

### Devoir 3

à rendre pour la séance numéro 10, le 24 avril 2019

#### Exercice 1 - Etude d'un langage [d'après F. Santi]

Sur l'alphabet  $A = \{a, b\}$ , on considère le langage  $L = ((ab)a^*)^*$ .

- Donner la liste des mots de  $L$  de longueur inférieure ou égale à 6.
- Décrire en une phrase (ou deux) les mots du langage  $L$ .
- Soit  $n$  un entier quelconque. Le mot  $(ab)^n$  appartient-il à  $L$  ?
- Même question pour les mots  $a^n$  et  $(ab)^n a^n$ .

#### Exercice 2 - Résolution d'un système d'équations

On se donne l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et  $\varepsilon$  désigne le mot sans lettre. Pour un langage quelconque  $L$  sur l'alphabet  $A$ , on note  $L^+$  le langage obtenu en enlevant le mot sans lettre de la clôture  $L^*$  :  $L^+ = L^* \setminus \{\varepsilon\}$ .

On considère quatre langages  $X_1, X_2, X_3$  et  $X_4$  sur l'alphabet  $A$ . On suppose qu'ils satisfont au système d'équations suivant :

$$X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon, \quad X_2 = aX_1 + bX_3 + \varepsilon, \quad X_3 = bX_2 + aX_4, \quad X_4 = AX_4.$$

On se propose de résoudre ce système d'équations.

- Montrer que l'on a  $b((b^2)^*) = ((b^2)^*)b$ .
- Décrire en une phrase les mots des langages  $L = \varepsilon + b((b^2)^*)$  et  $L^+$ .
- Que vaut le langage  $X_4$  ?
- Exprimer  $X_2$  uniquement en fonction de  $X_1, X_3$ , des mots de l'alphabet  $A$  et du mot sans lettre.
- En déduire  $X_2$  en fonction de  $X_1$ , des mots de l'alphabet  $A$  et du mot sans lettre.
- Quelle est la valeur du langage  $X_1$  ?
- Terminer la résolution du système d'équations

$X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon, \quad X_2 = aX_1 + bX_3 + \varepsilon, \quad X_3 = bX_2 + aX_4, \quad X_4 = AX_4$   
en précisant la valeur des langages  $X_2$  et  $X_3$ .