

COURS 6 : TAUX D'INTÉRÊTS ET ACTUALISATION

Les intérêts, qu'ils soient sur un capital déposé (livret A...) ou emprunté, sont en général composés : d'un mois sur l'autre, le capital est multiplié par un coefficient $(1 + t)$, où t est le taux d'intérêt mensuel. Si le taux d'intérêt peut varier, dans de nombreuses situations, il est constant ou presque constant. Dans ce cas, le capital suit une **évolution à taux constant** :

$$C_n = C_0(1 + t)^n.$$

Toutes les méthodes des cours précédents s'appliquent donc :

- Si l'on connaît le capital initial C_0 et le taux t , on peut calculer le capital en tout temps.
- Si l'on connaît le capital à deux instants donnés, on peut calculer le taux d'intérêt t .
- On peut convertir des taux d'intérêts (annuels, mensuels...).
- Si l'on connaît le capital initial C_0 et le taux t , on peut calculer le temps nécessaire pour atteindre un certain capital cible.

ACTUALISATION

Lorsqu'un compte rapporte des intérêts, on ne peut pas ajouter des capitaux correspondant à des dates différentes. Par exemple, si je dépose 100€ au 1er janvier 2019 et 100€ au 1er janvier 2020, je n'ai pas 200€ : il me faut rajouter les intérêts perçus. Il y a principalement deux méthodes pour le faire :

- Actualiser à chaque nouvelle opération.
- Traiter séparément chaque somme déposée.

La première méthode est de loin la plus intuitive et la plus flexible, mais la seconde est utile dans le contexte des prêts.

Exemple : Je dépose sur un compte 1 000€ au 1er janvier 2010, puis 500€ au 1er janvier 2012 et 2 000€ au 1 janvier 2015. Le taux d'intérêts annuel est de 5%. Combien ai-je au 1er janvier 2020 ?

Méthode 1 :	Date	Capital (€)
	01/01/2010	1 000
	01/01/2012	$1\,000 \times 1,05^2 + 500 = 1\,602,5$
	01/01/2015	$1\,602,5 \times 1,05^3 + 2\,000 = 3\,855,09$
	01/01/2020	$3\,855,09 \times 1,05^5 = 4\,920,19$

Méthode 2 :	Montant (€)	1 000	500	2 000
	Durée d'intérêts (ans)	10	8	5
	Valeur (€) au 01/01/2020	$1\,000 \times 1,05^{10} = 1\,628,89$	$500 \times 1,05^8 = 738,73$	$2\,000 \times 1,05^5 = 2\,552,56$

Soit un total final de 4 920,18€.

Ces deux méthodes s'appliquent aussi bien à des montants négatifs (retraits).