Devoir n° 1 Math 152

A rendre le Vendredi 18 Novembre 2011.

Exercice 1. Soit C la courbe paramétrée donnée par :

$$\begin{cases} x(t) = \cos^3 t, \\ y(t) = \sin^3 t. \end{cases}$$

- 1) Etudier la périodicité et la parité pour réduire le domaine d'étude à $t \in [0, \pi/2]$.
- 2) Montrer que la courbe C_1 obtenue pour $t \in [0, \pi/2]$ est symétrique par rapport à la droite d'équation y = x.

Indication: calculer $x(\pi/2-t)$ et $y(\pi/2-t)$.

- 3) Trouver les points singuliers de la courbe pour $t \in [0, \pi/4]$ et étudier l'allure de la courbe au voisinage de ces points critiques.
- 4) Tracer la courbe C.
- 2) Calculer la longueur de la courbe C.

Exercice 2. Etudier et tracer la courbe paramétrée donnée par :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{t}{1-t^2}, \\ y(t) = \frac{t^2}{1-t}. \end{cases}$$

Exercice 3. Tracer au voisinage de t=0 les courbes paramétrées données par :

$$\begin{cases} x(t) = 1 + t^2 - 2t^4, \\ y(t) = 1 - t^3 + t^5. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x(t) = \sin^2 t - \frac{2}{3}t^3, \\ y(t) = \ln(1+t) - t. \end{cases}$$