

#### Devoir 1

à rendre pour la séance numéro 4, le 04 mars 2020

#### Exercice 1 - Calcul d'un carré

On travaille avec des nombres ordinaires.

On se donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

- Calculer la matrice  $C$  donnée par l'expression  $C = A^2 + 2AB + B^2$ .
- Que vaut la matrice  $A + B$  ?
- Calculer la matrice  $D = (A + B)^2$ .
- Que constate-t-on ?
- Quelle relation permet de calculer  $(A + B)^2$  sans erreur et en toute généralité ?

#### Exercice 2 - Quelques produits de matrices

On travaille avec des nombres ordinaires. On pose  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Calculer la matrice  $B^t$ , transposée de la matrice  $B$ .
- Que vaut le produit  $C = B^t A$  ?
- Que vaut le produit  $D = A B^t$  ?
- Pourquoi les deux matrices  $C$  et  $D$  ne peuvent pas être égales ?

#### Exercice 3 - Canal non symétrique

On se donne deux nombres  $p_0$  et  $p_1$  a priori différents et tous deux compris strictement entre 0 et 1. On introduit un canal bruité non symétrique tel que la probabilité de transition  $0 \rightarrow 1$  est égale à  $p_0$  et la probabilité de transition  $1 \rightarrow 0$  est égale à  $p_1$ .

- Quelle sont les probabilités de transition  $0 \rightarrow 0$  et  $1 \rightarrow 1$  ?
- On suppose que la modification de deux chiffres quelconques constitue un ensemble formé de deux événements indépendants. Quelles sont les probabilités de transition  $00 \rightarrow 00$ ,  $00 \rightarrow 01$ ,  $00 \rightarrow 10$  et  $00 \rightarrow 11$  ?
- Quelle est la somme des probabilités calculées à la question précédente ?
- On considère le mot  $T = 110$  composé de trois bits. Quelle est la probabilité d'obtenir en sortie du canal un mot arbitraire composé de trois bits ? [il y a huit cas différents à envisager].
- Vérifier que la somme des huit probabilités précédentes est bien égale à 1.
- Proposer une valeur approchée des huit probabilités de la question d) si  $p_0 = 10^{-2}$  et  $p_1 = 10^{-4}$ .