

### Méthodes Mathématiques pour le Traitement du Signal (MAA107)

#### Devoir 1, à rendre pour la séance numéro 4, mardi 18 octobre 2022

##### Exercice 1) Fonctions intégrables ?

On se donne un nombre réel  $\alpha$  et on pose  $f_\alpha(t) = \frac{1}{t^\alpha}$  si  $t \geq 1$  et  $f_\alpha(t) = 0$  si  $t < 1$ .

- Quel est l'ensemble de définition de la fonction  $f_\alpha$  ?
- Pour quelles valeurs de  $\alpha$  la fonction  $f_\alpha$  est telle que l'intégrale  $I_\alpha \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |f_\alpha(t)| dt$  est convergente, c'est à dire définit un nombre réel ?
- Calculer dans ces cas la valeur du nombre  $I_\alpha$ .
- Pour quelles valeurs de  $\alpha$  l'intégrale  $J_\alpha \equiv \int_{-\infty}^{\infty} (f_\alpha(t))^2 dt$  définit-elle comme un nombre réel ?
- Calculer alors la valeur de  $J_\alpha$ .

##### Exercice 2) Equations différentielles ordinaires

- Quelle est la solution générale de l'équation différentielle (1)  $\frac{du}{dt} + 2u(t) = 0$  ?
- Quelle est la solution de l'équation différentielle (1) associée à la condition initiale (2)  $u(0) = 2$  ?
- Quelle est la solution de l'équation différentielle (3)  $\frac{du}{dt} + 2u(t) = 4$  associée à la condition initiale (2) ?
- Quelle est la solution de l'équation différentielle (4)  $\frac{du}{dt} + 2u(t) = \sin(t)$  associée à la condition initiale (2) ?
- Vérifier avec soin que la fonction  $u(t)$  calculée à la question précédente est effectivement solution des équations (2) et (4).