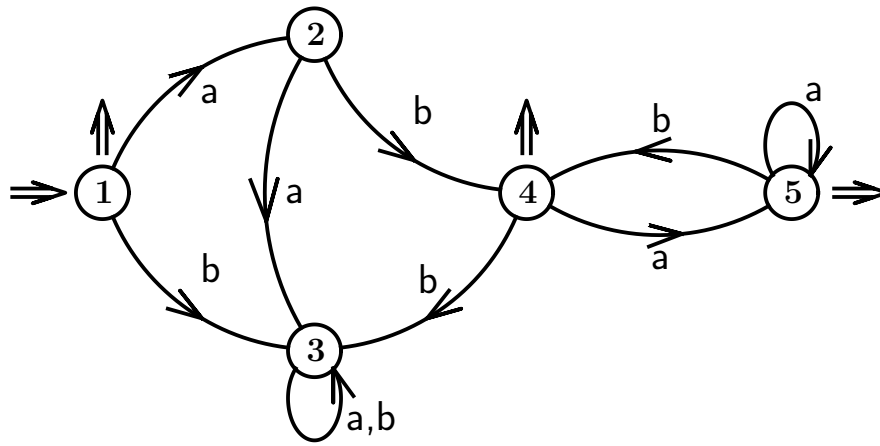


### Devoir 4

à rendre pour la séance numéro 13, le 21 mai 2024

#### Exercice 1 - Étude d'un automate



On considère l'automate fini  $\mathcal{A}$  décrit par la figure ci-dessus.

- Donner la liste des mots reconnus par l'automate de longueur inférieure ou égale à 6.
- Quelles sont les équations de départ de cet automate ?
- Résoudre ce système d'équations.
- En déduire une expression du langage  $\mathcal{L}(\mathcal{A})$  des mots acceptés par cet automate.
- Vérifier que les mots trouvés à la question a) sont bien des mots du langage  $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ .

#### Exercice 2 - Inverses à gauche d'un langage

Sur l'alphabet  $A = \{a, b\}$ , on considère le langage  $L = (aba^*)^*$ . On se propose de déterminer tous les langages inverses à gauche du langage  $L$ , c'est à dire tous les langages de la forme  $w^{-1}L = \{u \in A^*, \exists v \in L, v = wu\}$  pour tous les mots  $w \in A^*$ .

- Donner la liste des mots de  $L$  de longueur inférieure ou égale à 6.
- Que valent  $a^{-1}L$  et  $b^{-1}L$  ?
- Montrer que  $a^{-1}(a^{-1}L) = \emptyset$  et que  $b^{-1}(a^{-1}L) = a^*L$ .
- Que vaut  $a^{-1}(a^*L)$  ? On sera vigilant sur le fait que la réponse à cette question n'est pas évidente.
- En déduire les valeurs des langages  $a^{-1}(b^{-1}(a^{-1}L))$ ,  $b^{-1}(b^{-1}(a^{-1}L))$  et  $b^{-1}(a^{-1}(b^{-1}(a^{-1}L)))$ .
- Combien de langages différents y a-t-il dans la famille  $\{w^{-1}L, w \in A^*\}$  ?
- Construire l'automate minimal associé au langage  $L$ .
- Que remarquez-vous ?