
Contrôle de Mathématiques (S3PC) n° 1

Durée 1 heure . Documents et calculatrices interdits

20 Octobre 2008

Exercice 1. 1) Calculer les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{pmatrix}.$$

2) En déduire les solutions du système :

$$(1) \begin{cases} x_1'(t) = -3x_1(t) + 2x_2(t), \\ x_2'(t) = -10x_1(t) + 6x_2(t) \end{cases}$$

3) On considère maintenant le système :

$$(2) \begin{cases} y_1'(t) = -3y_1(t) + 2y_2(t) + e^{3t}, \\ y_2'(t) = -10y_1(t) + 6y_2(t) + e^{-t}. \end{cases}$$

Déterminer une solution particulière de (2) en la cherchant sous la forme

$$z(t) = ue^{3t} + ve^{-t},$$

où u, v sont deux vecteurs de \mathbf{R}^2 à déterminer .

4) Montrer que si $y(t)$ est une solution arbitraire de (2) alors $x(t) = y(t) - z(t)$ est une solution de (1) . En déduire la solution générale de (2) .

Exercice 2. Calculer le déterminant :

$$\begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{vmatrix}.$$