
Examen de Math 152

Durée 2h. Documents et calculatrices interdits

Le 17 Décembre 2010.

Question de cours

- 1) Soit $I \ni t \mapsto (x(t), y(t))$ la donnée d'une courbe paramétrée γ .
- 1a) Donner l'équation de la tangente à γ au point $M = (x(t_0), y(t_0))$.
- 1b) On suppose que pour tout $M \in \gamma$ il existe un unique $t \in I$ tel que $M = (x(t), y(t))$. Donner l'expression de la longueur de la courbe γ .
- 2) Soit $r = f(\theta)$ l'équation polaire d'une courbe γ . Donner la formule qui détermine l'angle entre la tangente à γ et le rayon vecteur en un point obtenu pour $\theta = \theta_0$.

Exercice 1. On considère la courbe paramétrée γ définie par :

$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t + \cos 2t, \\ y(t) = 2 \sin t + \sin 2t. \end{cases}$$

- 1) En utilisant des arguments de périodicité et de symétrie, montrer comment ramener l'étude de la courbe à $t \in [0, \pi]$.
- 2) Déterminer les points où la tangente à la courbe est horizontale (respectivement verticale), puis déterminer les points critiques.
- 3) En posant $t = \pi + s$, étudier l'allure de la courbe au voisinage du point $t = \pi$.
- 4) Donner le tableau de variation des fonctions $x(t)$ et $y(t)$ puis tracer la courbe γ .

Exercice 2. Étudier la courbe paramétrée définie par :

$$\begin{cases} x(t) = \cos 3t, \\ y(t) = \sin 2t. \end{cases}$$

Exercice 3. 1) Tracer la courbe γ d'équation polaire

$$r = 1 + 2 \cos \theta.$$

- 2) Calculer la longueur de la courbe γ .