

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS
CENTRE D'ENSEIGNEMENT DE PARIS

IACS

Informatique Appliquée au Calcul Scientifique

FRANÇOIS DUBOIS
PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS
SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES
ÉDITION JUILLET 2005.

Présentation

L'enseignement "IACS" d'Informatique Appliquée au Calcul Scientifique ou plus justement d'*Introduction à l'Art du Calcul Scientifique* est proposé en cycle A. Il est destiné aux auditeurs qui cherchent à maîtriser l'outil mathématique *via* l'utilisation de progiciels modernes du type de Matlab. Il comporte une demi-valeur de cours (code Cnam 16070) au premier semestre le lundi soir de 17 heures 30 à 21 heures 30 et une demi-valeur de travaux pratiques (code 16089) au second semestre.

Au cours de cet enseignement, les méthodes numériques avec leurs aspects pratiques sont avant tout transmises ; la pédagogie comporte des démonstrations de simulations numériques, un rappel des notions de mathématiques indispensables comme la convergence des suites numériques, les matrices ou les équations différentielles, ainsi que des exercices d'applications. Le cours comporte 60 heures avec trois grandes articulations : algorithmes, splines, systèmes dynamiques. Chacune est divisée en cinq séances.

Comme prérequis, l'équipe pédagogique demande simplement aux auditeurs de savoir ce qu'est une dérivée et d'avoir une pratique élémentaire des développements limités. La participation active des auditeurs est indispensable. Le contrôle des connaissances comporte un examen partiel en milieu de module et un examen final.

Algorithmes

- 1 Les nombres dans un ordinateur.
- 2 Quelques rudiments de programmation.
- 3 Algorithme du point fixe.
- 4 Algorithme de Newton.
- 5 Dérivation numérique.

Splines

- 6 Droite des moindres carrés.
- 7 Interpolation de Lagrange.
- 8 Interpolation cubique de Hermite.
- 9 Factorisation de Gauss d'une matrice tridiagonale.
- 10 Splines cubiques.

Systèmes dynamiques

- 11 Retour à l'équilibre.
- 12 Cycle limite linéaire.
- 13 Méthode de Runge et Kutta (i)
- 14 Méthode de Runge et Kutta (ii)

Plan du cours

chapitre 1. Représentation des nombres en machine

- 1) Zéro et l'infini
- 2) Application à la résolution d'une équation
- 3) Suite et série géométrique
- 4) Erreurs d'arrondis
- 5) Signe, exposant, mantisse

chapitre 2. Quelques rudiments de programmation

- 1) Un principe de base
- 2) Sommer une série ; boucles
- 3) Séries divergentes
- 4) Branchement

chapitre 3. Point fixe

- 1) Introduction
- 2) Algorithme du point fixe
- 3) Théorème du point fixe
- 4) Exercice : calcul numérique de π

chapitre 4. Algorithme de Newton

- 1) Principe de l'algorithme
- 2) Exemples
- 3) Convergence
- 4) Exercice : divergence de la série harmonique
- 5) Exercice : calcul de la première racine de l'équation $\operatorname{tg}x = x$

chapitre 5. Dérivation numérique

- 1) Définitions
- 2) Dérivées d'ordre supérieur
- 3) Ordre de précision
- 4) Approximation de la dérivée seconde
- 5) Exercice : dérivée première décentrée d'ordre deux

chapitre 6. Droite des moindres carrés

- 1) Inégalité de Cauchy-Schwarz
- 2) Droite des moindres carrés
- 3) Calcul pratique de la droite de régression
- 4) Introduction aux méthodes de l'optimisation

chapitre 7. Interpolation de Lagrange

- 1) Interpolation affine
- 2) Interpolation affine par morceaux
- 3) Interpolation polynomiale de degré N
- 4) Interpolation de degré deux sur une grille uniforme

chapitre 8. Interpolation de Hermite

- 1) Une base de l'espace des polynômes de degré inférieur ou égal à trois
- 2) Interpolation de Hermite
- 3) Vers plus de régularité

chapitre 9. Systèmes linéaires tridiagonaux

- 1) Rappel sur les matrices
- 2) Factorisation de Gauss d'un système d'ordre deux
- 3) Factorisation de Gauss d'une matrice trois par trois
- 4) Matrice tridiagonale d'ordre n

chapitre 10. Splines cubiques

- 1) Position du problème
- 2) Interpolation polynomiale de degré trois
- 3) Raccord des dérivées secondes
- 4) Résolution d'un système linéaire tridiagonal
- 5) En guise de conclusion

chapitre 11. Retour à l'équilibre

- 1) Introduction aux systèmes dynamiques
- 2) Schéma d'Euler explicite
- 3) Stabilité
- 4) Schéma d'Euler rétrograde
- 5) Schéma de Crank-Nicolson
- 6) Schéma de Heun (exercice)

chapitre 12. Cycle limite linéaire

- 1) Equation différentielle du second ordre
- 2) Système différentiel du premier ordre
- 3) Schéma d'Euler explicite
- 4) Schéma d'Euler rétrograde
- 5) Schéma de Crank-Nicolson
- 6) Schéma de Heun

chapitre 13. Schéma de Runge et Kutta (i).

- 1) Equations différentielles non linéaires
- 2) Quelques schémas d'intégration
- 3) Formule de Simpson

chapitre 14. Schéma de Runge et Kutta (ii).

- 1) Construction du schéma
- 2) Une application

complément

Formule de Taylor