

TD SEMAINE 6 : ACTUALISATION

L'objectif de la semaine est d'utiliser les évolutions à taux constant pour actualiser des comptes financiers.

Considérons l'énoncé suivant :

Au 1er janvier 2010, M. Gates a 10 000 euros sur un compte d'épargne qui lui garantit 5% d'intérêts par an. Le 1er mai 2014, il dépose 5 000 euros supplémentaires sur ce compte ; le 1er septembre 2017, il en retire 1 000 euros.

Combien a-t-il d'argent sur ce compte au 1er janvier 2020 ?

Nous allons détailler deux méthodes : en actualisant le compte à chaque nouvelle opération, ou en calculant le montant actualisé au 1er janvier 2020 correspondant à chaque opération.

PREMIÈRE MÉTHODE

Chaque année, l'argent sur le compte est multiplié par $1 + 5\% = 1 + 0,05 = 1,05$. Si l'on attend une période de n années, alors cet argent est multiplié par $1,05^n$. On actualise à chaque nouvelle opération.

Date	Durée depuis l'opération précédente	Dépôt /retrait (€)	Capital total épargné (€)
01/01/2010	-	10 000	10 000
01/05/2014	4 ans 4 mois $\simeq 4,33$ ans	5 000	$10\,000 \times 1,05^{4,33} + 5\,000 \simeq 17\,354,36$
01/09/2017	3 ans 4 mois $\simeq 3,33$ ans	-1 000	$17\,354,36 \times 1,05^{3,33} - 1\,000 \simeq 19\,419,24$
01/01/2020	2 ans et 4 mois $\simeq 2,33$ ans	-	$19\,419,24 \times 1,05^{2,33} \simeq 21\,760,76$

Au 1er janvier 2020, le capital épargné est de 21 760,76€.

PREMIÈRE MÉTHODE

Chaque année, l'argent sur le compte est multiplié par $1 + 5\% = 1 + 0,05 = 1,05$. Si l'on attend une période de n années, alors cet argent est multiplié par $1,05^n$. On traite chaque somme déposée parallèlement, et actualise au 1er janvier 2020.

Date	Durée écoulée au 01/01/2020	Dépôt /retrait (€)	Valeur au 01/01/2020 (€)
01/01/2010	10 ans	10 000	$10\,000 \times 1,05^{10} \simeq 16\,288,95$
01/05/2014	5 ans 8 mois $\simeq 5,67$ ans	5 000	$5\,000 \times 1,05^{5,67} \simeq 6\,592,39$
01/09/2017	2 ans 4 mois $\simeq 2,33$ ans	-1 000	$-1\,000 \times 1,05^{2,33} \simeq -1\,120,58$

Au 1er janvier 2020, le capital épargné est de

$$16\,288,95 + 6\,592,39 - 1\,120,58 = 21\,760,76\text{€}.$$