
Feuille d'exercices n° 3 Math 152

Exercice 1. Calculer un DL à l'ordre 4 en 0 des fonctions suivantes :

$$\begin{aligned} & e^x \cos x, \\ & (\cos x)^{1/x}, \\ & \frac{\sin x}{\ln(1+x)}. \end{aligned}$$

Exercice 2. Soit f la fonction définie par

$$f(x) = x^2 \ln(1 + x^{-1}).$$

- 1) Trouver le domaine de définition de f .
- 2) f est elle prolongeable par continuité en 0 ? Si oui étudier sa dérivabilité en 0.
- 3) f est elle continue, dérivable en $x = -1$?
- 4) Etudier les limites de f en $\pm\infty$ et déterminer ses asymptotes.
- 5) Tracer le graphe de f .

Exercice 3. Calculer les limites :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 7x^2 - 8}{x^4 + x^3 - 2}, \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x - \sin 2x}{\ln(1 + x^2)}. \end{aligned}$$

Exercice 4. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(0) = \frac{1}{2}, \quad f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2} \text{ pour } x \neq 0.$$

- 1) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .
- 2) Donner un DL à l'ordre 1 de f en 0. Montrer que f est dérivable en 0 et préciser $f'(0)$.
- 3) Calculer $f'(x)$ pour $x \neq 0$. Donner le DL à l'ordre 3 en 0 de

$$x \mapsto x \sin x - 2(1 - \cos x).$$

Exercice 5. Etudier la convergence de la suite de terme général :

$$u_n = (1 + n^3)^{1/3} - (a + n^2)^{1/2}, \text{ pour } a > 0.$$