Les mathématiciens sont joueurs !

François Dubois

21 octobre 2010 [1]

Avant-propos

Afin de célébrer la mémoire de Martin Gardner, disparu en mai 2010 à l'âge de 95 ans, le "Gathering for Gardner" ou "G4G", club de ses amis[2], a mis en place divers événements dans le monde entier le 21 octobre 2010, date de son anniversaire, rassemblés sous la bannière "Celebration of Mind". Nous présentons très librement à partir de notre lecture des livres de Martin Gardner, des éléments rassemblés pour notre intervention lors de cette soirée du G4G-Kafemath et de plusieurs remarques faites en séance, un point de vue sur les rapports entre quelques mathématiciens et diverses formes de jeu. Merci à Christian Boyer et Alain Zalmanski de leur lecture bienveillante d'une première version de cette contribution et à Pierre Berloquin d'avoir suggéré et animé cette soirée pour Martin Gardner !

Blaise Pascal

L'œuvre mathématique de Blaise Pascal (1623-1662), si elle est moins connue que son œuvre philosophique, est un travail de toute première importance. Nous ne détaillons pas ici le "triangle de Pascal" pour calculer les coefficients de la formule du binôme. On sait bien que si Blaise Pascal a retrouvé cette relation, elle était déjà connue d'al-Karaji (953-1029) mathématicien arabo-persan (voir par exemple A. Djebbar [10]). Le triangle arithmétique était également connu des mathématiciens chinois, ainsi que le rapporte en 1261 Yang Hui (1238-1298) dans son *Commentaire sur Les Neuf chapitres*. Le "triangle de Yang Hui" est selon les Chinois dû au génie de Jia Xian (≃1010-1070), publié dès 1148 dans une version antérieure du *Commentaire sur Les Neuf chapitres* (voir par exemple K. Chemla et G. Shuchan [6])

[1] Support pour le "Gathering for Gardner" pour Martin Gardner, dans le cadre d'un Kafemath, "chez Céleste" à Paris 11**ième**. Edition du 24 mai 2015.

[2] http://www.g4g4.com/

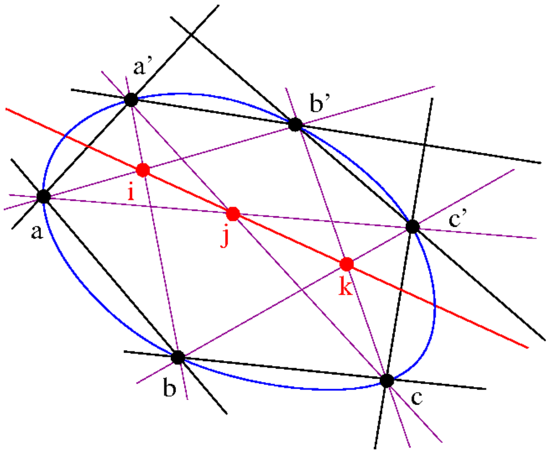


Figure 1. Hexagramme mystique de Pascal.

Pascal a également découvert en 1640 une magnifique propriété de la géométrie projective qu'il a nommée "hexagramme mystique". Si on considère deux triplets de points a, b, c et a', b', c' sur une cônique quelconque (voir la figure 1), on peut former l'intersection des droites ab' et $a'b$ ainsi que les trois autres intersections obtenues par permutation circulaire. Alors les trois points ainsi construits sont alignés. Dans le cas particulier où la cônique dégénère en deux droites, on retrouve le théorème de Pappus (fin du troisième siècle de notre ère). Est-il utile de rappeler ici la cycloïde, explicitée par Pascal, courbe suivie par un point sur un cercle qui roule sans glisser sur un plan, avec une équation paramétrique

$$x(t) \;=\; R\,(t - \sin t)\,, \qquad y(t) \;=\; R\,(1 - \cos t)$$

qui fait la joie des étudiants ! Ne pas oublier Pascal précurseur de l'informatique, avec la "Pascaline", première machine à calculer. Plusieurs exemplaires sont visibles au musée du Conservatoire National des Arts et Métiers.

Mais Pascal nous intéresse ici pour une lettre qu'il envoie à Pierre de Fermat (1607-1665) le 29 juillet 1664, éditée de façon définitive par Maurice Beaufreton aux éditions Grès en 1922 [2]. Le problème est le suivant : une partie de dés dotée d'un enjeu financier (soixante quatre pistoles) est interrompue après deux manches seulement, alors que trois sont prévues. Comment faire pour que chaque joueur se répartisse équitablement la mise compte tenu des deux manches déjà jouées et de l'incertitude concernant la troisième ? Problème dérisoire, "de taverne", auquel ce grand esprit consacre plusieurs pages d'une longue lettre. Nous l'avions lue lors du kafemath "L'aiguille de Buffon sur les lattes du parquet" en juin 2007[3]. Pascal a cette assertion fondamentale "le hasard est égal", ce qui lui permet de poser et mener le calcul. Notons aussi que Pascal utilise implicitement la notion d'espérance conditionnelle, ce qui constitue une notion déjà élaborée dans la théorie des probabilités ! N'oublions pas la suite de cette lettre et une phrase savoureuse comme : "…et je vous le dirai en latin, car le français n'y vaut rien" ! Par cette lettre, la

[3] http://kafemath.fr/2006-07/kfm-07juin07.html

communauté mathématique considère qu'une nouvelle discipline, le calcul des probabilités, est née. Et elle a longtemps souffert de ce côté dérisoire d'une simple partie de dés. Aujourd'hui, juste retour des choses, les probabilités sont au cœur des questions modernes de modélisation mathématique. De plus, avec l'étude très fine du mouvement Brownien, et nous renvoyons par exemple à l'article [24] de Jean-Pierre Kahane[4], mon sentiment est qu'aujourd'hui les probabilistes réinventent la géométrie !

George Gamow

Avec une chronique dans *Scientific American* de 1957, Martin Gardner nous donne une transition "naturelle" [20] vers George Gamow (1904-1968). Gamow aimait les probabilités, comme le "paradoxe des dates de naissances", ainsi que le présente Martin Gardner. Si vingt quatre personnes sont prises au hasard, quelle est la probabilité qu'au moins deux d'entre elles aient la même date d'anniversaire ? Cet exercice de calcul des probabilités se résout de la façon suivante. Le nombre cherché vaut 1 moins la probabilité P_{24} qu'elles soient nées lors de jours différents de l'année... On remarque que P_n se calcule naturellement de proche en proche. Ainsi, $P_2 = \frac{364}{365} \simeq 0.997$, alors $P_3 = \frac{363}{365} P_2 \simeq 0.992$, *etc.* Après quelques calculs intermédiaires, on obtient $P_{24} \simeq 0.46$ et la probabilité demandée par Gamow est de l'ordre de 0.54, donc... supérieure à un demi ! Pour 30 personnes, $1 - P_{30} \simeq 0.71$, pour 35 personnes, $1 - P_{35} \simeq 0.81$ et pour 40 personnes, $1 - P_{40} \simeq 0.89$. Au cours de la réunion du 21 octobre, Bernard Lemaire nous a fait remarquer que la probabilité d'avoir le même jour de naissance est supérieure à un demi dès que l'assemblée comporte 23 personnes. En effet, $P_{23} \simeq 0.493$ et $1 - P_{23} \simeq 0.507$. C'est l'extrême limite puisque $1 - P_{22} \simeq 0.476$!

Physicien trop peu connu, George Gamow a eu l'idée du Big Bang avec Ralph Alpher (1921-2007) et Hans Bethe (1906-2005), dans un article de 1948 tellement célèbre que les physiciens lui ont donné le nom "$\alpha\beta\gamma$" des initiales de ses auteurs [1] ! Cet "instant initial" de l'Univers est signé par son "rayonnement fossile" dû à la recombinaison des éléments de la matière, lorsqu'il était âgé de 380 000 ans et à une température de 3000 kelvins. Ce rayonnement, aujourd'hui "à trois kelvins" a été découvert ensuite "par hasard" aux "Bell Labs" en 1965 par Arno Penzias et Robert Wilson, ce qui leur valut le Prix Nobel de Physique en 1978. Depuis une vingtaine d'années, les fluctuations de ce rayonnement fossile sont étudiées depuis l'espace de manière de plus en plus précise grâce aux satellites Cobe (1992) et Wmap (2002). George Gamow nous a aussi laissé toute une série de livres pleins d'humour pour s'initier à la physique : comment imaginer la vie de Mr. Tompkins [15] dans un univers où par exemple la vitesse de la lumière vaut dix kilomètres par heure ? N'oublions pas non plus son livre avec Marvin Stern [16] sur les jeux mathématiques !

[4] http://images.math.cnrs.fr/Le-mouvement-brownien-et-son.html

Leonhard Euler

Selon Mireille Schumacher[5], "Euler est aux mathématiques ce que Jean-Sébastien Bach est à la musique". Effectivement, Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien suisse, est l'auteur d'une œuvre immense. Nous en citons quelques morceaux choisis, essentiellement pour le plaisir !

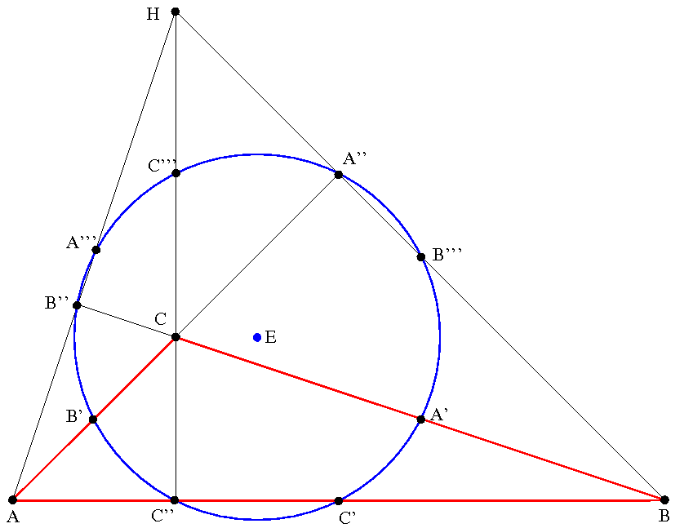


Figure 2. Cercle d'Euler.

Nous commençons par un sommet de la "géométrie élémentaire", qui a pu échapper à certains de ma génération, formée aux "mathématiques modernes". Dans un triangle quelconque ABC, les milieux A', B', C' des trois côtés, les pieds A'', B'', C'' des trois hauteurs et les milieux A''', B''', C''' de chacun des segments reliant l'orthocentre H aux sommets A, B, C du triangle sont situés sur un même cercle (centré au point E sur la figure 2), le "cercle des neuf points", ou "cercle d'Euler" du triangle.

En analyse, le travail d'Euler sur la fonction exponentielle est fondamental. L'"identité d'Euler" $e^{i\pi} = -1$ présente une esthétique profonde en réunissant en très peu de symboles quatre nombres "fétiches" des mathématiques. Elle est le complément indispensable du développement de l'exponentielle en série :

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \,.$$

Le calcul effectif de l'exponentielle n'utilise en général pas la relation précédente, au bénéfice d'une approximation avec le "schéma d'Euler". Ainsi, pour approcher numériquement la solution d'une équation différentielle de la forme $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = f(u(t))$, Euler propose une méthode qui consiste simplement à extrapoler la tangente :

$$\frac{u(t+\Delta t) - u(t)}{\Delta t} \approx f\big(u(t)\big) \,.$$

[5] http://www.ladepeche.fr/article/2010/10/07/921893-Colomiers-Les-maths-selon-Euler.html

Ce sont des améliorations classiques de la relation précédente qui permettent de calculer effectivement la trajectoire de mise sur orbite des satellites géostationnaires à l'aide de la fusée Ariane 5 !

En topologie, la caractéristique d'Euler renseigne sur les propriétés globales des polyèdres. Si on considère pour fixer les idées l'un des cinq polyèdres réguliers platoniciens (tétraèdre, cube, octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre), cette relation nous apprend que le nombre de sommets moins le nombre d'arêtes plus le nombre de faces est toujours égal à deux ! Sylvie Sohier nous l'avait présentée lors du kafemath "Pliages, polyèdres et relation d'Euler" en avril 2006[6] et cette relation fut aussi utilisée par Jean-Louis Loday lors de son intervention "Polyèdres au coeur des arbres" en mars 2010[7]. Nous passerons ici quasiment sous silence les équations d'Euler de la dynamique des fluides qui constituent l'un des plus anciens problèmes "ouverts" en mathématiques. Sous leur forme "visqueuse" due à Henri Navier (1785-1836) et George Stokes (1819-1903), c'est l'un des sept problèmes "Clay" posés à la communauté mathématique en l'an 2000.

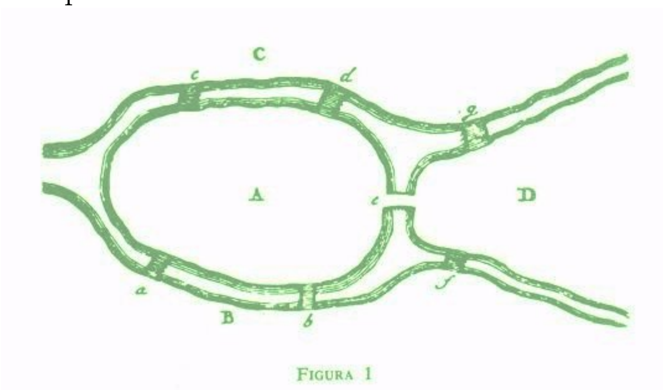


Figure 3. Les ponts de Königsberg vus par Euler.

Mais les travaux d'Euler ne se bornent pas à ces mathématiques "sérieuses". Une question "récréative" proposée par Euler en 1782 concerne le problème des trente six officiers. Comment doit-on disposer sur un échiquier de six par six 36 officiers de six grades distincts faisant partie de six régiments différents de telle manière que chaque ligne et chaque colonne contienne un officier de chaque régiment et de chaque grade ? En fait, un tel arrangement est impossible ! La vérification définitive a été proposée par Gaston Tarry (1843-1913) en... 1901 [35] ! On pourra consulter à ce sujet le site "Bibmath"[8].

Le "cavalier d'Euler" est un autre problème bien connu : comment sur un échiquier de huit par huit déplacer un cavalier sans jamais passer deux fois par la même case ? Ce vieux problème étudié par Euler en 1759 a de nombreuses solutions. On pourra consulter le site "mathibo"[9] et se souvenir, comme le rappelait Pierre Berloquin lors du "G4G", que

[6] http://kafemath.fr/2005-06/kfm-05avril06.html

[7] http://kafemath.fr/2009-10/kafemath-22mars2010/kfm-22mars2010.html

[8] http://www.bibmath.net/carres/

[9] http://mathibo.ifrance.com/mathibo/euler.htm

ce problème a connu de nombreux développements au vingtième siècle avec des échiquiers de taille quelconque et la possibilité de parcours qui ne se croisent pas.

Enfin, Euler se demandait vers 1736 comment visiter toute la ville de Königsberg sans passer deux fois par le même pont. Ce nouveau problème, tout comme le problème des trente six officiers, n'a pas de solution et Euler en a donné une preuve rigoureuse [13]. Nous retiendrons ici que cette question a permis de créer une nouvelle branche des mathématiques, la théorie des graphes.

John Conway

Né en 1937, John Conway est un mathématicien britannique qui s'est intéressé à de nombreux sujets, entre autres les groupes finis, la théorie des nœuds, la théorie des nombres, ou la théorie du codage. Mais il est surtout connu auprès du grand public pour le "jeu de la vie", introduit dans la communauté scientifique avec l'article de Martin Gardner dans sa chronique "Jeux Mathématiques" dans *Scientific American* d'octobre 1970 [17]. Le jeu de la vie se joue sur une feuille quadrillée. Il faut regarder l'état des huit cellules voisines à l'instant t pour construire la population à l'instant ultérieur. Une cellule vivante possédant deux ou trois cellules voisines vivantes reste vivante, sinon elle meurt. Une cellule morte possédant exactement trois voisines vivantes devient vivante. Les calculs sont très faciles et l'expérimentation numérique est tout à fait naturelle. On observe surtout de nombreuses dynamiques "interprétables" hors de ce contexte purement algorithmique. Il est possible de consulter pour s'en rendre compte l'article de Martin Gardner sur le forum informatique de l'université de Postdam[10], la page de Gérard Weisbuch sur les automates cellulaires[11] ou le site Wikipedia sur le jeu de la vie[12], avec un magnifique "gif animé" du "canon à planeurs". Une branche très vivante de l'informatique, les automates cellulaires, en a résulté. Un algorithme qui a précédé de peu les "gaz de Boltzmann sur réseau" d'Yves Pomeau et Uriel Frisch [14, 21] et de Stephen Wolfram [36]. Lors de mes communications scientifiques sur ce sujet, j'ai toujours beaucoup de plaisir à citer l'article de Martin Gardner ! Notons enfin que Conway est aussi l'auteur d'un livre sur les jeux [7] !

Charles-Henri Bruneau

Si les ordinateurs ont permis le développement du jeu de la vie, le morpion solitaire ne demande en principe qu'une simple feuille. En préparant cet exposé, j'ai été très heureux d'apprendre que Charles-Henri Bruneau, un excellent collègue d'Orsay puis de Bordeaux, en a été recordman mondial de 1976 à 2010, soit pendant trente quatre ans ! Et s'il a été battu en août 2010 par Christopher Rosin (né en 1971), c'est grâce à un ordinateur. Comme il le dit lui-même [4], "ce gars a fait un super programme et il a fait tomber tous les records". Nous renvoyons à l'article de Christian Boyer [3] et à son site du morpion solitaire[13] pour qui s'intéresse aux développements de ce jeu du fond des salles d'études.

[10] http://ddi.cs.uni-potsdam.de/HyFISCH

[11] http://www.lps.ens.fr/∼weisbuch/a2dim/a2dim.html

[12] http://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_la_vie

[13] http://www.morpionsolitaire.com/Francais/RecordsGrids5T.htm

Roger Penrose

Né en 1931, Roger Penrose est un scientifique britannique qui a créé une œuvre aux formes multiples et variées. Spécialiste de physique mathématique, il est l'auteur de la théorie des twisteurs et il a de nombreuses contributions en cosmologie et en relativité générale. Ses livres sur le sujet [23, 30] font autorité. De plus, Roger Penrose a effectué de nombreux travaux pour tenter de répondre à cette question fondamentale : Qu'est-ce que la conscience ? Nous renvoyons à trois ouvrages [27, 28, 29] qui ont fait l'objet de nombreux débats qui ne sont bien entendu pas clos à ce jour ! Le premier livre, *L'esprit, l'ordinateur et les lois de la physique* [27], est malheureusement épuisé en Français et on notera ici que sa version anglaise a une préface de Martin Gardner !

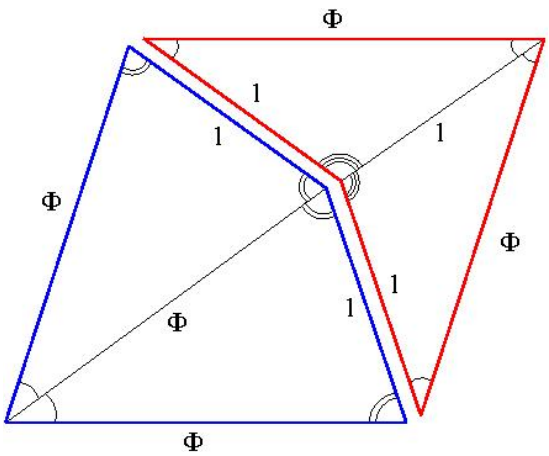


Figure 4. Le "cerf volant" et la "flèche", tuiles élémentaires pour le pavage de Penrose.

Roger Penrose est également joueur. Joueur est-il ici le bon qualificatif ? Disons plutôt un véritable artiste ! Avec son article "Pentaplexity" [26], il introduit les "pavages de Penrose" qui sont parmi les figures les plus étonnantes de la fin du vingtième siècle. Avec deux tuiles, le "cerf volant" et la "flèche" contenant fondamentalement une symétrie interne d'ordre cinq, donc le fameux nombre d'or $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (voir la figure 4), il est possible de paver un plan, de le recouvrir en entier sans laisser de trou ! Compte tenu de résultats classiques sur la théorie des groupes, et on pourra consulter à ce sujet l'article [22] de Pierre de la Harpe[14], un tel pavage est nécessairement non périodique. On peut d'ailleurs se poser la question d'une façon pratique pour le construire... Si nous l'avions fait en juin 2006 lors d'un kafemath sur le nombre d'or[15], nous renvoyons au site "Pentaplexity" de l'Université du Texas[16] qui reproduit un article de Penrose sur les pavages apériodiques. N'oublions pas le livre [19] que Gardner a consacré au sujet ! Signalons enfin que Penrose est l'auteur de dessins "impossibles" et le "triangle de Penrose" par exemple est une illusion d'optique bien connue !

[14] http://images.math.cnrs.fr/Ornements-et-cristaux-pavages-et,268.html
[15] http://kafemath.fr/2005-06/kfm-07juin06.html
[16] http://www.ma.utexas.edu/users/radin/pentaplexity.html

Charles Dodgson

Les mathématiciens ont même inventé la "théorie des jeux" ! Afin de résoudre divers problèmes de stratégie tels qu'on en trouve en économie par exemple, John von Neumann (1903-1957) et Oskar Morgenstern (1902-1977) ont formalisé mathématiquement dans leur livre [25] la notion de prise de décision... Lors d'un colloque à Oxford en 2008, un collègue lui même "théoricien des jeux" me présentait Charles Dodgson (1832-1898) comme un "game theoritician", ce qui le place en avance d'une cinquantaine d'années sur son époque... Il fut professeur de mathématiques à Oxford, était considéré comme logicien et a écrit deux livres sur la logique [11, 12] dont *The Game of Logic* [11] où il transmet dès le titre que les mathématiques sont d'abord un jeu ! Il a aussi des contributions sur la théorie des élections.

Charles Dodgson est également connu comme photographe de petites filles, dont la petite Alice Liddell. Elle fut l'une des inspiratrices d'*Alice's Adventures in Wonderland* (1865) que Dodgson a publié sous le pseudonyme de Lewis Carroll. Et c'est là que nous retrouvons Martin Gardner, avec son *Annotated Alice* [5], très apprécié des afficionados !

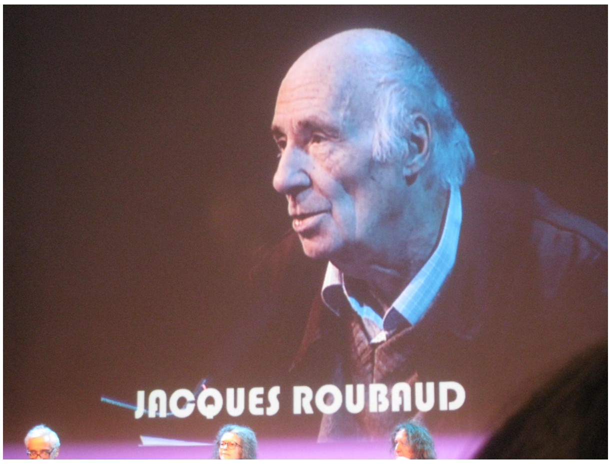
Jacques Roubaud

Nous ne quittons pas la littérature pour évoquer l'OuLiPo, Ouvroir de Littérature Potentielle. Ce groupe d'écrivains a été fondé en 1960 par François Le Lionnais (1901-1984) et Raymond Queneau (1903-1976). Le projet réunit au départ des mathématiciens et des écrivains, et se définit ainsi : "Nous appelons littérature potentielle la recherche de formes et de structures nouvelles qui pourront être utilisées par les écrivains de la façon qui leur plaira". Ce groupe est toujours actif, comporte plusieurs mathématiciens et/ou érudits en matière de mathématiques, dont Olivier Salon qui avait eu la gentillesse de nous présenter les "Ponts oulipiens des mathématiques vers la littérature" au Kafemath il y a deux ans[17]. L'élection récente comme Oulipienne de Michèle Audin[18], mathématicienne à l'Université de Strasbourg, nous réjouit beaucoup. Son texte de présentation de l'OuLiPo à Rennes pour le cinquantenaire est une véritable mine sur le sujet ! Alain Zalmanski nous a appris lors de la séance "G4G" du 21 octobre que Martin Gardner avait évoqué l'OuLiPo dans plusieurs ouvrages, comme par exemple celui sur les pavages de Penrose [19]. Nous renvoyons à sa contribution "Martin Gardner et la poésie"[19] lors du G4G-Kafemath.

Nous voulons évoquer ici Jacques Roubaud, né en 1932 et Oulipien depuis 1966. La photo de la page suivante le présente tel qu'il nous est apparu "sur grand écran" il y a quelques mois. Littéraire par sa formation initiale, Jacques Roubaud est devenu mathématicien professionnel, comme en témoigne par exemple son livre *Mathématique* [33] ! Avec *La Princesse Hoppy ou le conte du Labrador* [32] récemment réédité, on est même dans une jubilation toute oulipienne autour des mathématiques. J'ignore si Martin Gardner a pu

[17] http://kafemath.fr/2008-09/kafemath-04sept08/kfm-04sept08.html
[18] http://www-irma.u-strasbg.fr/∼maudin/
[19] http://www.fatrazie.com/

apprécier l'œuvre de Jacques Roubaud, profondément Française, qui ne se limite pas aux ouvrages où l'inspiration mathématique est explicite. Nous invitons le lecteur à entrer dans l'univers de *La belle Hortense* [31] et n'oublions pas le Jacques Roubaud poète qui, avec *La forme d'une ville change plus vite, hélas, que le cœur des humains* [34], nous emmène lui aussi dans le Paris de Baudelaire.



Jacques Roubaud, OuLiPo, Paris, janvier 2010.

Et tous les autres. . .

Faute de temps, nous n'avons pas pu mettre en forme quelques morceaux choisis parmi les travaux d'Edouard Lucas (1842-1891), entre les nombres de Mersenne et ses facéties autour des tours de Hanoï, pour lesquelles nous pouvons renvoyer à Martin Gardner [20]. D'ailleurs Lucas est cité par Christian Boyer dans son intervention "Deux problèmes de Martin Gardner" présentée au "G4G"[20]. Nous n'avons pas parlé non plus de David Hofstadter qui a transformé les "Mathematical Games" de *Scientific American* en "Metamagical Themas" lorsqu'il a pris la relève de Gardner dans les années quatre-vingts. Et Alain Zalmanski nous a transmis aussi son désir de ne pas oublier le lien entre Harold Coxeter (1907-2003) et Martin Gardner. Si les matheux connaissent bien son ouvrage classique sur les polytopes réguliers [8] et les "groupes de Coxeter" pour les plus érudits d'entre eux, son hommage à Martin Gardner [9] avec ses "Anges et démons" permettra au lecteur-fureteur de découvrir l'esthétique de la "suite loxodromique de cercles tangents"... Toutefois le dernier mot sera pour ce livre de Martin Gardner [18] où il décrit la jubilation de la découverte mathématique, le fameux "Haha" !

Références bibliographiques

[1] R.A. Alpher, H. Bethe, G. Gamow. "The Origin of Chemical Elements", *Physical Review*, volume 73, p. 803-804, april 1948.

[20] http://www.multimagie.com/

[2] M. Beaufreton. *Les lettres de Blaise Pascal*, G. Grès et Compagnie, Paris, 1922.

[3] C. Boyer. “Morpion solitaire : le record est enfin battu !”, *Science & Vie*, volume 1118, p. 144-147, novembre 2010.

[4] C.H. Bruneau. Courriel reçu le 19 octobre 2010.

[5] L. Carroll. *Alice's adventures in Wonderland* & *Through the looking glass*, illustrated by John Tenniel, with an introduction and notes by Martin Gardner, Anthony Blond, London, 1960.

[6] K. Chemla, G. Shuchun. *Les neuf chapitres*, Dunod, Paris, 2004.

[7] J. Conway. *On Numbers and Games*, Academic Press Inc., 1976.

[8] H.S.M. Coxeter. *Regular polytopes*, Macmillan Company, London, 1963.

[9] H.S.M. Coxeter. “Angels and devils”, in *The Mathematical Gardner*, David A. Klarner, editor, Wadsworth International, 1981. Republished as *Mathematical Recreations : A Collection in Honor of Martin Gardner*, D.A. Klarner, editor, Dover Publishers, 1998.

[10] A. Djebbar. *L'algèbre arabe ; genèse d'un art*, Vuibert-Adapt, Paris, 2005.

[11] C. Dodgson. *The Game of Logic*, Macmillan and Co, London, 1887.

[12] C. Dodgson. *Symbolic Logic Part I*, Macmillan and Co, London, 1896.

[13] L. Euler. “Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis”, *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, volume 8, p. 128-140, 1741.

[14] U. Frisch, B. Hasslacher, Y. Pomeau, “Lattice gas automata for the Navier Stokes equation”, *Physical Review Letters*, volume 56, p. 1505-1508, 1986.

[15] G. Gamow. *Mr. Tompkins in Wonderland or, Stories of c, G, and h*, illustrated by John Hookman. The Macmillan Company, The University Press, New York, 1940.

[16] G. Gamow, M. Stern. *Jeux mathématiques ; quelques casse-tête*, Dunod, Paris, 1959.

[17] M. Gardner. “The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game “life”, *Scientific American*, volumes 223, p. 120-123, october 1970.

[18] M. Gardner. *“Haha” ou l'éclair de la compréhension mathématique*, Pour la science ; diffusion Belin, Paris, 1979.

[19] M. Gardner. *Penrose Tiles To Trapdoor Ciphers, And the Return of Dr. Matrix*, the Mathematical Association of America, 1996.

[20] M. Gardner. *Hexaflexagons, Probability, Paradoxes, and the Tower of Hanoi*, Cambridge University Press, 2008.

[21] J. Hardy, Y. Pomeau and O. de Pazzis. “Time Evolution of a Two-Dimensional Classical Lattice System”, *Physical Review Letters*, volume 31, p. 276 - 279, 1973.

[22] P. de la Harpe. “Ornements et cristaux, pavages et groupes, III”, *Images des Mathématiques, CNRS, 2009.*

[23] S. Hawking, R. Penrose. *La nature de l’espace et du temps*, Folio, Paris, 1996.

[24] J.P. Kahane. “Le mouvement brownien et son histoire, réponses à quelques questions”, *Images des Mathématiques, CNRS*, 2006.

[25] J. von Neumann, O. Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, New York, 1944.

[26] R. Penrose. “Pentaplexity”, *Bulletin of the Institute for Mathematics and its Applications*, volume 10, p. 266-271, 1974.

[27] R. Penrose. *The Emperor’s New Mind : Concerning Computers, Minds, and the Laws of Physics*, Foreward by Martin Gardner, Oxford University Press, 1989.

[28] R. Penrose. *Les ombres de l’esprit. A la recherche d’une science de la conscience*, InterEditions, Paris, 1992.

[29] R. Penrose, A. Shimony, N. Cartwright, S. Hawking, R. Omnès. *Les deux Infinis et L’Esprit humain*, Champs, Flammarion, Paris, 1999.

[30] R. Penrose. *A la découverte des lois de l’univers ; la prodigieuse histoire des mathématiques et de la physique*, Odile Jacob, 2007.

[31] J. Roubaud. *La Belle Hortense*, Ramsay, Paris, 1985.

[32] J. Roubaud. *La Princesse Hoppy ou le conte du Labrador*, Hatier, Paris, 1990, réédition Absalon, Nancy, 2008.

[33] J. Roubaud. *Mathématique*, Seuil, Paris, 1997.

[34] J. Roubaud. *La forme d’une ville change plus vite, hélas, que le cœur des humains. Cent cinquante poèmes, 1991-1998*, Gallimard, Paris, 1999.

[35] G. Tarry. “Le problème de 36 officiers”, *Comptes Rendus de l’Association Française pour l’avancement des Sciences*, volume 1, p. 122-123, 1900, et volume 2, p. 170-203, 1901.

[36] S. Wolfram. “Cellular automata as models of complexity”, *Nature*, volume 311, p. 419-424, 1984.