

COURS 4 : CALCUL ET CONVERSION DE TAUX

On considère une grandeur (y_n) évoluant à taux constant. Comme vu lors du cours précédent,

$$y_n = y_0(1+t)^n,$$

où t est le taux de croissance.

CALCUL DE TAUX

Si l'on connaît y_0 et y_n (pour une certaine valeur de n), alors on peut calculer ce taux. En effet,

$$(1+t)^n = \frac{y_n}{y_0},$$

et donc le coefficient multiplicateur vaut :

$$\left(\frac{y_n}{y_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = ((1+t)^n)^{\frac{1}{n}} - 1 = (1+t)^{\frac{n}{n}} - 1 = (1+t)^1 - 1 = t.$$

Exemple : Le nombre d'habitants d'une ville passe de 100 000 au 1er janvier 2019 à 115 000 au 1er janvier 2020. Quel est son taux de croissance *mensuel* ?

Une période d'un an, donc de 12 mois, s'est écoulée. On connaît $y_0 = 100\,000$ et $y_{12} = 115\,000$. On calcule donc :

$$t = \left(\frac{y_{12}}{y_0}\right)^{\frac{1}{12}} - 1 \simeq 1,0117 - 1 = 0,0117 = 1,17\%.$$

CONVERSION DE TAUX

Dans l'exemple précédent, le taux de croissance *annuel* est de 15%. Un taux annuel de 15% correspond donc à un taux mensuel de 1,17%. Ce même type de calcul permet de convertir des taux annuels, mensuels, hebdomadaires... entre eux.

Notons t_a le taux annuel, t_m le taux mensuel, et t_t le taux trimestriel. Comme 1 an = 12 mois, le coefficient multiplicateur sur un an vaut :

$$(1+t_a) = (1+t_m)^{12}.$$

Cette égalité permet de calculer le taux annuel t_a si l'on connaît le taux mensuel t_m . De plus,

$$(1+t_a)^{\frac{1}{12}} = (1+t_m),$$

ce qui permet de calculer t_m si l'on connaît t_a . Les conversions avec le taux trimestriel sont similaires : comme 1 an = 4 trimestres,

$$(1+t_a) = (1+t_t)^4 \quad \Leftrightarrow \quad (1+t_a)^{\frac{1}{4}} = (1+t_t).$$

On peut convertir de même entre taux mensuel et taux trimestriel.

Attention : La conversion de taux n'est pas immédiate. Il n'y a pas de méthode plus simple ; en particulier, le taux annuel n'est **pas** égal à 12 fois le taux mensuel ! Dans l'exemple donné, un taux annuel de 15% correspond à un taux mensuel de 1,17%, mais $12 \times 1,17\% = 14,04\% \neq 15\%$.