

ANALYSE MATHÉMATIQUE POUR L'INGÉNIEUR

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

CENTRE D'ENSEIGNEMENT DE PARIS

**AMI**

**Analyse Mathématique pour l'Ingénieur**

FRANÇOIS DUBOIS

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS

SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES

OCTOBRE 2009-FÉVRIER 2010.

COURS 1

## Suites et séries de rationnels

- Nombres rationnels
- Suite et série arithmétique
- Suite et série géométrique
- Le corps des rationnels
- Quelques limites fondamentales
- Ordre total pour les rationnels
- Quelques questions sur la convergence des séries
- Suites de Cauchy

COURS 2

## Définir les nombres réels

- Une construction délicate
- Structures pour l'ensemble  $\mathbb{R}$  des nombres réels
- Borne supérieure, borne inférieure
- Partie entière
- Développement décimal illimité
- Non-dénombrabilité

COURS 3

## Suites et séries de nombres réels

- Suites récurrentes
- Séries à termes positifs
- Convergence absolue
- Propriétés générales de  $\mathbb{R}$

COURS 4 (PREMIÈRE PARTIE)

## **Fonctions numériques d'une variable réelle**

- Intégrale
- Fonctions continues
- Fonctions dérivables
- Formule de Taylor
- Compléments

COURS 4 (SECONDE PARTIE)

## **Fonctions numériques d'une variable réelle**

- Intégrale
- Fonctions continues
- Fonctions dérivables
- Formule de Taylor
- Compléments

COURS 5

## Fonctions de deux variables réelles

- Continuité
- Dérivées partielles
- Application linéaire tangente
- Différentielle d'une application composée

COURS 6

## Compléments de calcul différentiel

- Matrices jacobiennes
- Dérivée seconde et matrice Hessienne
- Forme bilinéaire symétrique
- Conditions d'extremum
- Formule de Taylor

COURS 7

## Introduction à l'intégrale de Lebesgue

- Motivation
- Ensembles mesurables
- Limite supérieure et limite inférieure
- Fonctions étagées
- Mesure positive
- Intégration des fonctions positives
- Fonctions sommables
- Epilogue

COURS 8

## Convergence dominée

- Rappels
- Classes de fonctions égales presque partout
- Nouvel énoncé du théorème de convergence dominée
- Deux extensions du théorème de convergence dominée

COURS 9

## Calcul des intégrales doubles

- Motivation
- Théorèmes de Tonelli et de Fubini
- Quelques exemples élémentaires
- Un contre-exemple classique
- Changement de variable
- Calcul de l'intégrale de Gauss

COURS 10

## Compléments de calcul intégral

- Convolution
- Intégrales de contour
- Intégration par parties
- Quelques espaces fonctionnels
- Inégalité de Hölder
- Les espaces  $L^p$  sont des espaces de Banach

COURS 11

## Quelques applications classiques

- Calcul d'un produit de convolution
- Introduction aux problèmes elliptiques
- Calcul d'une différentielle classique
- Dériver des fonctionnelles

COURS 12

## Equations différentielles ordinaires

- Fonctions continues sur un compact
- Exemples d'espaces de Banach
- Théorème du point fixe
- Une équation intégrale
- Equations différentielles
- Dépendance en la condition initiale

COURS 13

## Espaces de Hilbert pour les séries de Fourier

- Séries de Fourier
- Convergence de la série de Fourier
- Espaces de Hilbert
- Familles orthonormées
- Applications
- Méthodes spectrales

COURS 14

## Transformation de Fourier

- Cas d'une fonction intégrable
- Inversion de Fourier
- Dérivée de la transformée de Fourier
- Transformation de Fourier dans  $L^2(\mathbb{R})$
- Loi forte des grands nombres