**Université de Paris XI**
**Mathématiques**

**Master Mécanique**
**1er semestre 2008/2009**

---

# Feuille d'exercices n° 1

---

**Exercice 1.** Résoudre l'équation différentielle :

$$y'(x) + xy(x) = 0,$$

puis

$$y'(x) + xy(x) = x^3.$$

**Exercice 2.** Résoudre l'équation différentielle :

$$y"(x) + 2y'(x) + y(x) = 0,$$

puis

$$y"(x) + 2y'(x) + y(x) = x\mathrm{e}^{3x}.$$

**Exercice 3.** On considère l'équation différentielle :

$$(E)\ x^2y"(x) + 3xy'(x) + y(x) = 0.$$

1) Que sait t'on de l'ensemble des solutions de *(E)* avant tout calcul ?

2) Trouver une solution particulière de la forme $y(x) = x^\alpha$.

3) Trouver les solutions de *(E)* sous le forme $g(x)x^\alpha$ où $\alpha$ est l'exposant déterminé en 2).

4) Existe t'il des solutions de $(E)$ définies sur tout $\mathbf{R}$ et non identiquement nulles ?

**Exercice 4.** On considère l'équation différentielle :

$$(E)\ (x^2 - 1)y"(x) + xy'(x) - y(x) = 0.$$

1) Que sait t'on de l'ensemble des solutions de *(E)* avant tout calcul ?

2) Trouver une solution particulière de *(E)* de la forme $(x^2 - 1)^\alpha$ pour un $\alpha \in \mathbf{R}$ à déterminer.

3) Chercher les solutions de *(E)* de la forme $y(x) = g(x)(x^2 - 1)^\alpha$, pour l'exposant $\alpha$ déterminé en 2).

4) En déduire toutes les solutions de *(E)*.

**Exercice 5.** Résoudre l'équation :

$$\begin{cases} y' = y^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

**Exercice 6.** 1) Calculer les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{pmatrix}.$$

2) En déduire les solutions du système :

$$\begin{cases} f_1'(t) = -3f_1(t) + 2f_2(t), \\ f_2'(t) = -10f_1(t) + 6f_2(t) \end{cases}$$

3) En déduire les solutions du système :

$$\begin{cases} f_1'(t) = -3f_1(t) + 2f_2(t) + \mathrm{e}^{3t}, \\ f_2'(t) = -10f_1(t) + 6f_2(t) + \mathrm{e}^{-t}. \end{cases}$$