

interrogation écrite n° 1

Durée : 1 h

1. Calculez les déterminants suivants :

$$(i) D_1 = \begin{vmatrix} a - b - c & 2a & 2a \\ 2b & b - c - a & 2b \\ 2c & 2c & c - a - b \end{vmatrix} \text{ (donnez-en une expression factorisée) ;}$$

$$(ii) D_2 = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}; \quad (iii) D_3 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Calculez le volume du parallélépipède construit à partir des vecteurs de coordonnées $(2, 1, 3)$, $(-3, 0, 6)$, $(4, 5, -1)$.

3. Résolvez à l'aide des formules de Cramer le système d'équations linéaires :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4, \\ 3x - y - z = 2, \\ 2x + 5y + 3z = 3. \end{cases}$$

4. Résolvez le système différentiel avec conditions initiales :

$$X' = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} X, \quad X(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

