La géométrie : un domaine hors-programme ?

Daniel PERRIN

Que sont mes amis devenus
Que j'avais de si près tenus
Et tant aimés ...
Quand il ne reste en branche feuille
Qui n'aille à terre
Avec pauvreté qui m'atterre
Rutebeuf (vers 1230-1285)

1 Introduction

Ce texte est la rédaction d'une conférence [1] donnée le 18 mai 2011 dans le cadre de la journée Maths-Monde [2] de l'IREM de Paris 7. Comme il s'agit d'une conférence d'une heure, je ne dirai pas tout ce que j'ai dans la tête et sur le cœur, mais, comme j'ai beaucoup écrit sur le sujet, je renvoie le lecteur à la bibliographie et à ma page web : *http ://www.math.u-psud.fr/ perrin/* (voir notamment les rubriques : géométrie, conférences, livre de géométrie projective, etc.).

Par ailleurs, vu le peu de temps, j'aurai sans doute tendance à dire les choses de manière plus polémique et plus brutale que je ne les pense vraiment. En réalité, le mot que j'aurais tendance à préconiser est *équilibre.*

1.1 Explications de titre

J'ai choisi un titre provocateur, mais la question se pose : la géométrie fait-elle encore vraiment partie des programmes du second degré et en fera-t-elle encore partie dans quelques années ? Lorsqu'on voit les futurs programmes du lycée, on peut en douter. En effet, les éléments qui faisaient la chair des programmes de géométrie ont presque tous disparu, en particulier toutes les transformations : un bachelier scientifique ne saura bientôt plus ce qu'est

1. Je remercie Catherine Muhlrad-Greif et Nathalie Dechezleprêtre de m'avoir convié à faire cet exposé. Une version abrégée devrait paraître à la fin de l'année dans le bulletin de l'APMEP.

2. Le thème de cette journée était : *Hors frontière, hors programme.*

une rotation (plane), une homothétie, et à peine ce qu'est une translation [3], sans parler évidemment des similitudes. Bien sûr il y a encore les symétries axiales (en sixième!), et on sait qu'elles engendrent les isométries. Mais, vu la façon dont on l'esquive en analyse, est-il permis de parler de composition? Il n'aura pas non plus à sa disposition un outil important que j'évoquerai ci-dessous et qui pourrait compenser l'absence des transformations : les cas d'isométrie et de similitude des triangles. Enfin, s'il y a encore les vecteurs (repêchés en seconde) et le produit scalaire, il n'y a plus les barycentres qui en sont une application directe. Bien entendu, il y a déjà belle lurette qu'il n'y a plus de coniques [4]. Bref, il ne reste plus guère au programme que la partie calculatoire de la géométrie. Je ne nie pas l'importance du calcul en géométrie, au contraire, une de mes ambitions est de tenter de les réconcilier, mais se limiter à cela est vraiment trop réducteur.

1.2 Pisa

Un autre point me cause beaucoup de souci : l'importance accrue que prennent les évaluations internationales du type PISA. J'ai à ce sujet plusieurs objections fondamentales.

• D'abord, je conteste formellement leur manque de transparence [5].

• Ensuite, la géométrie est **totalement absente** des items des évaluations (sauf par le biais des calculs de grandeurs). D'ailleurs, de l'avis même des personnes qui s'occupent de ces évaluations, le temps mis par un élève pour répondre à un item ne doit pas dépasser deux minutes. Peut-on raisonnablement faire de la géométrie dans ces conditions?

Ma crainte est alors que les politiques, toujours prompts à s'emparer des évaluations, surtout lorsqu'elles sont médiatisées (voir le classement de Shanghaï), décident d'améliorer les performances de la France à PISA et mettent en pratique le syllogisme imparable suivant :

— Les performances de la France aux évaluations PISA sont mauvaises.

— Or, la géométrie est totalement absente de ces évaluations.

— Donc elle ne sert à rien et il faut la supprimer pour se concentrer sur les domaines évalués.

Là, l'avenir de la géométrie au collège serait plus que compromis.

3. Je souhaite bien du courage à nos collègues physiciens qui leur apprendront la mécanique!

4. Que sont mes amis devenus, dirait Rutebeuf.

5. L'organisme très fermé qui prépare les sujets s'appelle *consortium* et cela me fait penser au mot *firme* qui désigne la CIA, voire aux agences de notation des économies, dont on a vu l'effet qu'elles ont sur la politique des états.

2 Faut-il enseigner la géométrie ?

2.1 Les mathématiques de papa ?

Face à toutes ces attaques contre la géométrie, il convient de se poser la question : après tout, n'est-ce pas justifié ? La géométrie n'est-elle pas l'emblème des mathématiques de papa ? (C'est ce que disait, en substance, Jacques Moisan il y a peu : *Je crois qu'on peut donner une formation d'aussi bonne qualité tant en contenus qu'en compétences acquises en enseignant les mathématiques discrètes, les statistiques ou l'algorithmique qu'en enseignant la géométrie d'Euclide !*).

Je ne suis pas de cet avis. Depuis plus de dix ans, en effet, je porte la bonne parole géométrique un peu partout en France. J'ai rédigé en 1999 la partie *Géométrie* du rapport de la commission Kahane (voir [Ka]), puis assuré en quelque sorte son service après-vente. Lorsque je regarde tout cela et de l'autre côté la place de la géométrie qui se réduit comme peau de chagrin, j'ai vraiment l'impression de prêcher dans le désert.

Pourtant, je continue de croire que l'enseignement de la géométrie est nécessaire. J'ai donné de nombreux arguments en ce sens dans le rapport [Ka], je n'en redonne que quelques-uns ici.

2.2 La géométrie est utile

2.2.1 La géométrie pour atteindre l'inaccessible

Le premier exemple que j'ai choisi est celui du tunnel de Samos [6]. Samos est une île grecque, proche de la Turquie, dont les habitants ont construit, au 6-ième siècle avant notre ère un tunnel d'un kilomètre de long à travers le mont Castro. Ce tunnel permettait d'assurer l'approvisionnement en eau de la ville (fortifiée) de Samos (du nord vers le sud). Il a été construit par l'architecte Eupalinos de Megara, en partant des deux extrémités et en se rejoignant au milieu, avec une erreur négligeable

Il est clair qu'une telle performance nécessite des connaissances de géométrie [7]. Une hypothèse [8] sur la méthode a été fournie par Héron d'Alexandrie (premier siècle après J.-C.), voir figure ci-dessous.

6. Mais j'aurais pu aussi bien parler d'Eratosthène ou de la mesure de la pyramide de Cheops.

7. Rappelons que cela se passe plusieurs siècles avant Euclide.

8. Aujourd'hui contestée, voir Tom Apostol, *The tunnel of Samos* sur Internet.

By measuring the net distance traveled in each of two perpendicular directions, the lengths of two legs of a right triangle are determined, and the hypotenuse of the triangle is the proposed line of the tunnel. By laying out smaller similar right triangles at each entrance, markers can be used by each crew to determine the direction for tunneling. (T. Apostol)

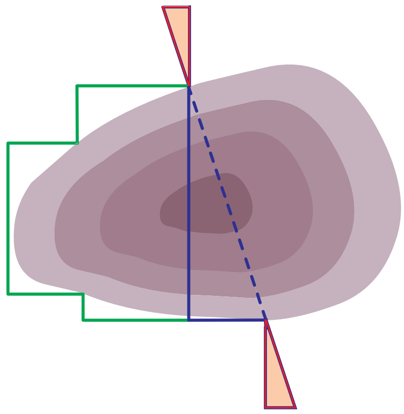

FIGURE 1 – Le tunnel de Samos

2.2.2 La géométrie comme modèle du monde : la première loi de Kepler

Au début du XVII-ième siècle, Kepler, grâce aux mesures de Tycho Brahe, sait que les trajectoires des planètes sont des ovales et non des cercles [9] et cela le perturbe beaucoup, il dit avoir rencontré *une charretée de fumier : l'ovale.* Et il ajoute : *Ah, si seulement la forme était une ellipse parfaite, on trouverait toutes les réponses dans Archimède et dans Apollonius.*

Il va se convaincre que les orbites sont effectivement des ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers grâce à un détail, la coïncidence de deux chiffres : l'épaisseur de la lunule qui différencie l'orbite de Mars d'un cercle et qui est égale à 0,00429 fois le rayon, et la sécante (l'inverse du cosinus) de l'angle de sommet Mars et passant par le soleil et par le centre de la trajectoire, qui vaut 1,00429 !

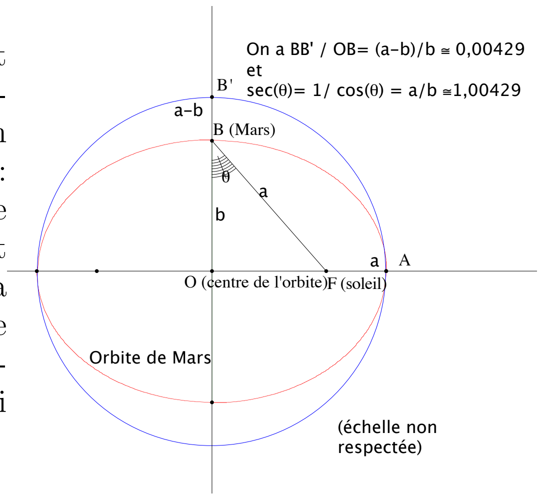

FIGURE 2 – La trajectoire de Mars

9. Comme le croit encore Galilée à la même époque.

2.2.3 La géométrie dans la vie courante

Je donne juste ici un exemple personnel très simple, il y en a de nombreux autres dans [Ka].

Il y a quelque temps, nous avons transporté de notre maison de la région parisienne à celle des Vosges un meuble de séjour très haut. Pour l'installer dans la pièce qui devait le recevoir il fallait le passer par un balcon de façon un peu périlleuse. De plus, la pièce en question était déjà aménagée et nous ne voulions pas y faire des travaux salissants. Nous avons donc pris la précaution de mesurer le meuble pour voir s'il tenait en hauteur et c'était le cas, mais attention ...

Il faut non seulement que le meuble tienne en hauteur, mais aussi qu'il puisse pivoter (donc que la diagonale soit plus petite que la hauteur de la pièce) et ce n'était pas le cas. Il a donc fallu scier la base du meuble avant de le transporter.

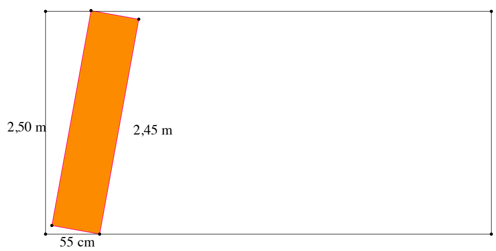

FIGURE 3 – Le meuble récalcitrant

2.3 Penser géométriquement

Penser géométriquement, en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques, est un atout fondamental. Je donne ici trois exemples.

2.3.1 La deuxième loi de Kepler

On a vu que les planètes M ont une trajectoire elliptique dont le soleil occupe un foyer O. Le long de cette trajectoire, leur mouvement n'est pas uniforme, mais la deuxième loi de Kepler affirme que les aires balayées par le rayon vecteur OM pendant des laps de temps égaux sont égales.

Newton a prouvé ce résultat à partir de la seule hypothèse de l'existence d'une force d'attraction **centrale**, par un raisonnement géométrique. On utilise un modèle discret avec des laps de temps dt infinitésimaux. On regarde le mouvement pendant le premier laps de temps, de M à N, puis le deuxième, de N à P, et ce qu'il serait si la vitesse vectorielle était constante, de N à Q, et on montre que les aires OMN et ONP sont égales. C'est vrai pour OMN

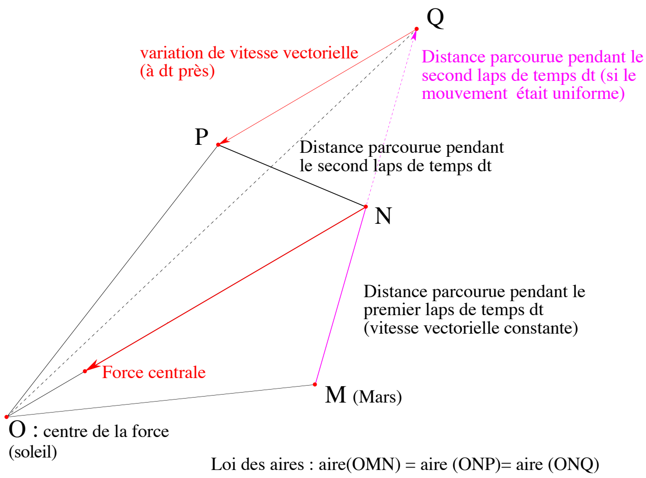

FIGURE 4 – La deuxième loi de Kepler

et ONQ par ce que nous appellerons ci-dessous le lemme de la médiane. À dt près, les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{NP}$ représentent les vitesses et on a $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NQ}$ et la variation de vitesse vectorielle entre les deux laps de temps, c'est-à-dire l'accélération, est donc $\overrightarrow{QP}$. Mais on sait (c'est l'un des apports essentiels de Newton) qu'elle est proportionnelle à la force, laquelle est centrale, donc portée par $\overrightarrow{ON}$. On en déduit que (ON) est parallèle à (PQ) et on conclut que les aires sont égales par le lemme du trapèze (voir ci-dessous ou [ME]).

2.3.2 En algèbre : la méthode de Ferrari

On sait, depuis Cardan, résoudre les équations algébriques de degré 3 et Ferrari a montré qu'on pouvait en déduire la résolution des équations de degré 4. On comprend bien mieux la méthode si l'on pense géométriquement. L'équation $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e = 0$ équivaut à $y-x^2 = 0$ et $ay^2+bxy+cx^2+dx+e = 0$, donc à l'intersection de deux coniques. On détermine les coniques dégénérées du pinceau défini par les deux coniques en résolvant une équation de degré 3 et il reste à résoudre deux équations de degré 2 correspondant à l'intersection d'une conique avec deux droites. (Pour des détails, voir sur ma page web le projet de livre de géométrie projective, Partie III, §4.2.4.)

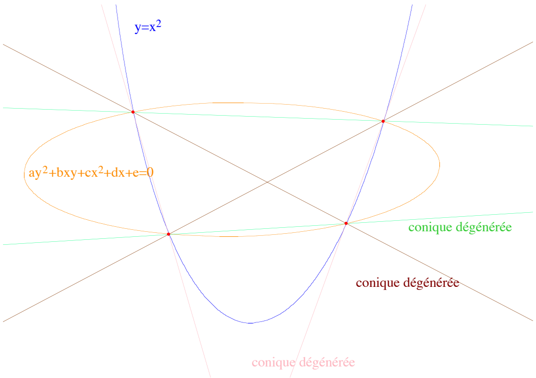

FIGURE 5 – La méthode de Ferrari

2.3.3 En analyse : la série harmonique ou le pilotage du calcul par la géométrie

Pour étudier la série harmonique $u_n = 1/n$, on la compare à une intégrale. La vision géométrique pilote le calcul et notamment l'encadrement des intégrales. L'expérience m'a montré que les étudiants n'ont pas spontanément le réflexe de faire ce type de dessin.

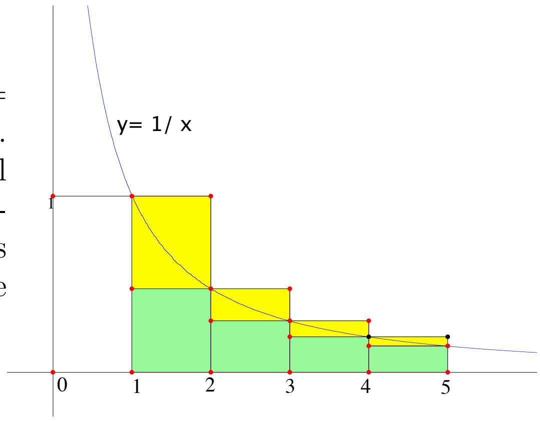

FIGURE 6 – La série harmonique

Il y a en analyse des dizaines d'exemples élémentaires de cet ordre où la vision géométrique est une aide précieuse (unicité de la limite, existence de point fixe, méthode du point milieu et des tangentes, topologie, etc.)

Pour corroborer ce point de vue, voici une citation extraite de la préface de Paul Montel pour le traité sur les coniques de Lebesgue : *Ce livre est le premier ouvrage posthume d'Henri Lebesgue. L'auteur s'y retrouve tout entier. Dans son attachement à la Géométrie d'abord : Lebesgue est avant tout un géomètre et sa découverte la plus éclatante, celle de l'intégrale qui porte son nom, a une origine géométrique.*

S'il est un point dont je suis persuadé, c'est bien de l'importance de la vision géométrique en mathématiques. D'ailleurs les étudiants de CAPES d'Orsay (1992) ne s'y étaient pas trompés. Ils avaient composé une chanson avec un couplet sur chaque enseignant et le mien commençait par :

Avec le p'tit père Perrin,
Il faut toujours faire des dessins.

J'en ferais volontiers ma devise !

2.4 La géométrie et l'apprentissage du raisonnement

Commençons par une citation d'un illustre collègue (Alain Connes) :

J'ai toujours pensé que l'on progressait davantage en séchant sur un problème de géométrie qu'en absorbant toujours plus de connaissances mal digérées.

En ce qui me concerne, j'ai, avec le CAPES, une grande expérience des exercices proposés dans le second degré. C'est sans doute en géométrie (et en arithmétique) qu'on rencontre les problèmes les plus intéressants. Je ne dis pas que les autres domaines ne sont pas importants, mais, au niveau du second degré, ils sont parfois ennuyeux. De plus, j'ai toujours constaté que la géométrie, où je suis soi-disant expert, est le seul domaine où je sèche parfois. Je ne dis pas non plus qu'il n'y a pas de choses difficiles en analyse, en algèbre, en probabilités, mais, là encore, pas vraiment au niveau du second degré. Cela me semble important, si l'on veut que les jeunes s'intéressent aux mathématiques, de leur proposer des contenus qui soient à la fois attractifs et stimulants.

2.4.1 Quelques principes pour l'apprentissage du raisonnement

Je pense profondément que les mathématiques sont un lieu privilégié de l'apprentissage du raisonnement, certes pas le seul, mais important. Cela étant, pour que cet apprentissage ait lieu, il y a quelques conditions indispensables que j'ai envie de résumer en un slogan : il faut **faire (vraiment) des mathématiques**.

Pour moi, faire des maths cela signifie poser et résoudre des problèmes, des vrais problèmes, pas seulement des exercices trop simples, tout découpés en rondelles. Si au contraire, ce qu'on propose aux élèves, ce sont de tels exercices, trop saucissonnés, il ne reste qu'une chose à vérifier c'est si, sur la question très délimitée qu'on leur pose, ils savent donner la réponse attendue, avec les canons de rédaction attendus et cela devient presque un exercice de français.

Je vais être brutal. Si c'est cela qu'on fait, et seulement cela, ça n'en vaut pas la peine. Au contraire, c'est contre-productif : cela va former des générations de gens complètement dégoûtés pour qui les mathématiques seront synonymes de pensum.

Quelle est ma proposition ? Poser (de temps en temps) des problèmes ouverts (modestes évidemment), mais où il s'agit de trouver son chemin (pas trop long ce chemin, mais pas en une seule étape). C'est cela qui permet de chercher, de se tromper, de raisonner, et c'est ce qui me semble intéressant pour tous les citoyens, pas seulement ceux qui veulent faire des études scientifiques.

Pour que cet apprentissage du raisonnement se fasse, quelques conditions doivent être remplies :

• Ne pas confondre raisonnement et démonstration.

• Privilégier les problèmes ouverts.

• Utiliser les logiciels de géométrie pour expérimenter, conjecturer, vérifier.

• Encourager l'initiative (par exemple une construction supplémentaire) et l'autonomie (donc tolérer d'autres méthodes que celles prévues).

2.4.2 Quelques exemples

• La droite d'Euler

Je pose souvent l'exercice de la droite d'Euler en donnant seulement la figure ci-dessous, sur laquelle j'ai fait apparaître trois éléments dignes d'attention (la droite d'Euler, qui est l'objectif, le parallélogramme rose $BA'CH$ et le triangle bleu AHA'), avec la consigne de prouver ce qu'on voit sur la figure.

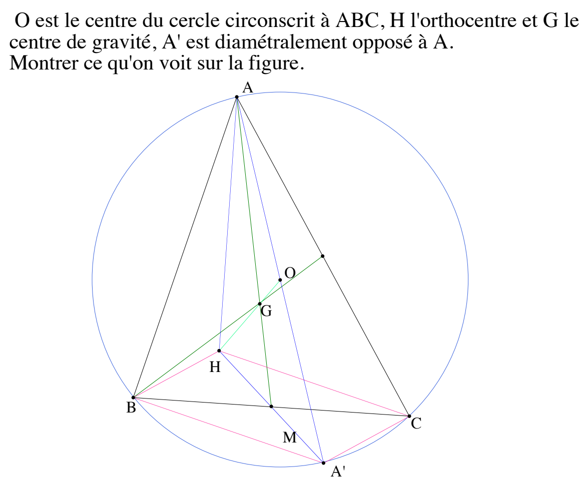

FIGURE 7 – La droite d'Euler

À l'opposé, le texte suivant a été donné par un stagiaire IUFM sur le même sujet :

1) Montrer que (BH) est perpendiculaire à (AC) et (CH) à (AB).

2) Montrer que le triangle $AA'C$ est rectangle en C. En déduire que $(A'C)$ est parallèle à (BH).

3) Montrer que le quadrilatère $BHCA'$ est un parallélogramme.

4) Montrer le point d'intersection M de (BC) et (HA') est le milieu de $[BC]$ et de $[HA']$.

5) Montrer que G est sur (AM), au tiers de $[AM]$ à partir de M et en déduire que G est aussi le centre de gravité de AHA'.

6) Montrer que G est sur (HO), au tiers de $[HO]$ à partir de O.

C'est exactement ce que je critiquais ci-dessus : avec un tel texte, l'élève devient une sorte d'OS de la géométrie qui n'a plus que des tâches parcellaires à accomplir, sans avoir le contrôle de la stratégie globale.

2.4.3 Deux exemples de problèmes de recherche

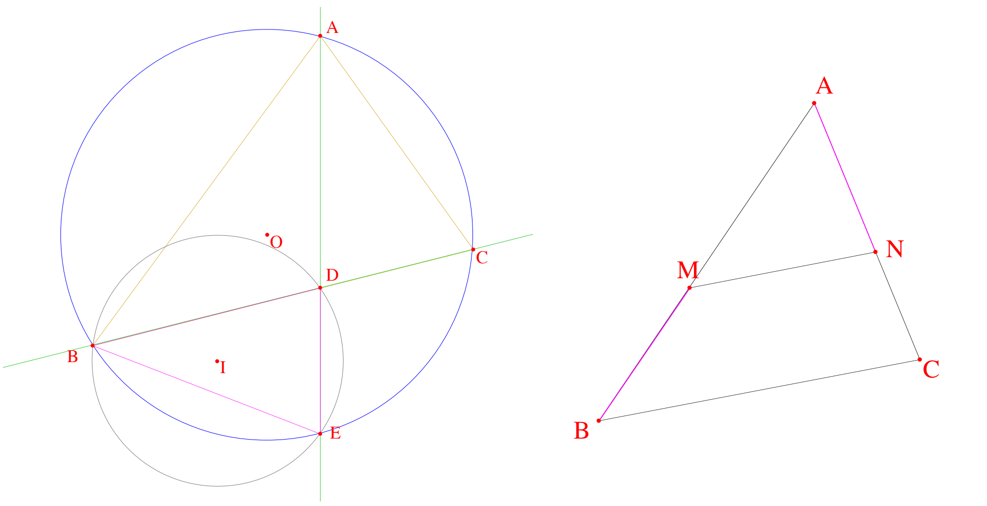

FIGURE 8 – Le lieu du centre du cercle circonscrit et les segments décalés

J'aime bien les deux exemples suivants, d'abord parce qu'ils ne sont pas faciles, et ensuite parce que, dans les deux cas, de multiples approches sont possibles et que toute initiative raisonnable peut mener au résultat.

Le lieu du centre du cercle circonscrit

Soit ABC un triangle, E un point du cercle circonscrit. La droite (AE) coupe (BC) en D. Quel est le lieu du centre du cercle circonscrit à BDE ?

Les segments décalés

Soit ABC un triangle. Construire des points $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$ tels que les droites (MN) et (BC) soient parallèles et qu'on ait l'égalité de longueurs $AN = MB$. (Voir [DPR], il y a au moins 9 méthodes.)

2.5 Conclusion

Oui, il faut faire de la géométrie, et le collège devient encore plus important puisqu'il n'y en a plus, ou presque, au lycée. La question de ce qu'on doit faire au collège en géométrie, au moins tant qu'il en reste, devient donc cruciale, notamment pour la formation au raisonnement de tous les citoyens.

3 La géométrie au collège

3.1 Introduction

Je suis assez en accord avec la description de l'activité mathématique qui figure dans le préambule des programmes de collège :

... identifier et formuler un problème, conjecturer un résultat en expérimentant sur des exemples, bâtir une argumentation, contrôler les résultats obtenus en évaluant leur pertinence en fonction du problème étudié, communiquer une recherche, mettre en forme une solution.

D'abord, je souscris tout à fait à cette vision de l'activité de recherche, qui est voisine de ma propre pratique, à la fois dans ma fonction de chercheur et dans mon activité quotidienne d'enseignant. Ensuite, je veux redire ici, avec force, que cette activité de recherche (de problèmes) est une partie essentielle des mathématiques. Sans cela, il n'y a plus de mathématiques. Sans cela, on n'atteint absolument pas l'objectif de formation du citoyen envisagé plus haut.

Si je suis d'accord avec ces objectifs affirmés dans les programmes, leur mise en œuvre me semble moins convaincante. Ma théorie c'est que les programmes sont, au moins en partie, responsables des dérives évoquées ci-dessus (la confusion raisonnement-démonstration notamment), parce que – héritage de la réforme des maths modernes – ils ne fournissent pas aux élèves les bons outils pour faire de la géométrie.

3.2 Les outils

J'aime bien le mot "outil". C'est sans doute une réminiscence de cette affiche, sur le mur des classes de l'école primaire de mon village, qui proclamait : “les bons ouvriers ont toujours de bons outils”. Je pense que cela s’applique aussi aux mathématiques. Dans le cas de la géométrie du collège les outils “pour prouver” sont essentiellement les suivants :

- les invariants (longueurs, angles, aires),
- les cas “d’égalité” et de similitude,
- le calcul,
- les transformations.

La réforme des mathématiques modernes a banni les cas “d’égalité” de notre enseignement et minoré le rôle de certains invariants comme angle et aire. Je considère qu’il s’agit d’une double erreur et, depuis plus de dix ans, je milite en faveur de l’usage des invariants et des cas d’isométrie au collège, voir [Ka] ou [DP] par exemple. Il y a de fortes raisons pour cela, de deux ordres :

• Des raisons théoriques (mathématiques), qui tournent autour du programme d’Erlangen et de la notion de **transitivité**.

• Des raisons didactiques, qui font que ces outils sont plus visuels que le calcul et plus commodes à utiliser que les transformations.

Un mot sur le calcul. Bien entendu, je n’ai rien contre le calcul et j’ai rappelé ci-dessus qu’un de mes objectifs était de réconcilier algèbre et géométrie. Mais j’ai rappelé aussi que, sans géométrie pour le piloter, le calcul est souvent aveugle. Jean-Jacques Rousseau dit cela très bien :

Je n’ai jamais été assez loin pour bien sentir l’application de l’algèbre à la géométrie. Je n’aimais pas cette manière d’opérer sans voir ce qu’on fait, et il me semblait que résoudre un problème de géométrie par les équations, c’était jouer un air en tournant une manivelle. La première fois que je trouvai par le calcul que le carré d’un binôme était composé du carré de chacune de ses parties, et du double produit de l’une par l’autre, malgré la justesse de ma multiplication, je n’en voulus rien croire jusqu’à ce que j’eusse fait la figure.

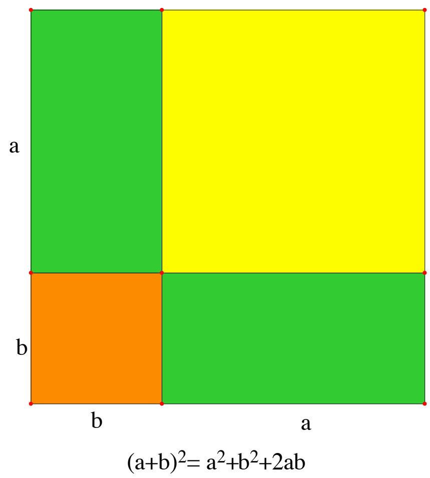

Figure 9 – C’est la faute à Rousseau

Bien sûr, cet exemple est très simple, mais il montre bien comment la géométrie peut être un guide pour le calcul.

4 Les outils pour prouver : les invariants

4.1 Programme d'Erlangen et invariants

Le discours dominant à l'époque des mathématiques modernes mettait en avant le programme d'Erlangen de Felix Klein (1872). L'objectif de Klein était d'unifier les nombreuses géométries apparues au XIX-ième siècle : géométries projective, non euclidiennnes, anallagmatique [10], etc. La thèse de Klein c'est qu'une géométrie consiste essentiellement en la donnée d'un ensemble X et d'un groupe G de transformations de X, par exemple le plan affine euclidien et le groupe des isométries euclidiennes, le plan affine et les bijections affines, le plan projectif et les homographies.

L'un des intérêts du programme d'Erlangen est de permettre une classification des résultats. On peut dire, en quelque sorte que chaque théorème possède une **niche écologique** privilégiée : pour Pythagore c'est la géométrie euclidienne, pour Thalès la géométrie affine, pour Pappus la géométrie projective. Un exemple très parlant est le théorème de Pascal qu'on peut énoncer d'abord pour un cercle, mais qui vaut aussi pour une ellipse, voire une hyperbole. C'est donc un théorème projectif, et cela suggère deux méthodes pour le prouver, d'ailleurs les plus efficaces [11] :

• l'utilisation de l'invariant projectif par excellence, le birapport,

• l'utilisation de la **transitivité** du groupe des homographies sur les coniques qui permet de se ramener au cas du cercle. C'est d'ailleurs la méthode originelle de Pascal.

4.2 Utilisation de la transitivité : l'exemple de la géométrie affine

Le principe est le suivant :

1) On repère que le problème est un problème affine. Cela signifie qu'il peut mettre en jeu les notions d'alignement, de concours, de parallélisme, de milieux, de rapports de mesures algébriques sur la même droite ou des droites parallèles, de barycentres, d'aires (mais pas de longueur, d'angle et d'orthogonalité qui sont des notions euclidiennes).

2) On effectue une transformation affine f de façon à transformer le problème en un problème plus simple. Le plus souvent cela revient à traiter un cas particulier du problème présentant une propriété euclidienne supplémentaire

10. La géométrie de l'inversion.
11. Voir la video de ma conférence sur le sujet sur le site de l'IREM de Paris 7.

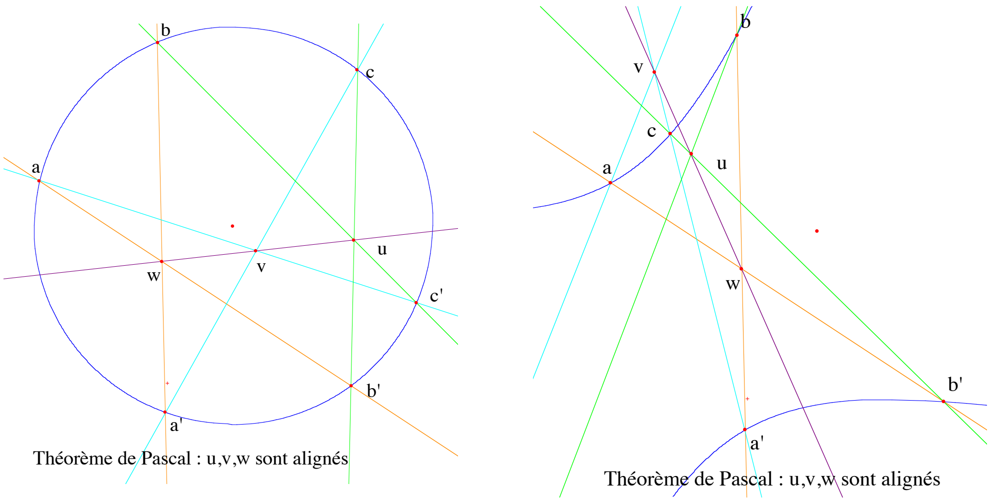

FIGURE 10 – Le théorème de Pascal

(on transforme un triangle quelconque en un triangle équilatéral, un parallélogramme en un carré, etc.). Dans cette phase on utilise des résultats de **transitivité**[12] du groupe affine, notamment sur les triangles.

3) On résout le problème ainsi simplifié (y compris, éventuellement, avec des outils euclidiens) et on revient au cas initial par la transformation inverse f^{-1}.

4.2.1 Le problème des tiers

Il y a de nombreux exemples de l'utilisation de cette technique. En voici deux qui concernent les aires. Le premier est le problème des tiers :

Soit ABC un triangle, I, J, K des points situés respectivement sur les côtés $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$ au tiers le plus proche de B, C, A. Les droites (BJ) et (CK), (CK) et (AI), (AI) et (BJ) se coupent respectivement en P, Q, R. Déterminer l'aire du triangle PQR en fonction de celle de ABC.

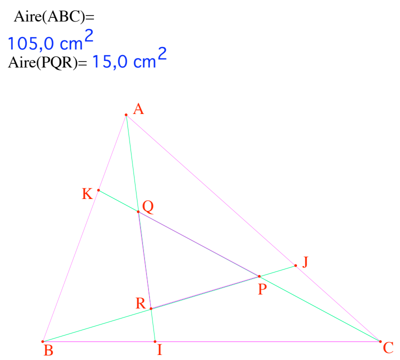

FIGURE 11 – Les tiers

12. Rappelons que, si un groupe G opère sur un ensemble X, on dit qu'il est **transitif** si l'on peut envoyer n'importe quel $x \in X$ sur n'importe quel y au moyen d'un élément de G.

L'expérience montre que le rapport cherché est $1/7$. Comme les hypothèses et la conclusion sont affines, on peut se ramener au cas équilatéral que nous traiterons plus loin.

4.2.2 L'exemple du document d'accompagnement

L'exercice suivant est extrait du document d'accompagnement des anciens programmes de seconde (2000).

Soit $ABCD$ un parallélogramme et M un point intérieur. Comment doit-on choisir M pour que les aires des triangles AMB et BMC soient égales ? Même question avec $AMCD$, AMB et BMC.

L'énoncé du document suggère de commencer par le cas du carré, ce qui est une bonne suggestion ! En effet, comme les propriétés en question sont affines, on peut transformer la figure par une application affine, ce qui permet de transformer le parallélogramme en un carré (cela résulte de la transitivité sur les triangles).

Ce qu'on a gagné, dans ce cas, c'est que les côtés AB et BC sont égaux et donc, pour que les triangles AMB et BMC aient même aire, il faut et il suffit que les hauteurs MH et MK soient égales, donc que M soit sur la bissectrice de $\widehat{ABC}$. Là se présente une petite difficulté pour revenir au cas général. En effet, comme la notion de bissectrice n'est pas affine on ne peut espérer que le lieu cherché soit encore la bissectrice dans le cas du parallélogramme. Cependant, il se trouve que la bissectrice, dans le cas du carré, n'est autre que la diagonale, et comme le fait d'être une diagonale est une propriété qui ne met en jeu que l'incidence, c'est elle qui est solution.

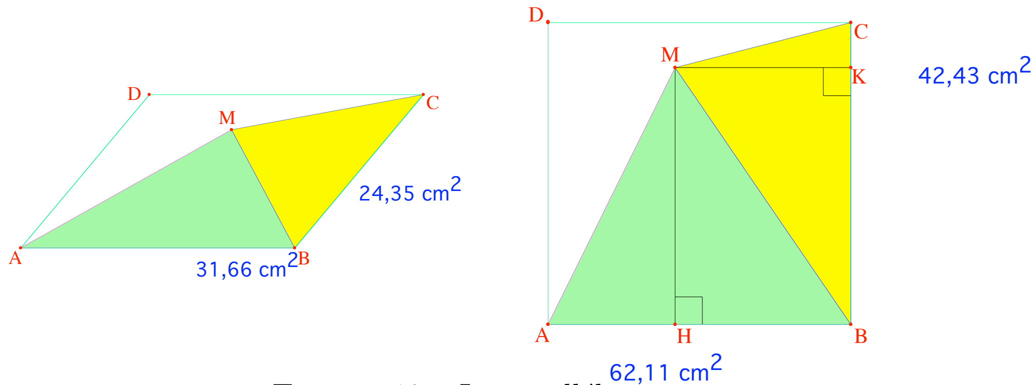

FIGURE 12 – Le parallélogramme

Commentaire. Ce type de réflexion théorique me semble un objectif important de la formation des maîtres. En effet, l'intérêt pour le professeur de cette vision des choses c'est qu'elle lui donne une méthode pour avoir rapidement le résultat. Cela lui donne un "temps d'avance" sur ses élèves, toujours bien utile. Bien entendu, il faut ensuite donner une preuve élémentaire des résultats, ce qu'on peut faire avec les "lemmes du collège" que nous verrons plus loin.

4.3 Transitivité, orbites et invariants

En général, l'opération de G sur X n'est pas transitive. Dans ce cas on définit **l'orbite** de $x \in X$ sous G comme l'ensemble de ses transformés $g.x$. Par exemple, si X est le plan euclidien et G le groupe des rotations de centre O, les orbites des points sont les cercles de centre O.

Décrire les orbites et leur ensemble, le quotient X/G, est un problème central en mathématiques. Pour cela, à un objet $x \in X$ on associe des **invariants** $\Phi_1(x), \ldots, \Phi_d(x)$ numériques en général. (Dire que Φ_k est invariant signifie que l'on a $\Phi_k(g.x) = \Phi_k(x)$, autrement dit, si x et $y = g.x$ sont dans la même orbite, ils ont mêmes invariants.)

Un bon système d'invariants assure aussi la réciproque : si les invariants sont les mêmes, les objets sont dans la même orbite.

4.3.1 Les invariants de la géométrie élémentaire

Dans le cas de la géométrie élémentaire, les invariants sont des objets bien familiers.

Le groupe des isométries du plan est transitif sur les points (pour transformer A en B il suffit d'utiliser, par exemple, la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$), mais il n'est pas doublement transitif : étant donnés deux couples de points A, B et A', B', il n'existe pas en général d'isométrie qui envoie A sur A' et B sur B', il y a une obstruction à cela qui est donnée par l'invariant **longueur** AB. De même, pour les couples de demi-droites un invariant est leur **angle**.

Enfin, le groupe affine est transitif sur les triangles comme on l'a vu, mais il ne l'est pas sur les couples de triangles, l'invariant étant alors le **rapport d'aires**.

C'est une évidence que tous ces invariants jouent un rôle essentiel dès qu'on fait de la géométrie, mais il y a plus. Un "méta-théorème" assure que tous les théorèmes d'une géométrie peuvent être prouvés en utilisant les invariants de cette géométrie (voir la Partie II de mon projet de livre de géométrie projective sur ma page web).

4.4 Utilisation de l'outil angle

Dans la pratique, pour que l'utilisation de l'invariant angle soit efficace il est nécessaire de disposer d'un petit nombre d'accessoires. On peut citer en vrac les notions de complémentaire et de supplémentaire, la somme des angles d'un triangle, les propriétés relatives aux parallèles (angles alternes-internes et correspondants), et enfin, et surtout, le théorème de l'angle inscrit et sa réciproque. Avec ces accessoires, l'outil devient performant et souple comme le montrent les exemples suivants.

4.4.1 Exemple 1 : le symétrique de l'orthocentre

Il s'agit du résultat bien connu :

On considère un triangle ABC et son orthocentre H, montrer que le symétrique H' de H par rapport à (BC) est sur le cercle circonscrit.

Pour cela, on va utiliser la réciproque du théorème de l'angle inscrit en montrant que des angles (potentiellement) inscrits interceptant le même arc sont égaux ou supplémentaires. Comme il y a dans le quadrilatère $ABH'C$ quatre côtés et deux diagonales, cela fait six possibilités, logiques *a priori*. Ce qui est remarquable c'est que toutes mènent au résultat. Nous allons en traiter deux seulement (voir [DPR] pour les autres), et seulement dans le cas où l'orthocentre H est intérieur au triangle. Si l'on n'utilise pas les angles orientés, il faut *a priori* distinguer les cas de figures. On note A', B', C' les pieds des hauteurs.

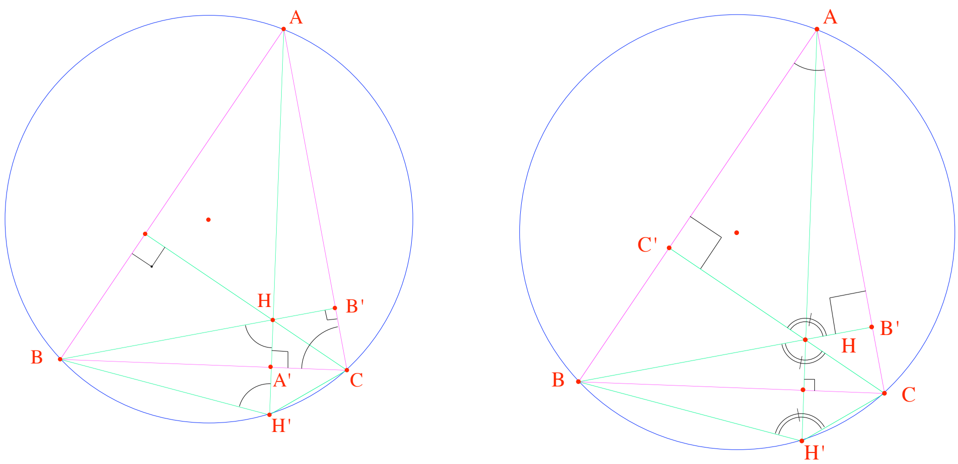

FIGURE 13 – Le symétrique de l'orthocentre

Il suffit, par exemple, de montrer $\widehat{BH'A} = \widehat{BCA}$. Or on a $\widehat{BH'A} =$

$\widehat{BHA'}$ (par la symétrie) et $\widehat{BCA} = \widehat{BHA'}$ car ces angles sont tous deux complémentaires de $\widehat{HBC}$.

On peut encore vouloir montrer que les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BH'C}$ sont supplémentaires. Pas de problème, puisque l'on a $\widehat{BH'C} = \widehat{BHC}$ par symétrie et que cet angle est opposé par le sommet à $\widehat{B'HC'}$ qui est supplémentaire de l'angle en A à cause des angles droits en B' et C'.

4.4.2 Cercles inscrit et exinscrit

On considère un triangle ABC, I le centre du cercle inscrit, J l'un des centres des cercles exinscrits. La droite (IJ) coupe le cercle circonscrit en M. Montrer que M est le milieu de $[IJ]$.

On sait que les bissectrices intérieure et extérieure sont perpendiculaires et le triangle IBJ est donc rectangle en B. On reconnaît la configuration avec la médiane et l'hypoténuse et il suffit de montrer qu'on a $IM = BM = MJ$.

On commence par montrer que le triangle IMB est isocèle en M, donc que ses angles en I et B sont égaux. L'angle en B se décompose en $\widehat{MBC}$ et $\widehat{CBI}$. Le premier est égal à $\widehat{MAC}$ (par le théorème de l'angle inscrit), puis à $\widehat{MAB}$ (la bissectrice). Le second est égal à $\widehat{IBA}$. La somme est donc égale au supplémentaire de $\widehat{BIA}$ (la somme des angles du triangle BIA), donc à $\widehat{BIM}$.

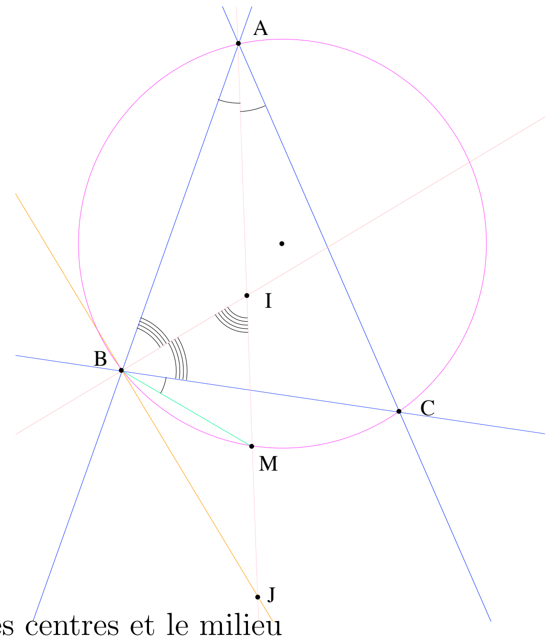

Figure 14 – Les centres et le milieu

Pour montrer $BM = MJ$ on montre l'égalité des angles à la base de BMJ comme complémentaires des précédents ou on utilise la droite des milieux.

4.5 Utilisation de l'outil aire

L'usage de l'outil "aire" requiert lui aussi quelques accessoires que, prenant mes désirs pour des réalités, j'appelle les "lemmes du collège" (voir

[ME], mais presque tous ces lemmes sont dans Euclide).

4.5.1 Les lemmes du collège

Il y en a cinq, tous très simples et qu'on peut montrer en utilisant la formule $base \times hauteur/2$ (voir aussi [ME]). Le lemme du parallélogramme affirme qu'une diagonale partage un parallélogramme en deux triangles de même aire. Le lemme du trapèze dit que deux triangles de même base, ayant leurs sommets sur une parallèle à la base ont même aire. Le lemme des proportions affirme que deux triangles dont les bases sont portées par la même droite et qui ont même sommet ont leurs aires proportionnelles à la base. Le lemme de la médiane est la variante dans laquelle A' est le milieu de $[BC]$.

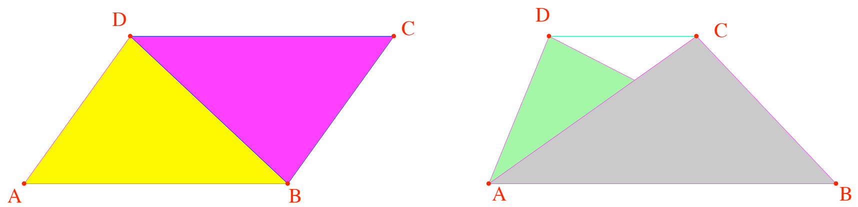

FIGURE 15 – Lemmes du parallélogramme et du trapèze

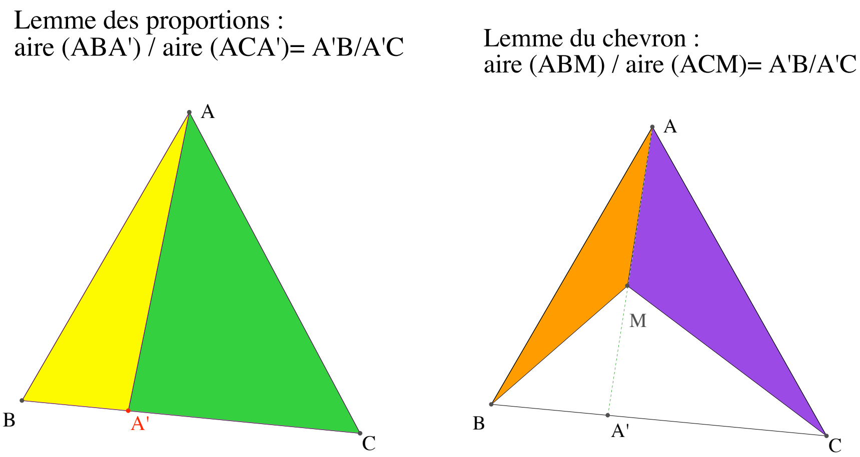

FIGURE 16 – Les lemmes des proportions et du chevron

Enfin, le lemme du chevron montre que les aires des ailes d'un chevron (voir figure ci-dessus) sont proportionnelles aux segments découpés sur la base (il s'obtient par différence en appliquant deux fois le lemme des proportions).

4.5.2 Application 1 : Thalès

Toutes les propriétés de géométrie affine plane se démontrent en utilisant les lemmes précédents. Nous donnons ici deux exemples : le théorème de Thalès et le problème des tiers, mais on traiterait de manière analogue le concours des médianes, les théorèmes de Ménélaus, Ceva, Gergonne, les variantes affines de Pappus et Desargues, etc. On note $\mathcal{A}(E)$ l'aire d'une partie E.

Pour Thalès, on a $AB'/AB = \mathcal{A}(AB'C)/\mathcal{A}(ABC)$ et de même $AC'/AC = \mathcal{A}(ABC')/\mathcal{A}(ABC)$ par le lemme des proportions, puis $\mathcal{A}(AB'C) = \mathcal{A}(AB'C') + \mathcal{A}(CB'C')$ et $\mathcal{A}(ABC') = \mathcal{A}(AB'C') + \mathcal{A}(BC'B')$ et on conclut par le lemme du trapèze.

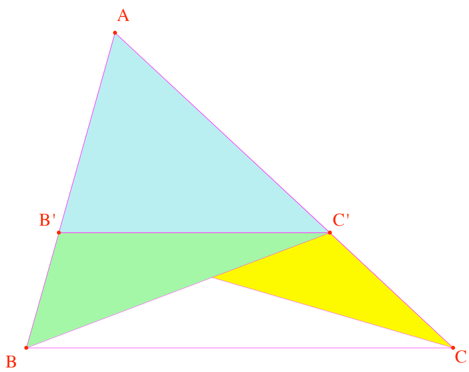

FIGURE 17 – Le théorème de Thalès

4.5.3 Le problème des tiers (suite et fin)

On a vu qu'il suffisait de résoudre le problème dans le cas équilatéral. On dispose alors d'un outil supplémentaire : les rotations de centre O et d'angles $\pm 2\pi/3$ qui permutent A, B, C ; I, J, K et P, Q, R. On en déduit l'égalité des aires des triangles roses d'une part et des jaunes d'autre part.

On applique alors le lemme du chevron dans BQC. Comme (QR) coupe (BC) en I qui est au tiers du segment, on a $IC = 2BI$ et donc l'aile droite du chevron a une aire double de l'aile gauche, ce qui montre que les aires roses sont aussi égales à l'aire blanche de PQR.

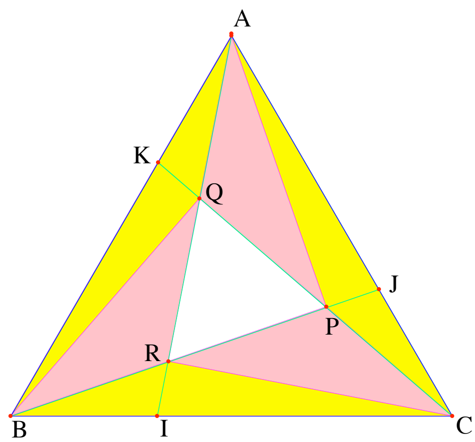

FIGURE 18 – C'est vache les tiers

Mais alors, le lemme des proportions, appliqué dans CQR, montre que l'on a $PQ = PC$, et en l'appliquant une dernière fois au triangle AQC on en déduit que les aires roses et jaunes sont égales. Tous les petits triangles ont donc même aire et comme il y en a sept, on a le résultat.

5 Les outils pour prouver : les cas d'isométrie

Les cas d'isométrie [13] des triangles étaient un des outils essentiels des collégiens d'autrefois pour faire de la géométrie. Bannis par la réforme des mathématiques modernes, ils ont fait leur réapparition en seconde dans les années 1990, avant d'être balayés par les dernières modifications de programmes.

5.1 Les fondements théoriques de l'usage des cas d'isométrie

Comme on l'a vu, le problème de la transitivité de l'action d'un groupe est fondamental. Or, que font les cas d'isométrie des triangles ? Ils décrivent exactement les orbites du groupe des isométries dans son action sur les triangles en donnant des critères commodes qui permettent d'affirmer l'existence d'une isométrie échangeant deux triangles (avec comme conséquence l'égalité des autres éléments que ceux utilisés) **sans être obligé, comme c'est le cas actuellement, d'exhiber celle-ci**. D'ailleurs leur démonstration est une parfaite illustration de ce principe de transitivité : on envoie un sommet sur un autre, puis une demi-droite sur une autre, etc. et peu importe qui est la transformation finale. Parodiant le célèbre sketch de Pierre Dac et Francis Blanche on pourrait avoir ce dialogue :

— *Votre sérénité, pouvez-vous envoyer ce triangle ABC sur cet autre triangle $A'B'C'$?*

— *Oui*

— *Vous pouvez le faire ?*

— *Oui*

— *Il peut le faire ! On l'applaudit bien fort.*

Le même argument vaut évidemment pour les similitudes, avec, l'avantage que l'un des critères (avec deux angles égaux) est d'une simplicité enfantine.

13. On disait autrefois *d'égalité*.

5.2 Les aspects didactiques

Je donne deux exemples très simples, mais il y en a des dizaines. J'espère convaincre ainsi le lecteur de l'efficacité des cas d'isométrie des triangles, par rapport à l'usage direct des transformations. En vérité, dans le plan, comme on connaît toutes les isométries, il est toujours possible de repérer laquelle employer. En revanche, ce qui est plus délicat c'est de prouver qu'elle fait bien ce qu'on suppose. On y arrive, mais c'est souvent lourd et, presque toujours, inutile.

5.2.1 Un exemple

Soit ABC un triangle isocèle avec $AB = AC > BC$. On porte des points D et E sur (AB) et (BC) tels que $BD = CE = AB - BC$. Montrer que ADE est isocèle.

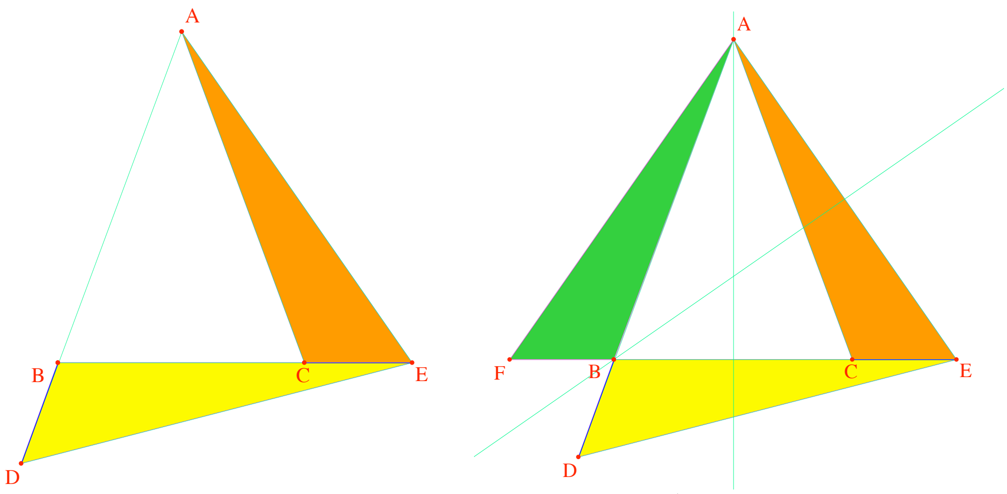

FIGURE 19 – Les segments ajoutés

C'est très facile avec les cas d'isométrie. En effet, on considère ACE et EBD. Ils sont isométriques (deux côtés et un angle). On a donc $AE = DE$.

Bien entendu, on peut aussi traiter le problème par les transformations (on peut toujours !). Il suffit de trouver la transformation qui passe de ACE à EBD. L'examen du sens des angles montre que c'est une rotation. On peut donc la trouver comme composée de deux symétries en introduisant le point F symétrique de E dans la symétrie σ_1 par rapport à la médiane-hauteur de ABC. On compose ensuite par la symétrie σ_2 par rapport à la bissectrice de $\widehat{ABC}$ et F vient en D (la droite (BC) vient sur (AB) et précisément la demi-droite $[BC)$ sur $[BA)$ et on conclut en utilisant $BF = BD$). On en conclut que, si $\rho = \sigma_2\sigma_1$, on a $\rho(E) = D$. Par ailleurs, on a $\sigma_1(A) = A$ et $\sigma_2(A) = E$ (car le triangle ABE est isocèle en B donc la bissectrice est axe de symétrie). On a donc aussi $\rho(A) = E$ et, en définitive, $EA = DE$.

5.2.2 Discussion

On peut faire plusieurs critiques à la variante de la démonstration qui utilise les transformations.

0) Elle est beaucoup moins visuelle. C'est un fait relevé par de nombreux psychologues que, pour les jeunes enfants, les surfaces (ici les triangles pleins) sont plus faciles à percevoir que les lignes ou les points.

1) Il faut déjà repérer quelle est la transformation pertinente.

2) Elle nécessite une construction supplémentaire (le point F).

3) Elle est nettement plus compliquée (voir la discussion sur les demi-droites) et nécessiterait de donner des indications aux élèves.

5.3 La formation des maîtres

L'un des problème posés par les nouveaux programmes est leur répercussion sur la formation des maîtres. Le fait qu'il n'y ait plus en seconde les cas d'isométrie a pour conséquence que ces notions ne sont plus enseignées en formation des maîtres [14]. Voici l'exemple récent d'un sujet zéro de 2011. L'énoncé est le suivant.

Soit ABC un triangle isocèle en A et soit E un point de $[AB]$. On considère le point F de $[AC]$ tel que $AF = BE$. On note (D) la médiatrice de $[EF]$. On se propose de montrer que, lorsque E décrit $[AB]$, la médiatrice de $[EF]$ passe par un point fixe.
1) Mettre en évidence la propriété à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
2) Démontrer la conjecture obtenue dans la question précédente.

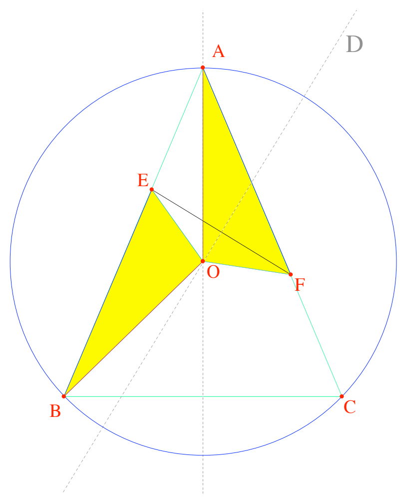

FIGURE 20 – Un sujet zéro du CAPES 2011

14. Dans l'épreuve sur dossier, en particulier, on est tenu par les programmes.

L'expérience montre que la médiatrice de $[EF]$ passe par un point fixe et, avec les positions limites de E en A et B, on voit que ce point fixe est le centre O du cercle circonscrit [15]. Il s'agit donc de montrer $OE = OF$. On sait qu'on a $OA = OB = OC$. Avec les triangles isométriques c'est facile, on regarde OBE et OAF, on a $OA = OB$, $BE = AF$ et il faut montrer l'égalité des angles en A et B, qui résulte du fait que la médiatrice de $[BC]$ est aussi bissectrice et que le triangle OAB est isocèle.

Le problème c'est que le thème général du sujet est : *les transformations* et qu'une des questions du jury est : *Donner une rédaction complète d'un corrigé de la question 2) en considérant une transformation qui convient.*

Bien entendu, on peut le faire ! Il suffit d'appliquer la symétrie par rapport à la médiatrice de $[BC]$ puis celle par rapport à la médiatrice de $[AB]$, ou encore la rotation de centre O et d'angle $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA})$, mais les critiques apparues dans l'exemple précédent se décalquent presque exactement.

5.4 Conclusion

Dans les exemples proposés on voit que l'utilisation des cas d'isométrie, au collège, est plus commode que celle des transformations [16]. Mais, en vérité, le problème est maintenant bien plus grave : avec les nouveaux projets de programmes, les exercices précédents (et la plupart de ceux évoqués dans ce texte) ne pourraient plus être donnés nulle part. En effet, il n'y a plus les cas d'isométrie, et il n'y aura bientôt plus les transformations [17].

6 Des propositions

6.1 Faire de la géométrie

Envers et contre tout, envers et contre tous, je maintiens qu'il faut faire de la géométrie au collège et au lycée.

15. Ce point est suggéré par l'énoncé au travers d'une solution proposée par un élève.

16. Une autre possibilité, dans les deux cas, serait d'utiliser Al-Kashi, qui est une variante calculatoire des cas d'isométrie. Mais d'abord, pour faire ce calcul, il faut avoir noté l'égalité des deux longueurs et de l'angle, et on a déjà l'isométrie et ensuite, Al-Kashi n'apparaît qu'en première !

17. Bien entendu, il reste les symétries axiales, que l'on pourrait – en principe – composer, mais ce mot devient prohibé, même en TS ...

6.2 Réhabiliter Euclide

Cela recouvre deux propositions, d'ailleurs modestes, qui concernent le collège :

• Mieux utiliser les invariants, longueurs, et surtout angles et aires, ainsi que leurs accessoires, voir ci-dessus, notamment les "lemmes du collège".

• Réintroduire les cas d'isométrie des triangles dès le collège. D'abord, comme j'ai tenté de le montrer, c'est un bon outil, et surtout, s'il n'y a plus les transformations et pas les cas d'isométrie, il n'y a plus rien pour faire de la géométrie. De plus, ils ne sont pas si loin (voir, en cinquième, le paragraphe sur la construction d'un triangle à partir de trois de ses éléments).

Si j'insiste sur ce point c'est qu'il est urgent par rapport à la formation des maîtres, sujet qui me concerne au premier chef. Il y a déjà eu toute une génération de professeurs qui ne savait plus utiliser les cas d'isométrie, n'en créons pas une autre.

6.3 Dépasser Euclide

Il y a au moins trois points sur lesquels il est possible de dépasser [18] Euclide :

• Les nombres. C'est le talon d'Achille de la mathématique grecque. L'absence d'une notion utilisable de nombres rationnels, voire réels, a bloqué les Grecs, les empêchant notamment de résoudre les problèmes classiques de construction à la règle et au compas. Heureusement, Stevin a inventé les décimaux, et nous disposons ainsi d'un outil que l'on peut enseigner dès le primaire. Profitons-en [19].

• Les invariants orientés. Je pense aux vecteurs et aux angles orientés. Là encore il s'agit d'un progrès essentiel, notamment, dans le cas des vecteurs, par leur usage en physique. Dans le cas des angles, l'usage des angles orientés est essentiel pour définir les rotations [20]. Attention toutefois, je suis partisan de ne pas les introduire trop tôt, et avec modération. Au collège et au début du lycée, les angles non orientés sont bien suffisants. Ce n'est que lorsqu'on se sera confronté au problème des cas de figures que l'on pourra songer à parler d'invariants orientés.

• La notion de groupe, et, avant, les transformations ! On a vu que c'est le fondement de la géométrie au sens de Klein. Il faut lui laisser le temps

18. Je maintiens que le texte d'Euclide est absolument remarquable. Ceux qui en parlent avec mépris ne sont sans doute jamais allés regarder ce qui s'y trouve.

19. Ce n'est pas une proposition, car les nombres sont déjà utilisés au collège, mais un rappel.

20. Les rotations, dites-vous, qu'est-ce que c'est que ça ?

d'apparaître à son heure, sans doute à la toute fin du lycée, mais il n'est pas normal que, sur ce point, notre enseignement secondaire en soit revenu à une situation plus archaïque que celle des années 1960, voire d'avant guerre.

7 Un peu de polémique

On l'aura compris, je considère que les derniers programmes de mathématiques des lycées sont, dans l'ensemble, lamentables [21]. La question est : mais pourquoi ces programmes et pourquoi notamment la quasi-disparition de la géométrie ?

7.1 Horaires et image des mathématiques

La première raison invoquée pour diminuer la place de la géométrie est générale et politique : c'est la diminution imposée de l'horaire de mathématiques, notamment en première. C'est une réalité. On peut s'interroger sur le pourquoi de cet état de fait et évoquer plusieurs raisons, que je cite en vrac sans nécessairement les reprendre à mon compte :

a) Les classes de S ne sont plus des classes scientifiques, mais des classes généralistes.

b) Il y a actuellement, de manière générale, un courant anti-sciences qui se manifeste tant sur le plan philosophique (le courant post-moderne, la remontée du fait religieux), que politique (la mise en cause – justifiée ? – de la science comme facteur de progrès, voir les débats sur le nucléaire, les OGM, la santé, etc.).

c) Dans le cas particulier des mathématiques, outre le point précédent, s'ajoute le discours de certains collègues scientifiques (je pense notamment à Claude Allègre).

d) Il y a une méfiance, voire une animosité du public pour les mathématiques, parce que c'est un instrument de sélection.

e) Ce qu'on fait en mathématiques dans le secondaire est de plus en plus ennuyeux, tant par les thèmes choisis que par la pratique (y compris en géométrie).

7.2 L'absence de démocratie

Depuis la suppression du Conseil National des Programmes en 2002, les programmes sont retombés dans l'escarcelle de l'inspection générale et l'élaboration des programmes y a perdu en transparence et en débats. Au

21. Ce que j'écris maintenant n'engage que moi.

moins, quand le CNP et ses divers groupes techniques existaient, il y avait un endroit où l'on pouvait débattre, c'est-à-dire éventuellement s'engueuler quand on n'était pas d'accord, avec toute la clarté nécessaire [22].

Maintenant, ce n'est plus le cas. D'abord, par nature, l'inspection est soumise au ministère et les groupes qu'elles constituent sont soumis à l'inspection (hormis quelques universitaires mis là dans un but décoratif, il y a surtout des IPR et des professeurs du secondaire, qui ont tous un rapport hiérarchique avec elle). Ensuite, la procédure consiste en des consultations dont je persiste à penser qu'elles sont factices : si on regarde ce qu'ont laissé filtrer les premiers auditionnés sur les programmes de terminale, on voit qu'il y a eu peu de changement depuis. Cette absence de démocratie est la porte ouverte au lobbying et nos collègues, informaticiens et statisticiens notamment, ne s'en privent pas [23].

7.3 À propos des contenus

Un des arguments avancés est qu'il faut faire de la place pour de nouveaux domaines, notamment probabilités, statistiques, algorithmique. je n'ai évidemment rien contre ces domaines, et je reconnais qu'ils étaient, jadis, mal-aimés, voire absents. Cela étant, il me semble que le rattrapage a déjà été conséquent.

Cela ne concerne d'ailleurs pas seulement la géométrie. Par exemple, du côté des mathématiques appliquées, on a supprimé les équations différentielles [24]. C'est vraiment penser que seules les statistiques et les probabilités ont des applications et c'est une vision très discutable des mathématiques [25]. C'est sur ce type de questions que la démocratie est indispensable : aucun mathématicien actuel, je dis bien aucun, ne dispose d'une vision exhaustive de sa discipline et de ses applications et il est nécessaire d'entendre plusieurs voix pour prendre des décisions.

Sur ce plan, il y a d'ailleurs une incohérence totale à renforcer toujours plus les programmes du lycée en probabilités et statistiques, alors que ceux des classes préparatoires (au moins les classes MP) sont toujours désespérément vides [26] de ce côté là ! (et c'est à peu près la même chose pour

22. Je n'ai pas été membre du CNP, mais j'ai vécu cela dans la commission Kahane.

23. Je le dis d'autant plus volontiers que je pratique aussi le lobbying pour défendre la géométrie, mais sans grand succès !

24. C'est d'autant plus incohérent qu'on a maintenu l'introduction de l'exponentielle par l'équation $y' = y$.

25. Il est vrai que ces domaines sont très utiles en finance, comme on l'a vu ...

26. Il paraît que cela va changer, auquel cas c'est l'ordre dans lequel sont faites les choses qui me semble aberrant.

l'algorithmique.)

7.4 Le temps ne fait rien à l'affaire ?

Je crois qu'il y a tout de même un problème de génération : les gens qui arrivent maintenant aux commandes ont été, pour nombre d'entre eux, formés à l'époque des mathématiques modernes, donc à un moment où la géométrie était jetée aux oubliettes. Cela se sent dans leurs décisions : ils n'ont pas, inscrit dans leurs gènes, la conviction de l'importance de la pensée géométrique.

8 Références

[DPR] DUPERRET Jean-Claude, PERRIN Daniel, RICHETON Jean-Pierre, *Une illustration du rapport sur la géométrie de la commission Kahane : analyse de quelques exercices de géométrie*, Bull. APMEP 435, 2001.

[Ka] KAHANE Jean-Pierre (dirigé par), *L'enseignement des sciences mathématiques*, Odile Jacob (2002).

[Kl] KLEIN Felix, *Le programme d'Erlangen*, Jacques Gabay (1991).

[ME] PERRIN Daniel, *Mathématiques d'École*, Cassini (2005).

[DP] PERRIN Daniel, *Des outils pour la géométrie à l'âge du collège : invariants, cas d'isométrie et de similitude, transformations.* Repères IREM, 53, p. 91-110, 2003.

Voir aussi ma page web : http ://www.math.u-psud.fr/ perrin/