# Partiel de Mathématiques (S3SMR) n° 1

Durée 2h. Documents et calculatrices interdits

Le 12 octobre 2007.

*barême indicatif: 3; 3; 4; 4; 3; 3.*

**Question de cours.**

-Donner la définition d'une série $\sum u_n$ convergente.

-Donner la majoration du reste d'une série alternée.

**Exercice 1.**

Etudier la convergence de la série $\sum_{n\geq 1} u_n$ de terme général

$$u_n = n^{-\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}} \sin(\frac{1}{n}).$$

**Exercice 2.**

Soit $\alpha \geq 0$. Discuter en fonction de la valeur de $\alpha$ la convergence de la série $\sum_{n\geq 1} u_n$ de terme général

$$u_n = \frac{1}{n^\alpha} \ln(n) \ln(1 + \frac{1}{n}).$$

**Exercice 3.**

1) Etudier la convergence de la série $\sum_n u_n$ de terme général

$$u_n = \mathrm{Arctan}(\frac{1}{n^2+n+1}).$$

2) On rappelle l'identité suivante:

$$\mathrm{Arctan}(\frac{x-y}{1+xy}) = \mathrm{Arctan}(x) - \mathrm{Arctan}(y),$$

pour $x, y \in \mathbf{R}$.

En déduire la valeur de la somme de la série $\sum_{n=0}^{+\infty} \mathrm{Arctan}(\frac{1}{n^2+n+1})$.

**Exercice 4.**

Soit $\sum_{n\geq 1} u_n$ la série de terme général

$$u_n = \sin(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}).$$

Etudier la convergence absolue et la convergence de cette série.

**Exercice 5.**

Etudier la convergence de la série de terme général

$$u_n = (\frac{2n+1}{3n+4})^n.$$