

## Liste de questions pour le contrôle 1

9 Octobre 2023

**Exercice 1.1.**— Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction  $f(x) = 2x - 1$ .

1. Dessiner le graphe  $\mathcal{C}$  de  $f$ .
2.
  - a. Dessiner l'image  $\mathcal{C}_1$  du graphe de cette courbe par la symétrie d'axe  $Ox$ .
  - b. Donner la fonction  $f_1$  dont elle est le graphe.
  - c. Exprimer  $f_1$  à l'aide de la fonction  $f$ .
3. Mêmes questions avec la symétrie d'axe  $Oy$ .

**Exercice 1.2.**—

Dessiner les ensembles suivants :

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^2 - 1\} \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq x^2\}.$$

**Exercice 1.3.**—

Dessiner les ensembles suivants :

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < 2x^2\} \quad \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y > 0\}.$$

**Exercice 1.4.**—

Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{C}$  :

$$1) \quad z^2 + (1 + i)z - 2 = 0,$$

$$2) \quad z^2 - 2z + 3 = 0.$$

**Exercice 1.5.**—

Calculer les racines carrées de  $3 - 4i$ ,  $-5 + i$  et  $4e^{-i\pi/3}$ .

**Exercice 1.6.**—

Déterminer les domaines de définition des fonctions

$$\sqrt{x^3 - 3}, \quad \ln(\sqrt{x^2 + 1} - 2)$$

**Exercice 1.7.**— Calculer la dérivée de

$$\frac{9x^2 - 4}{8x^3 + 6}.$$

**Exercice 1.8.**— Calculer la dérivée de

$$\ln(\sqrt{x^2 + 1} - 2).$$

**Exercice 1.9.**— Calculer les limites :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4}.$$

**Exercice 1.10.**— On considère la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = e^{-x^2}$  et  $A = \{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$ . Calculer  $\sup A$ ,  $\inf A$ .  $A$  a-t'il un plus grand élément, un plus petit élément ?

**Exercice 1.11.**— Soit  $A = \{(-1)^n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}^*\}$ . Montrer que  $A$  est majoré et minoré, calculer  $\sup A$  et  $\inf A$ .

**Exercice 1.12.**— Pour chacun des sous ensembles de  $\mathbb{R}$  suivants, dire en justifiant vos affirmations s'il est majoré, minoré, donner si elles existent sa borne supérieure et inférieure, et préciser s'il possède un maximum et un minimum.

- (a)  $\{(\frac{-1}{2})^n : n \in \mathbb{N}\}$ ,
- (b)  $\{3 + n + \frac{2}{n} + (-1)^n n : n \in \mathbb{N}^*\}$ ,
- (c)  $\{n + \frac{1}{p} : n, p \in \mathbb{N}^*\}$ .