
Contrôle de Mathématiques (S3PC) n° 1

Durée 1 heure . Documents et calculatrices interdits

19 Octobre 2009

Exercice 1. 1) Calculer les valeurs propres λ_1, λ_2 et une base de vecteurs propres e_1, e_2 de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 18 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}.$$

2) En déduire les solutions du système :

$$(1) \begin{cases} x_1'(t) = -7x_1(t) + 18x_2(t), \\ x_2'(t) = -3x_1(t) + 8x_2(t) \end{cases}$$

3) On considère maintenant le système :

$$(2) \begin{cases} x_1'(t) = -7x_1(t) + 18x_2(t) + e^{-t}, \\ x_2'(t) = -3x_1(t) + 8x_2(t). \end{cases}$$

Déterminer une solution particulière de (2) en la cherchant sous la forme

$$z(t) = \alpha t e^{-t} e_1 + \beta e^{-t} e_2,$$

où e_1, e_2 sont les deux vecteurs propres de A déterminés précédemment et α, β sont deux constantes réelles .

Exercice 2. Calculer le déterminant :

$$\begin{vmatrix} a+d & b & c \\ a & b+d & c \\ a & b & c+d \end{vmatrix},$$

où a, b, c, d sont des constantes réelles.