

#### Devoir 1 à rendre pour la séance numéro 4, le 03 mars 2020

##### Exercice 1 - Médiannes d'un triangle

On considère le triangle  $(A, B, C)$  défini par les droites  $AB$ ,  $BC$  et  $CA$ . Les équations des droites  $AB$ ,  $BC$  et  $CA$  sont respectivement  $4x - 7y - 12 = 0$ ,  $2x + 3y - 6 = 0$  et  $3x - 2y + 4 = 0$ .

- Déterminer les coordonnées des points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
- On appelle  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$  les milieux des segments  $[B, C]$ ,  $[C, A]$  et  $[A, B]$ . Calculer les coordonnées des points  $A'$ ,  $B'$  et  $C'$ .
- Déterminer les équations des trois médianes  $AA'$ ,  $BB'$  et  $CC'$ .
- Montrer que les trois droites  $AA'$ ,  $BB'$  et  $CC'$  sont concourantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection commun.
- Aurait-on pu répondre plus rapidement à la question d) ?

##### Exercice 2 - Résolution de systèmes linéaires et inverse d'une matrice

a) Montrer que si  $A$  est une matrice carrée d'ordre trois inversible et  $X$  et  $B$  deux vecteurs colonnes composés de trois lignes tels que  $AX = B$ , alors  $X = A^{-1}B$ .

b) On se donne la matrice  $A$  d'ordre 3 suivante :  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  et trois nombres réels

$\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ . Calculer la solution générale  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  du système linéaire  $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ .

c) En déduire l'expression  $A^{-1}$  de la matrice inverse de  $A$  introduite à la question b). On pourra observer que cette question ne demande aucun calcul si on a traité les deux questions précédentes.