propriétés de convergence des séries à termes positifs :

prop. 1 (théorème de conparaison avec une intégrale) : Soit f est une fonction continue positive et décroissante sur $[a,+\infty[$. Si on pose $u_n = f(n)$ pour tout n entier $\geq a$:

alors la série $\sum_{n\geq a} u_n$ et l'intégrale généralisée $\int_a^{+\infty} f(t)\,dt$ sont de même nature.

prop. 2 (théorème de conparaison de deux séries) :

Soient (u_n) et (v_n) deux séries à termes positifs :

Si $\forall k,\ u_k \leq v_k$ et que $\sum v_k$ est convergente, alors $\sum u_k$ l'est aussi.

Si $\forall k,\ u_k \leq v_k$ et que $\sum u_k$ est divergente, alors $\sum v_k$ l'est aussi.

prop. 3 : Si les termes u_n d'une séries à termes positifs (non nuls) vérifient

le critère de d'Alembert : ou bien le critère de Cauchy :

$\lim_{n\to+\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = l \qquad \lim_{n\to+\infty} (u_n)^{\frac{1}{n}} = l$

alors

si $l < 1$ la série $\sum u_k$ est convergente,

si $l > 1$ la série $\sum u_k$ est divergente,

si $l = 1$ on ne peut rien conclure.