

## Cours 9

## Transformation de Fourier (1)

- **Calcul de transformées de Fourier** [d'après Nathalie Zanon]

Pour  $a < b$  deux réels, on pose  $\chi_{[a,b]}(t) = 1$  si  $a \leq t \leq b$  et  $\chi_{[a,b]}(t) = 0$  si  $t < a$  ou  $t > b$ .

- Calculer la transformée de Fourier de la fonction  $\chi_{[a,b]}$ .
- Calculer la transformée de Fourier des fonctions  $\sin \chi_{[a,b]}$  et  $\cos \chi_{[a,b]}$  qui, à  $t \in \mathbb{R}$ , associent respectivement les nombres  $\sin(t) \chi_{[a,b]}(t)$  et  $\cos(t) \chi_{[a,b]}(t)$ .

- **Changement d'échelle**

On se donne un réel  $a$  non nul et une fonction  $f \in L^1(\mathbb{R})$ . On note  $\widehat{f}$  la transformée de Fourier de la fonction  $f$ .

- Si  $a > 0$ , calculer la transformée de Fourier de la fonction  $g$  définie par  $g(t) = f(at)$ .
- Reprendre la question précédente si  $a$  est strictement négatif.

- **Parité**

On se donne une fonction  $f \in L^1(\mathbb{R})$  impaire. On suppose  $f$  impaire :  $f(-t) = -f(t)$  pour tout réel  $t$ .

- Exprimer la transformée de Fourier  $\widehat{f}$  de  $f$  avec une intégrale entre 0 et  $+\infty$ .
- En déduire que la transformée de Fourier  $\widehat{f}$  est une fonction impaire.
- Si de plus la fonction  $f$  est réelle, que peut-on dire de la fonction  $\widehat{f}$ ?