

Algèbre de Boole, probabilités et arithmétique

Devoir 1, à rendre pour la séance numéro 4, mardi 10 octobre 2022

Exercice 1) “ou exclusif”

On dit que $(P \text{ “ou exclusif” } Q)$ est vrai si et seulement si $(P \text{ ou } Q)$ est vrai mais pas simultanément P et Q .

- Écrire la table de vérité du “ou exclusif”.
- Démontrer en utilisant les propriétés vues en cours que $(P \text{ “ou exclusif” } Q)$ signifie $((P \text{ et non } Q) \text{ ou } (\text{non } P \text{ et } Q))$.

Exercice 2) Négation

Soit P, Q, R des propositions. Dans chacun des cas suivants, les deux propositions citées sont-elles la négation l’une de l’autre ? La preuve pourra s’appuyer sur une table de vérité ou sur un calcul avec les propriétés vues en cours.

- $(P \text{ et } Q) ; (\text{non } P \text{ et non } Q)$
- $(P \implies Q) ; (\text{non } Q \implies \text{non } P)$
- $(P \text{ ou } Q) ; (P \text{ et } Q)$
- $(P \text{ ou } Q) ; (\text{non } P \text{ ou non } Q)$
- $(P \text{ ou } Q) ; (\text{non } P \text{ et non } Q)$.

Exercice 3) Raisonnements valides

Parmi les phrases suivantes, quels sont les raisonnements qui sont logiquement valides ? On donnera un contre-exemple dans le cas où le raisonnement n’est pas valide.

- Tous les élèves sont charmants, or Édouard est charmant, donc Édouard est un élève.
- Édouard est un élève, or tous les élèves sont charmants, donc Édouard est charmant.
- Aucun élève n’est charmant, or Édouard n’est pas charmant, donc Édouard est un élève.
- Aucun élève n’est charmant, or Édouard est un élève, donc il n’est pas charmant.
- La plupart des élèves s’appellent Édouard, or tous les Édouard sont charmants, donc certains élèves sont charmants.
- Tous les élèves s’appellent Édouard, or certains Édouard ne sont pas charmants, donc certains élèves sont charmants.