



**RENAULT**

# **OPTIMISATION DE FORME PAR LA MÉTHODE ADJOINTE POUR LES MÉTHODES LATTICE-BOLTZMANN APPLICATION A L'AÉRODYNAMIQUE**

Isabelle Cheylan : Thèse CIFRE Renault & Laboratoire M2P2

Directeur de thèse:

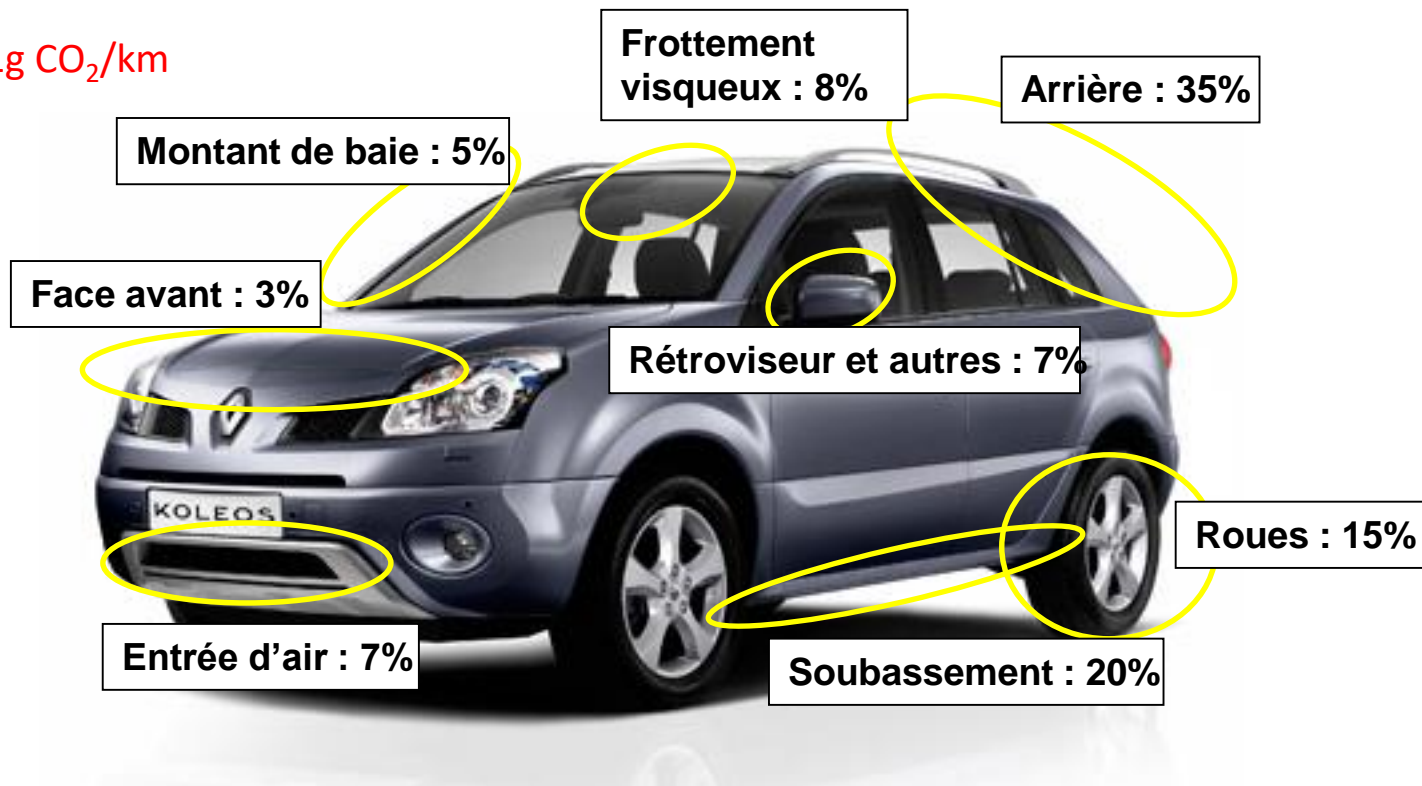
Pierre Sagaut (laboratoire M2P2)

Encadrants industriels :

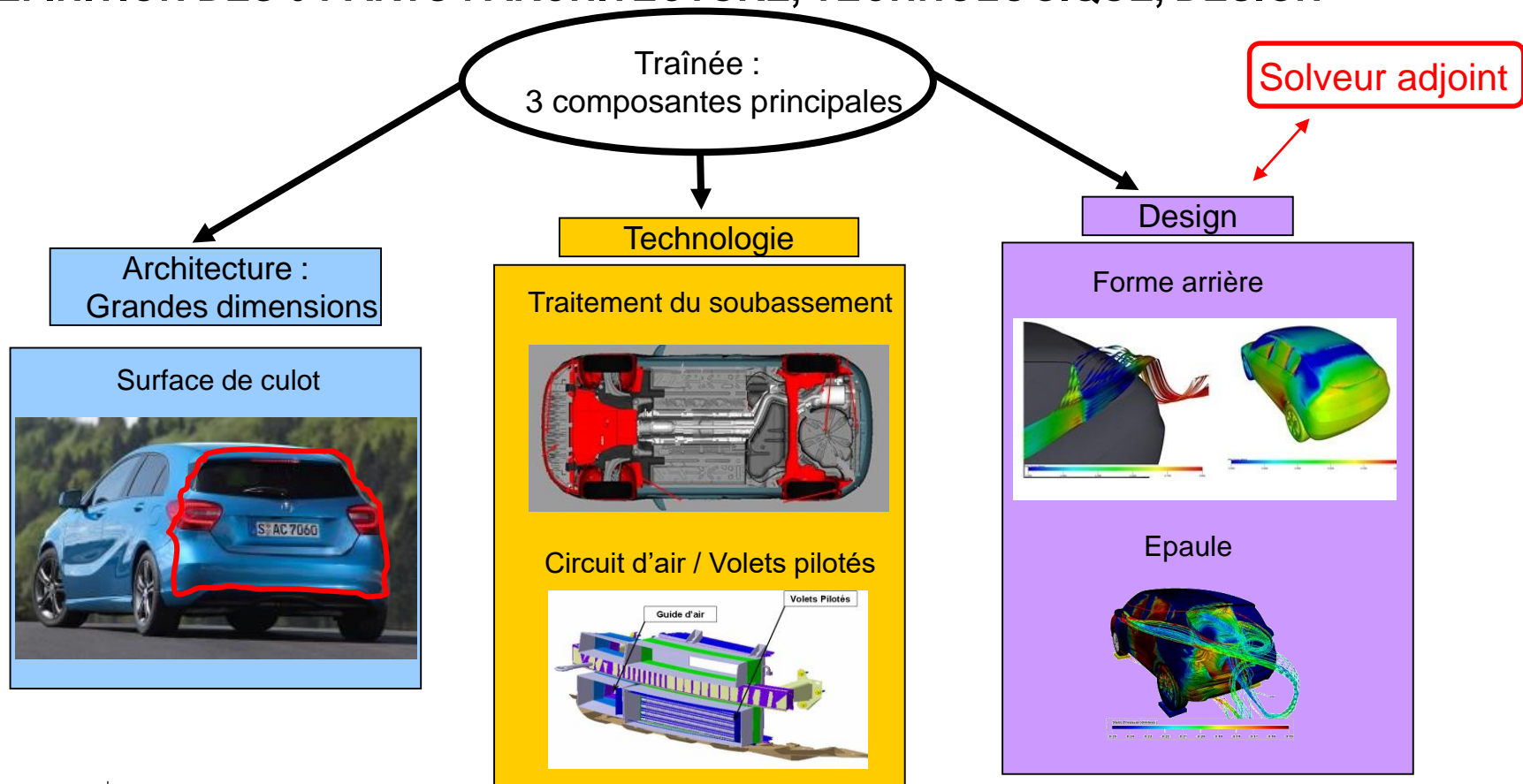
Denis Ricot & Guillaume Fritz (Renault)

# BILAN GÉNÉRAL EN TERME DE CONTRIBUTION À LA TRAÎNÉE AÉRODYNAMIQUE

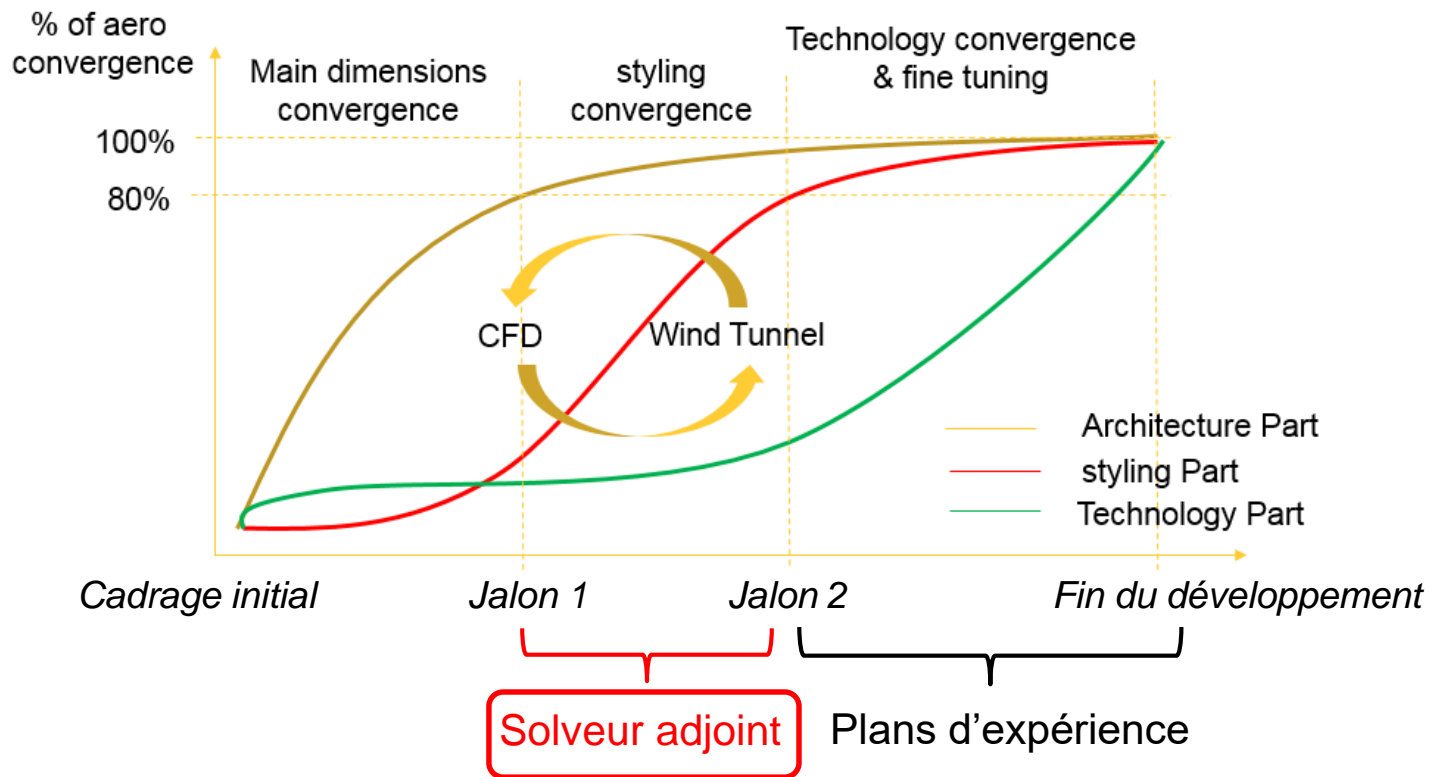
3% de gain SCx  $\Rightarrow$  -1g CO<sub>2</sub>/km



# DÉFINITION DES 3 PARTS : ARCHITECTURE, TECHNOLOGIQUE, DESIGN

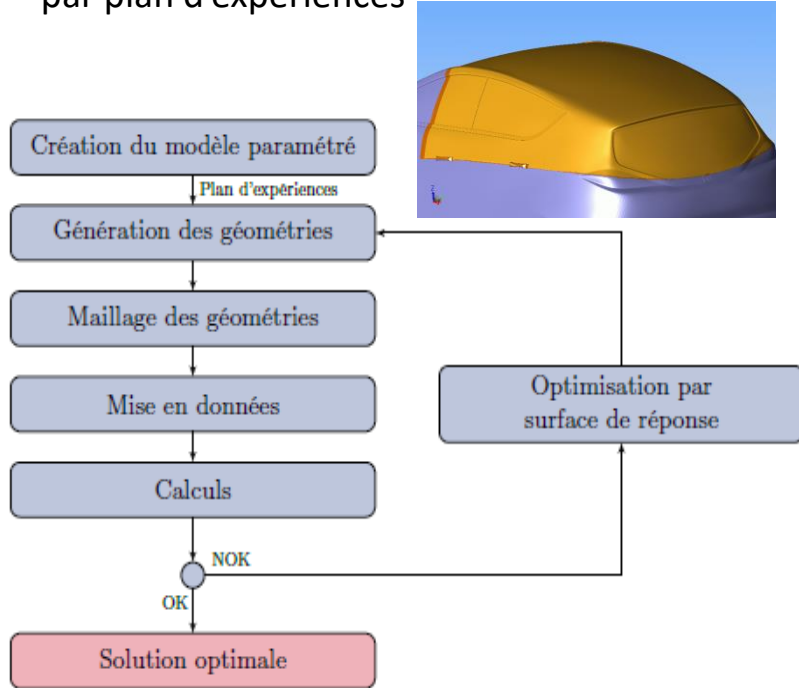


# DÉROULEMENT D'UN PROJET DE DÉVELOPPEMENT D'UN VÉHICULE

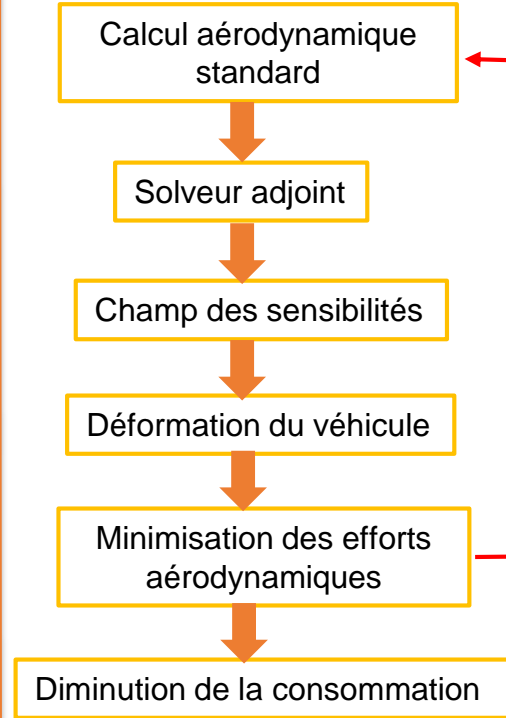


# OBJECTIF DE LA THÈSE

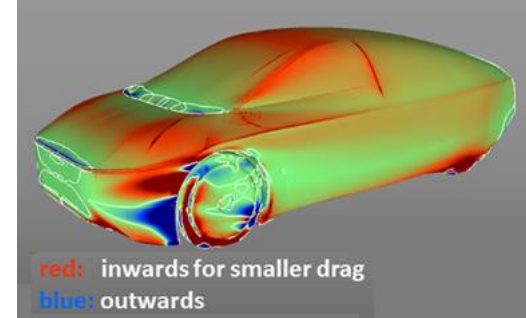
- Solution complémentaire à l'optimisation par plan d'expériences



- Développement d'un solveur adjoint dans ProLB



Volkswagen XL1, cartographie des sensibilités avec Navier-Stokes dans OpenFOAM (2014) :



## QUESTION DE RECHERCHE

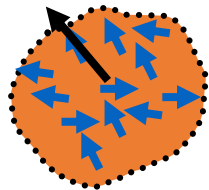
- Comment déformer le véhicule pour minimiser les efforts aérodynamiques ?
  - Utilisation d'une méthode itérative de type gradient
  - Calcul des sensibilités des efforts aérodynamiques à la forme du véhicule
  - Développement d'un **solveur adjoint pour la LBM** appliquée à l'aérodynamique
  - **Indépendamment du nombre de paramètres d'optimisation** (= 100 000 nœuds du maillage surfacique du véhicule)
  
- Motivations :
  - L'optimisation par adjoint a fait ses preuves en Navier-Stokes
  - Aucun solveur adjoint industriel existant à ce jour pour la méthode Lattice-Boltzmann

# SOMMAIRE

- 1) **Méthode de Lattice-Boltzmann pour la mécanique des fluides**
- 2) Développement du solveur adjoint et optimisation
- 3) Validation du solveur adjoint sur des cas 2D laminaires
- 4) Extension pour les écoulements 3D turbulents
- 5) Conclusions et perspectives

# L'EQUATION DE BOLTZMANN CONTINUE

- Modélisation statistique de la dynamique des particules constituant le fluide à un niveau mésoscopique :



$$f(\vec{x}, \vec{c}, t)$$

- $f$  représente la densité de probabilité des particules en un point  $x$  à un temps  $t$ , ayant pour vitesse  $\vec{c}$ . Aucune particule individuelle n'est suivie.

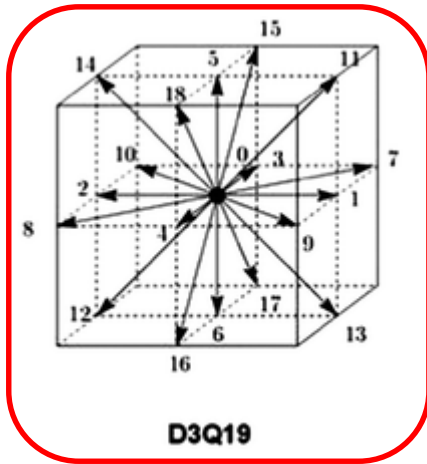
- Equation de Boltzmann continue :

$$\underbrace{\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f}_{\text{Advection linéaire}} = C(f)$$

Opérateur de collision local, non linéaire



## DISCRÉTISATION DE L'ESPACE DES VITESSES



- $c_i$  = Points de quadrature dans l'espace des vitesses
- Meilleur compromis précision / temps de calcul dans notre cas : écoulement **athermal, faiblement compressible**
- **Permet le calcul des variables macroscopiques :**

$$\rho = \int f dc = \sum_i f_i$$
$$\vec{u} = \frac{1}{\rho} \int c f dc = \frac{1}{\rho} \sum_i \vec{c}_i f_i$$

### Pourquoi choisir la LBM ?

- Parallélisation rapide et efficace
- Maillage cubique généré automatiquement

# ALGORITHME DE LA LBM-BGK (LATTICE-BOLTZMANN METHOD)

Initialisation des fonctions de distribution

➤ Calcul de la fonction d'équilibre :  $f_i^{eq}(x_k, t) = \rho \omega_i \left( 1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(c_i \cdot u)^2}{2c_s^4} \right)$

Développement polynômial tronqué à l'ordre 2 de la Maxwellienne

➤ Étape de collision :  $f_i^{coll}(x_k, t) = f_i(x_k, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x_k, t) - f_i^{eq}(x_k, t)]$

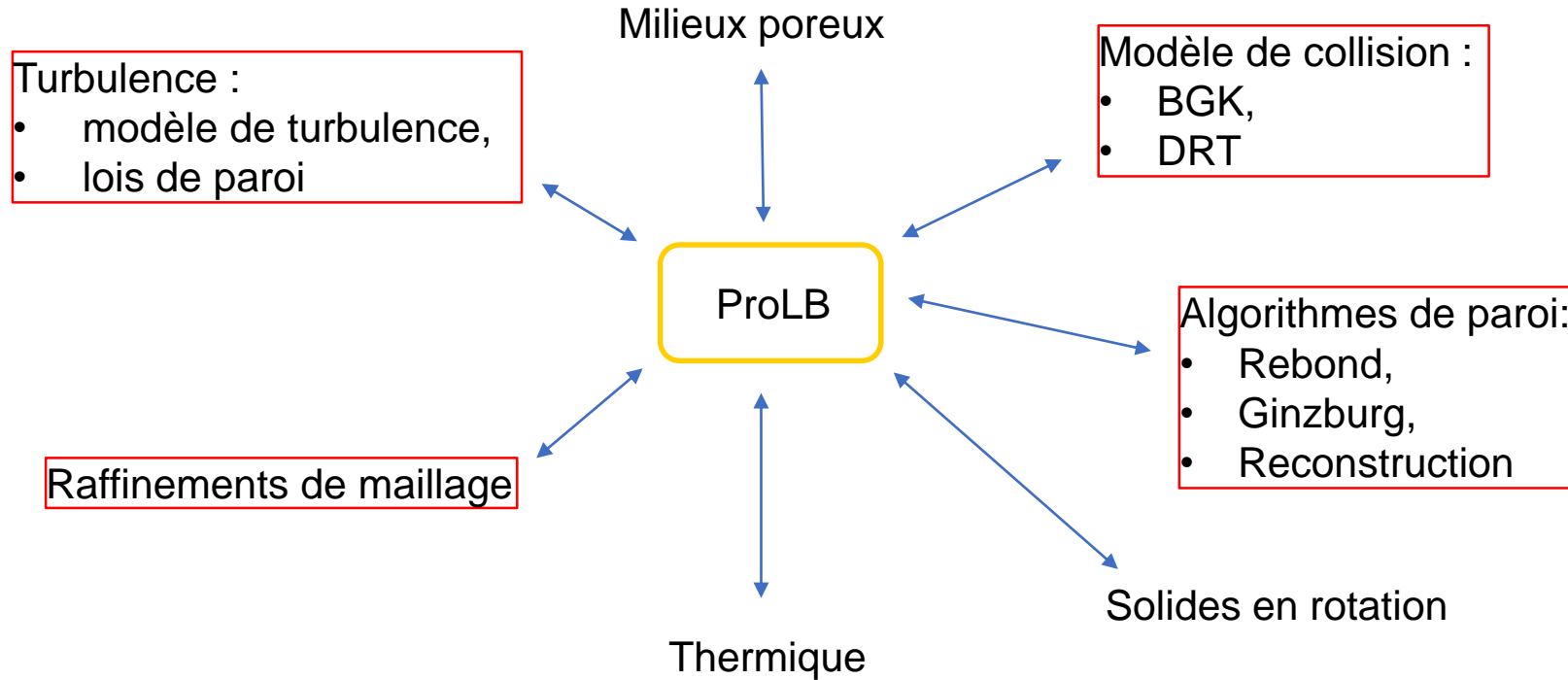
Étape locale en espace

➤ Étape de propagation :  $f_i(x_k + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i^{coll}(x_k, t)$

Étape lagrangienne

➤ Calcul des variables macroscopiques  $\rho$  et  $\vec{u}$

# CONTRAINTES D'UNE IMPLÉMENTATION INDUSTRIELLE



# DEUX FORMULATIONS DE LA FORCE DE TRAÎNÉE

1) Calcul sur la peau du véhicule :

$$I_0 = \int (-P \vec{n} + \tau \cdot \vec{n}) \cdot \vec{x} \, dS$$

2) Calcul dans le sillage du véhicule :

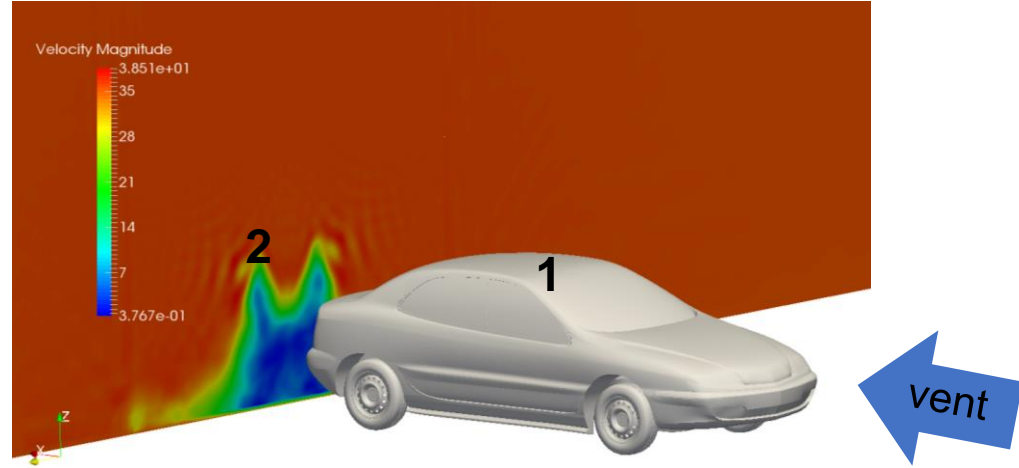
$$\int \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) dV = \int \left( -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \tau \right) dV$$



*Théorème de Green-Ostrogradski*  
*Hypothèses simplificatrices*

...

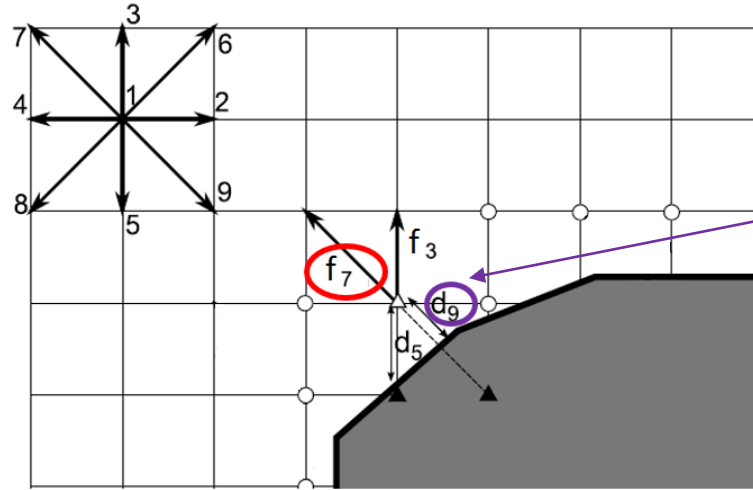
$$I_0 = \int (P_0 - P_i) \, dS_{wake} + \frac{1}{2} \rho u_0^2 \int \left( \frac{u_y^2}{u_0^2} + \frac{u_z^2}{u_0^2} \right) dS_{wake} - \frac{1}{2} \rho u_0^2 \int \left( 1 - \frac{u_x}{u_0} \right)^2 dS_{wake}$$



(Onorato et al, 1984. SAE Technical Paper)

## ALGORITHME DE PAROI

**Problématique :**  
on cherche  $f_7$  pour  
l'étape de propagation



On connaît la distance  $d_9$

On utilise l'interpolation de Ginzburg (*Ginzburg et al., 2008. Communications in Computational Physics*) :

$$f_7(x_k, t_{n+1}) = f_9^{coll}(x_k, t_n) + \frac{1 - 2d_9}{1 + 2d_9} [f_9^{coll}(x_k + c_i, t_n) - f_7^{coll}(x_k, t_n)]$$

## TURBULENCE : MODÈLE SOUS-MAILLE DE TYPE SMAGORINSKY

- Calcul de la viscosité turbulente :

$$\nu_t = (C_S^2 \Delta x)^2 \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$$

- Influence sur le temps de relaxation en LBM :

$$\tau_S = \frac{\nu + \nu_t}{c_s^2} + \frac{1}{2} \Delta t$$

- Hypothèse de viscosité turbulente gelée pour l'adjoint (on néglige les variations de  $\nu_t$ ) :

$$\nu_t^* = \nu_t$$

# MODÈLE DE COLLISION DRT (DOUBLE RELAXATION TIME)

- En D3Q19 : 19 moments
  - 10 moments hydrodynamiques à conserver
  - 9 moments non hydrodynamiques à annuler (sources d'instabilités à Reynolds élevé)
- 2 temps relaxation  $\tau^S$  et  $\tau^N$  pour différencier les moments hydrodynamiques et non hydrodynamiques :

$$f_i(x_k + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x_k, t) - \frac{1}{\tau^N} [f_i(x_k, t) - f_i^{eq}(x_k, t)] + \frac{\tau^S - \tau^N}{\tau^S \tau^N} \omega_i \frac{1}{2c_s^4} \sum_{i,j} H_{\alpha,ij}^{(2)} P_{ij}^{(1)}$$

Terme correctif

- Modèle adapté aux écoulements turbulents à Reynolds élevé, construit sur la base des polynômes de Hermite  $\neq$  MRT (D'Humières, 1992, *Progress in Astronautics and Aeronautics*)

# SOMMAIRE

- 1) Méthode de Lattice-Boltzmann pour la mécanique des fluides
- 2) Développement du solveur adjoint et optimisation**
- 3) Validation du solveur adjoint sur des cas 2D laminaires
- 4) Extension pour les écoulements 3D turbulents
- 5) Conclusions et perspectives



## INTERROGATIONS

**Quels sont les choix techniques qui ont été effectués pour développer le solveur adjoint ?**

- Quelle formulation de la force de traînée utiliser ?
  - Dans le sillage
  
- Quel algorithme de paroi utiliser ?
  - Algorithme de Ginzburg
  
- Comment compresser le volume d'information associé à un problème primaire instationnaire ?

# DÉFINITION DU PROBLÈME ADJOINT

 $\alpha$  : paramètre d'optimisation $f$  : variable d'état $X$  : discrétisation spatiale

➤ Calcul du gradient de  $I_0 = I_0(\alpha, f, X)$  soumis aux contraintes  $R(\alpha, f, X) = 0$  :

$$\nabla I_0 = \frac{dI_0}{d\alpha} = \frac{\partial I_0}{\partial \alpha} + \frac{\partial I_0}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial \alpha} + \frac{\partial I_0}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial \alpha}$$



- $\frac{\partial f}{\partial \alpha}$  trop lourd à calculer (calcul de l'écoulement à chaque fois qu'on fait varier un paramètre = nœud du maillage surfacique par ex.)
- $\frac{\partial X}{\partial \alpha}$  négligeable si maillage surfacique très raffiné

⇒ On définit le Lagrangien  $J$  qui permet d'inclure les contraintes dans le problème d'optimisation :

$$J = I_0 + f^* R$$

➤ Équations adjointes :  $\frac{\partial J}{\partial f} = 0$

➤ Gradient :  $\nabla I_0 = \frac{dI_0}{d\alpha} = \frac{\partial I_0}{\partial \alpha} + f^* \frac{\partial R}{\partial \alpha}$

## ADJOINT DU MODÈLE DE COLLISION BGK

$$\frac{\partial J}{\partial f} = \frac{\partial J}{\partial f_i(x_{k0}, t_{n0})} = \frac{\partial I_0}{\partial f_i(x_{k0}, t_{n0})} + \sum_j \sum_k \sum_n f_j^*(x_k, t_n) \frac{\partial R_j(x_k, t_n)}{\partial f_i(x_{k0}, t_{n0})} = 0 \Rightarrow \text{équations adjointes}$$

En cœur de fluide,  $R$  s'écrit :  $R_i(x_k, t_n) = f_i(x_k + c_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x_k, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x_k, t) - f_i^{eq}(x_k, t)] = 0$

On dérive par rapport à  $f_i$  puis on multiplie par  $f_j^*$

Equation de l'ALBM :  $f_i^*(x_k - c_i \Delta t, t - \Delta t) = f_i^*(x_k, t) - \frac{1}{\tau} [f_i^*(x_k, t) - f_i^{*,eq}(x_k, t)] - \frac{\partial I_0}{\partial f_i(x_{k0}, t_{n0})}$   
 (Adjoint Lattice Boltzmann Method)

La dérivée de la fonctionnelle de coût devient le **terme source** de l'adjoint

## DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE DE COLLISION DRT ADJOINT

$$\frac{\partial I_0}{\partial f_i(x_{k0}, t_{n0})} + \sum_j \sum_k \sum_n f_j^*(x_k, t_n) \frac{\partial R_j(x_k, t_n)}{\partial f_i(x_{k0}, t_{n0})} = 0 \Rightarrow \text{équations adjointes}$$

$$R_i(x_k, t_n) = f_i(x_k + c_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x_k, t) + \frac{1}{\tau^N} [f_i(x_k, t) - f_i^{eq}(x_k, t)] - \frac{\tau^S - \tau^N}{\tau^S \tau^N} \omega_i \frac{1}{2c_s^4} \sum_{i,j} H_{\alpha,ij}^{(2)} P_{ij}^{(1)} = 0$$

On dérive par rapport à  $f_i$  puis on multiplie par  $f_j^*$

$$f_i^*(x_k - c_i \Delta t, t - \Delta t) = f_i^*(x_k, t) - \frac{1}{\tau^N} [f_i^*(x_k, t) - f_i^{*,eq}(x_k, t)] + \frac{\tau^S - \tau^N}{\tau^S \tau^N} \omega_i \frac{1}{2c_s^4} \sum_{i,j} H_{\alpha,ij}^{(2)} P_{ij}^{*,(1)} - \frac{\partial I_0}{\partial f_i(x_k, t)}$$

Terme supplémentaire par rapport au modèle BGK

# DÉVELOPPEMENT DES ALGORITHMES ADJOINTS DE PAROI ET DE RAFFINEMENTS DE MAILLAGE

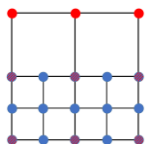
Equations primaires

*On utilise la même approche : on dérive R par rapport à  $f_i$  et on multiplie par  $f_j^*$*

Equations adjointes

- **Algorithme de paroi** : interpolation de Ginzburg (*Ginzburg et al., 2008. Communications in Computational Physics*)

- **Raffinements de maillage** (*Filippova, O. & Hanel, D., 1998. JCP & H. Touil et al, 2013. JCP*) :



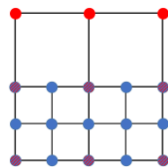
- : nœud grossier
- : nœud fin
- : nœud colocalisé

- Recalage des  $f$  des nœuds grossiers ( $f_i^c$ ) vers les nœuds fins ( $f_i^f$ ) et inversement
- Interpolation temporelle pour les nœuds fins manquants
- Interpolation spatiale pour les nœuds fins non coïncidant



- **Algorithme de paroi adjoint** : interpolation adjointe de Ginzburg

- **Raffinements de maillage adjoints** :



- : nœud grossier
- : nœud fin
- : nœud colocalisé

- Recalage adjoint des  $f$  des nœuds grossiers ( $f_i^c$ ) vers les nœuds fins ( $f_i^f$ ) et inversement
- Interpolation temporelle adjointe pour les nœuds fins manquants
- Interpolation spatiale adjointe pour les nœuds fins non coïncidant

## CALCUL DU GRADIENT PAR L'ADJOINT

- $I_o$  = fonction coût
- $R$  = équations d'état
- $\alpha$  = variable d'optimisation
- $f^*$  = variables adjointes

On calcule la traînée dans le sillage et non sur l'obstacle

Pas de somme en temps car on fait un calcul stationnaire

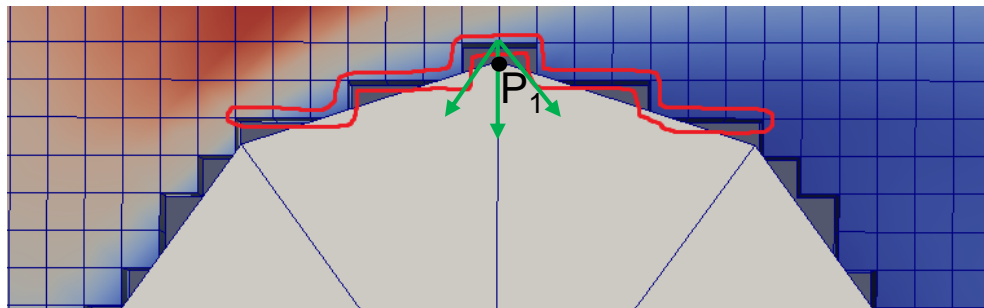
$$\nabla I_o = \cancel{\frac{\partial I_o}{\partial \alpha}} + \sum_i \sum_k f_i^*(x_k, t_n) \frac{\partial R_i(x_k, t_n)}{\partial \alpha}$$

Interpolation de Ginzburg à la paroi:

$$R_i = f_i(x_k, t_n) - f_{opp(i)}^{coll}(x_k, t_n) - \frac{1 - 2d}{1 + 2d} \left( f_{opp(i)}^{coll}(x_k + c_i, t_n) - f_i^{coll}(x_k, t_n) \right) = 0$$

On cherche à calculer  $\frac{\partial R_i(x_k, t_n)}{\partial \alpha} \Rightarrow$  Il faut calculer  $\frac{\partial d}{\partial \alpha}$

# CALCUL DU GRADIENT PAR L'ADJOINT



Si l'on déplace  $P_1$  cela aura un impact sur toutes les distances  $d_i$  de tous les nœuds fluides concernés dont les directions de propagation sont en contact avec l'obstacle

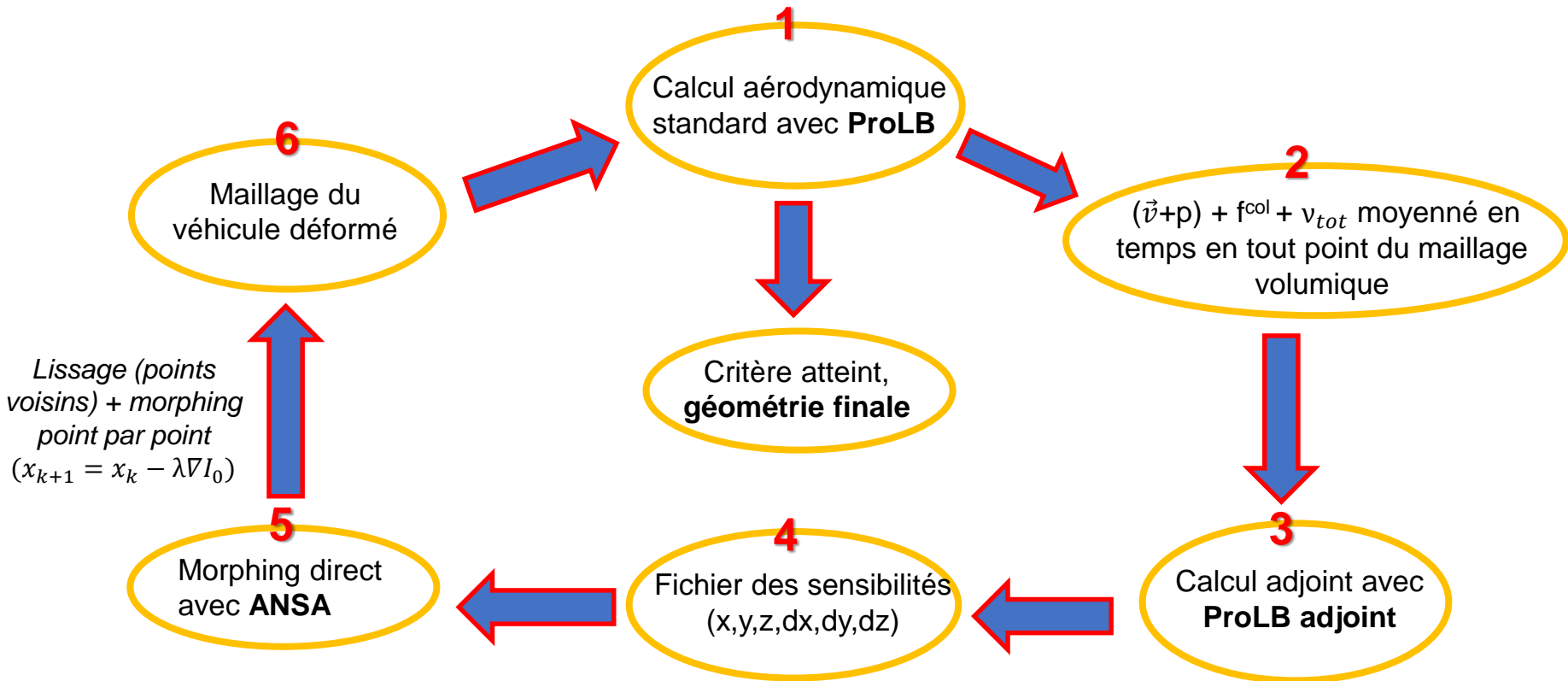
$$\nabla I_0 = \sum_k \sum_i f_i^*(x_k, t_{n+1}) \frac{4 d'}{(1 + 2d)^2} [f_{opp(i)}^{coll}(x_k + c_i, t_n) - f_i^{coll}(x_k, t_n)]$$

$d' = \frac{\partial d}{\partial \alpha}$

Somme faite pour les nœuds fluides dont la distance  $d_i$  s'applique sur les triangles dont  $P_1$  fait partie

Somme faite pour les directions des vitesses en contact avec les triangles dont  $P_1$  fait partie

# DESCRIPTION DE LA BOUCLE D'OPTIMISATION COMPLÈTE

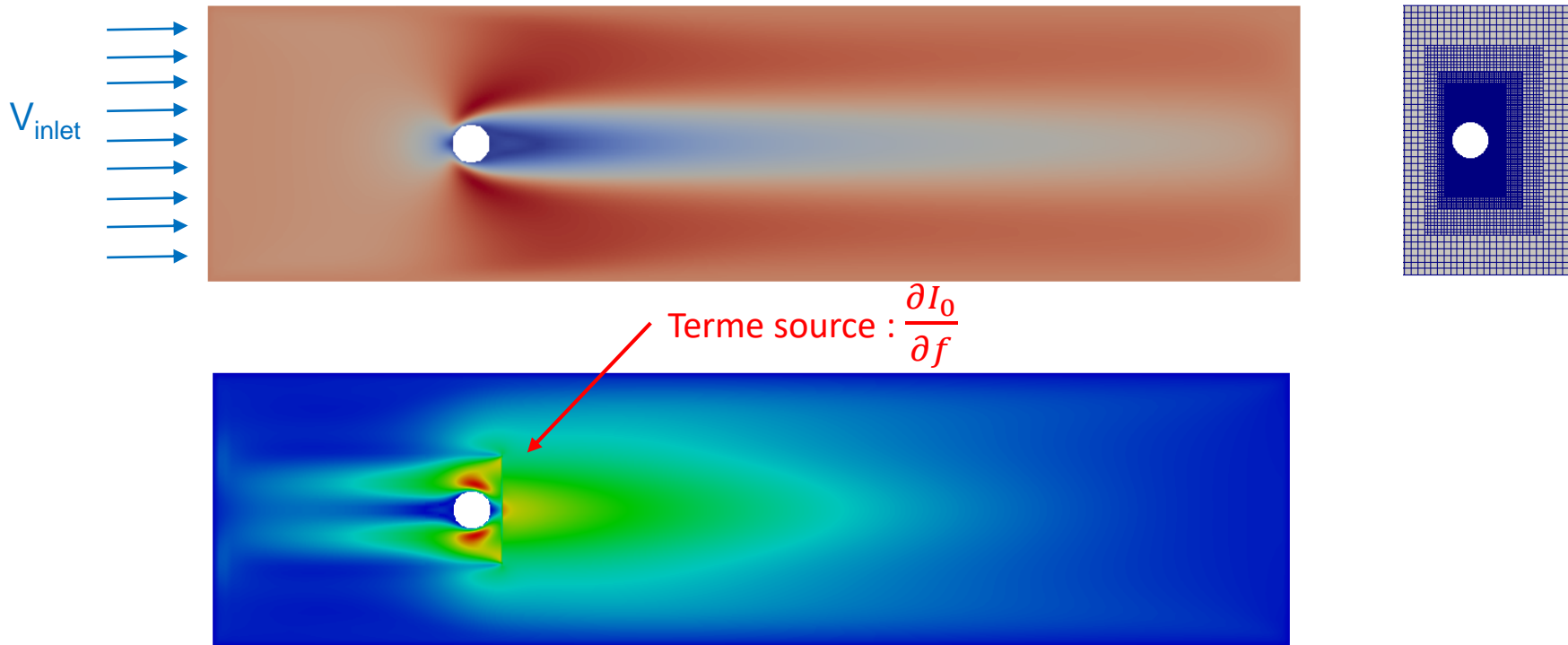




# SOMMAIRE

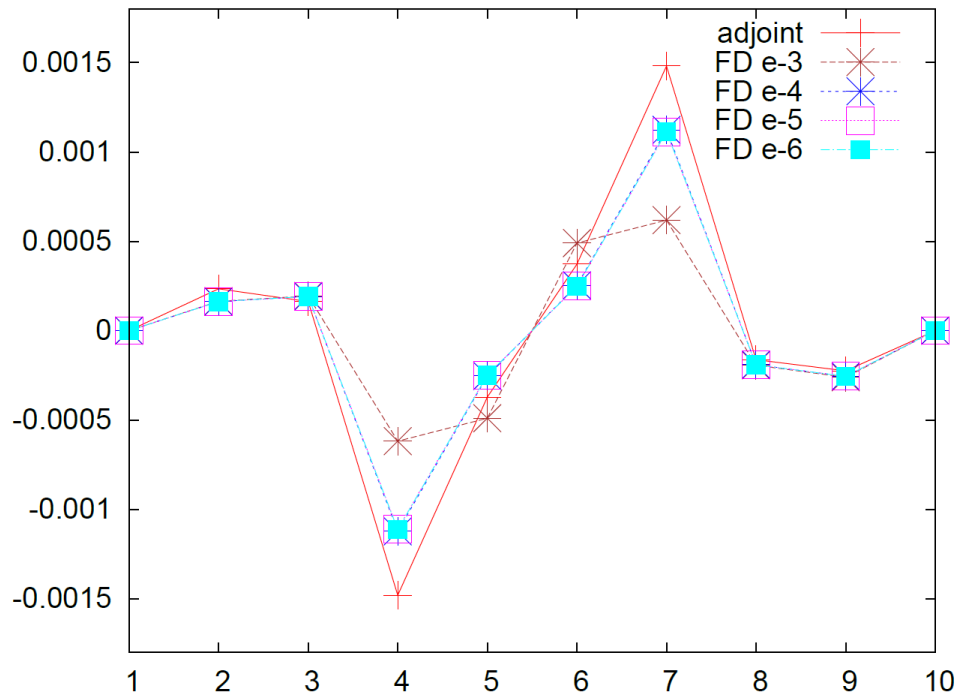
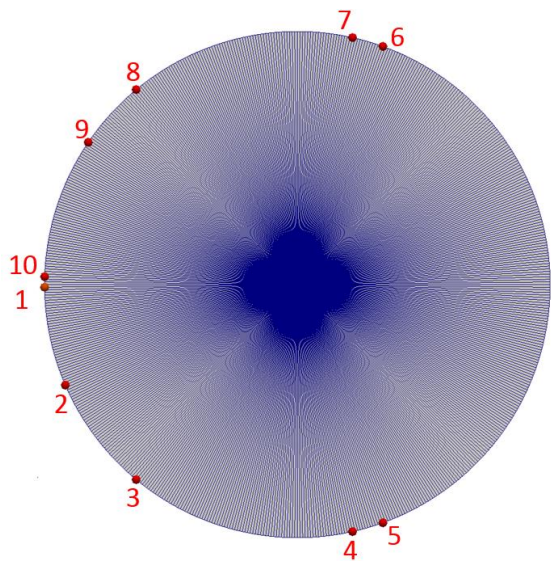
- 1) Méthode de Lattice-Boltzmann pour la mécanique des fluides
- 2) Développement du solveur adjoint et optimisation
- 3) Validation du solveur adjoint sur des cas 2D laminaires**
- 4) Extension pour les écoulements 3D turbulents
- 5) Conclusions et perspectives

# ÉCOULEMENT LAMINAIRE STATIONNAIRE AUTOUR D'UN CYLINDRE À RE = 33



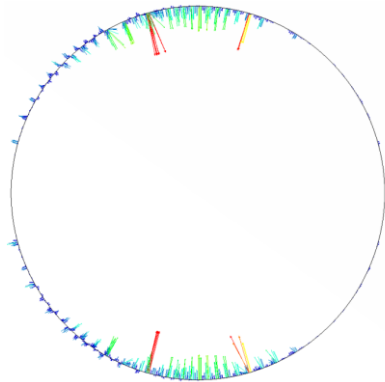
- Le modèle de raffinement de maillage dans le calcul adjoint est stable et précis

# COMPARAISON DES GRADIENTS PAR DIFFÉRENCES FINIES ET PAR L'ADJOINT

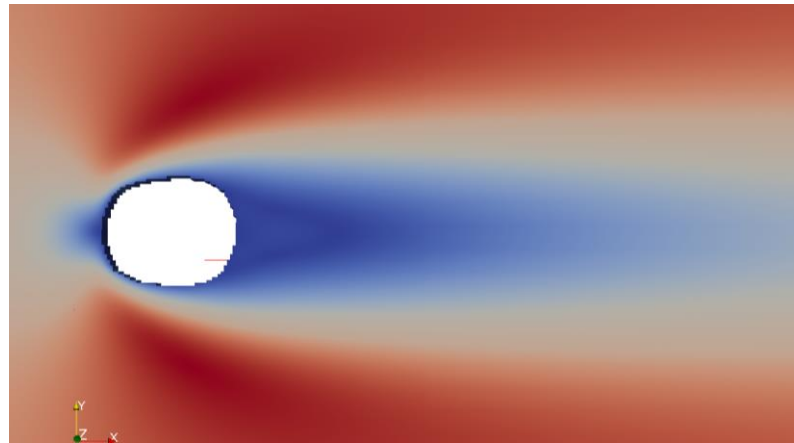
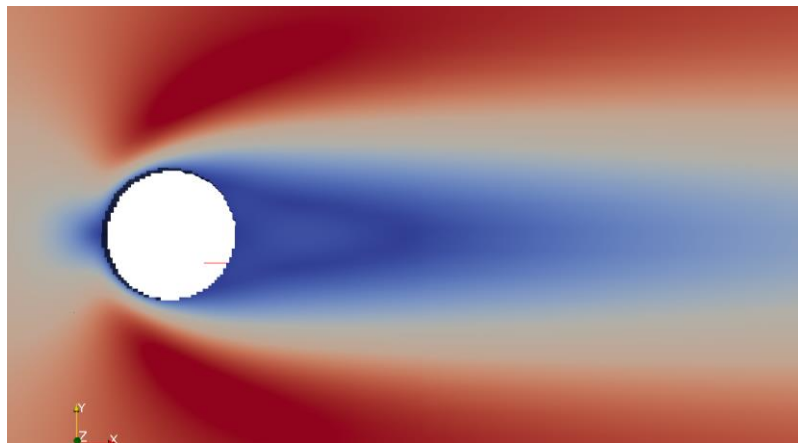
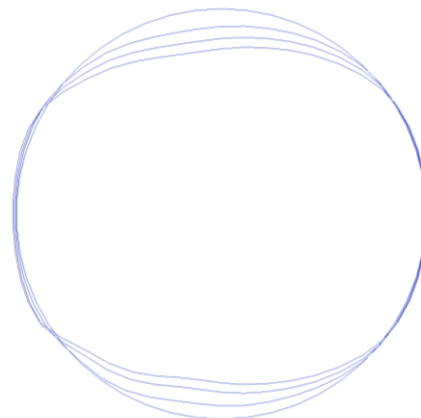


- Différences finies : 20 calculs
- Adjoint : 1 seul calcul

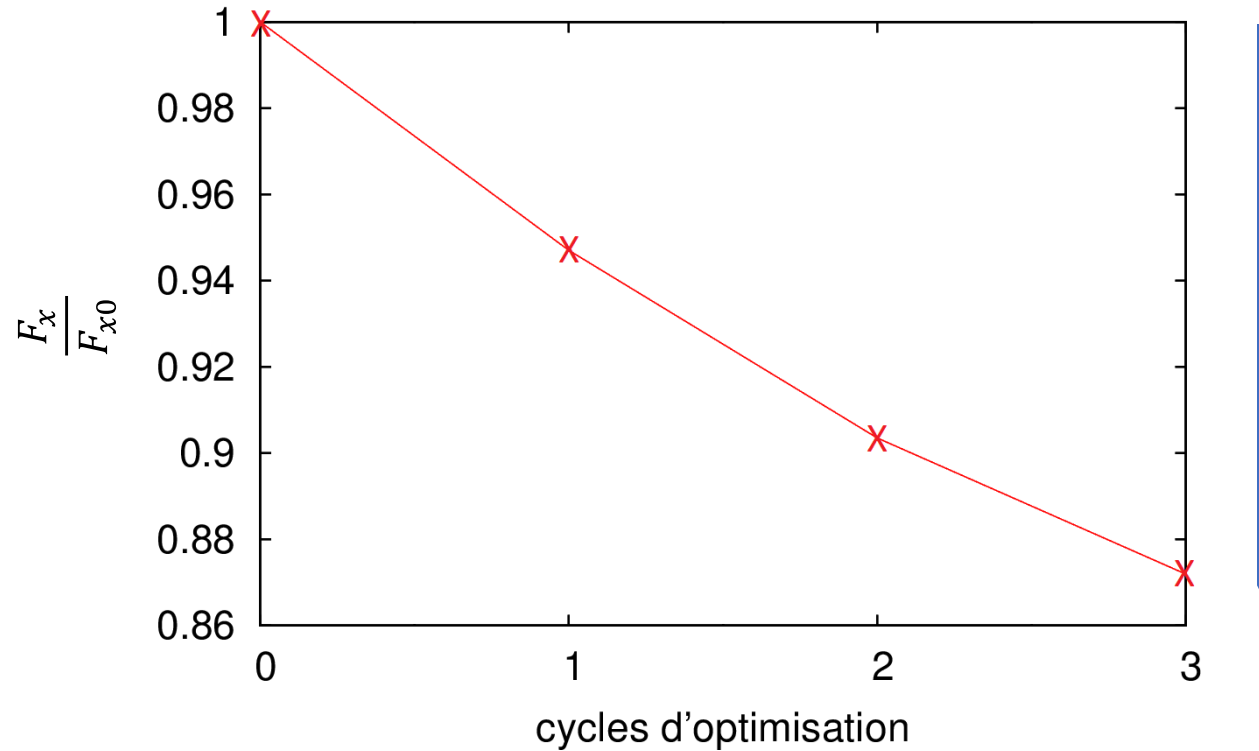
# OPTIMISATION DE LA FORME DU CYLINDRE



gradient à pas constant

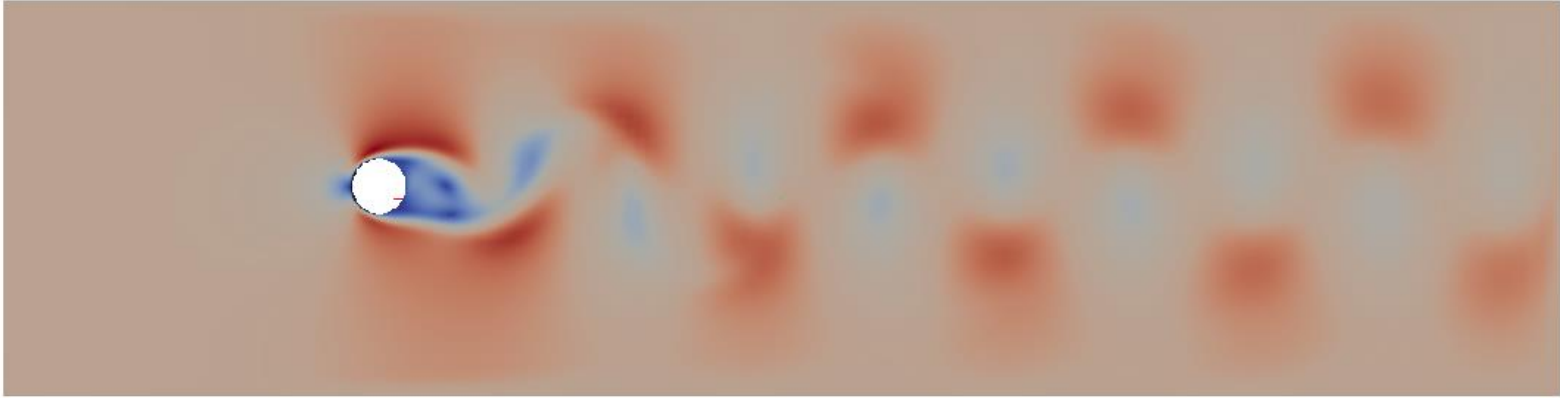


## DÉCROISSANCE DE LA FORCE DE TRAÎNÉE



Décroissance de  
+ de 12% de  $I_0$

## ÉCOULEMENT LAMINAIRE INSTATIONNAIRE AUTOUR D'UN CYLINDRE À $Re = 125$



Sur un cycle de lâcher de tourbillons :

- 19903 mailles
  - $\rho, u_x, u_y, u_z, f_i$
  - 968 pas de temps
- } 443 120 392 données à enregistrer

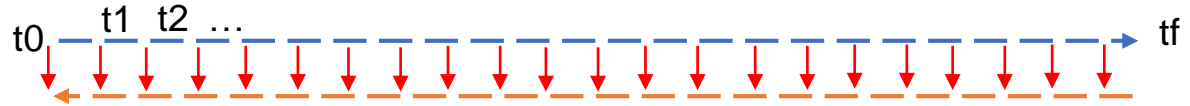
# TRAITEMENT D'UN PROBLÈME INSTATIONNAIRE

(Nadarajah & Jameson, PhD thesis, Stanford, 2003)

-----> : primaire  
-----< : adjoint  
↓ : lecture du champ primaire

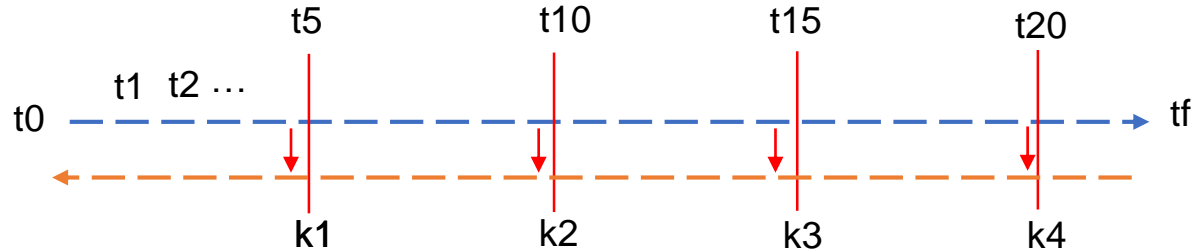
1) Totalement instationnaire :

$$\nabla I_0 = \frac{1}{N} \sum_t f^*(t) \frac{\partial R(t)}{\partial \alpha}$$



2) Echantillonnage :

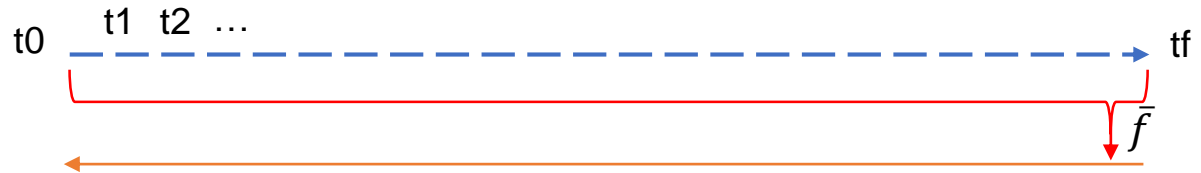
$$\nabla I_0 = \frac{1}{K} \sum_k f^*(k) \frac{\partial R(k)}{\partial \alpha}$$



3) Moyennage en temps :

$$\nabla I_0 = f^* \frac{\partial \bar{R}}{\partial \alpha}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_t R(t)$$

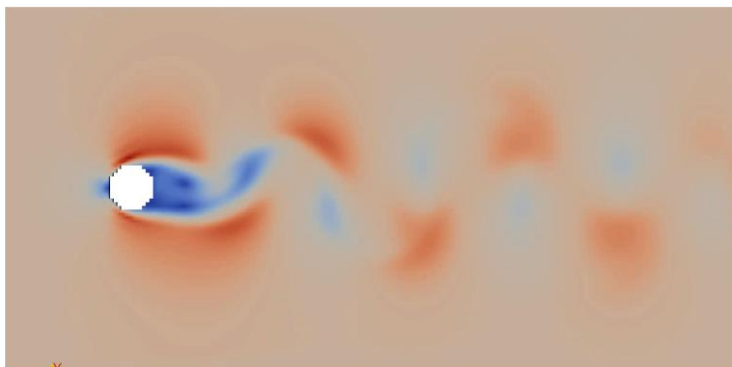


# COMPARAISON DES CHAMPS DE VITESSE PRIMAIRES ET ADJOINTS

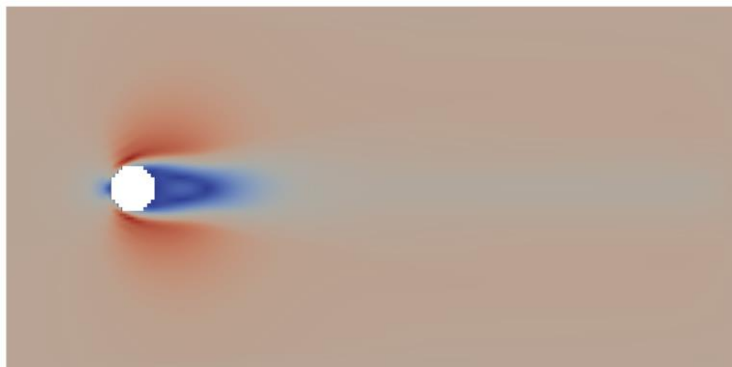
PRIMAIRE

ADJOINT

**Méthode 1 :**  
Totalemment  
instationnaire

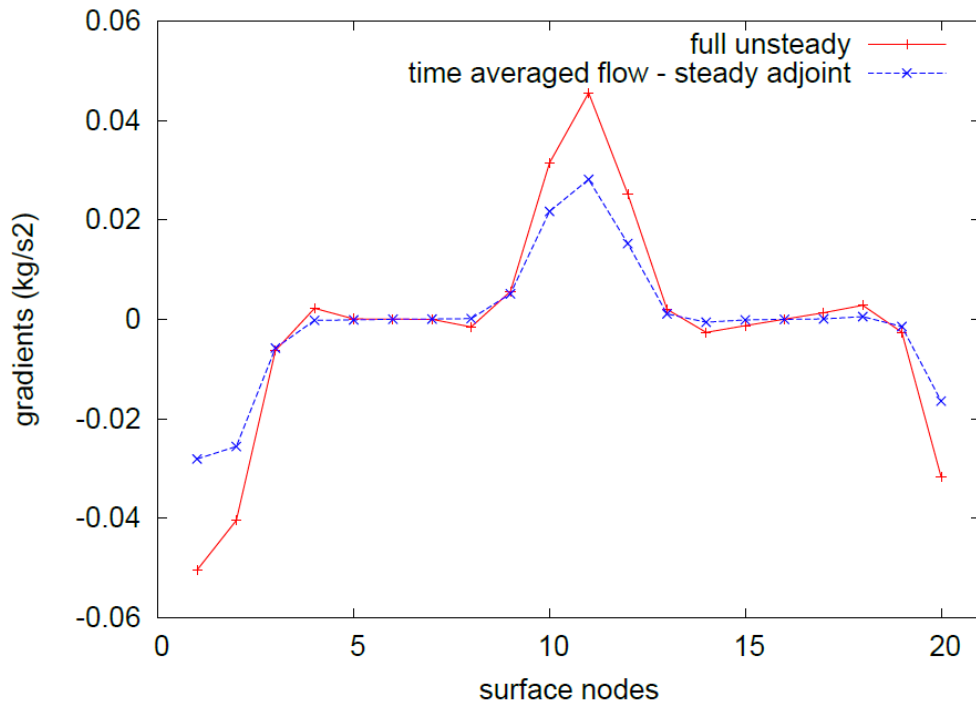


**Méthode 3 :**  
Moyennage  
en temps





## COMPARAISON DES GRADIENTS



- **Conclusion** : on garde cette méthode pour le cas industriel : on utilise un résultat direct turbulent instationnaire mais moyenné en temps pour calculer un adjoint stationnaire

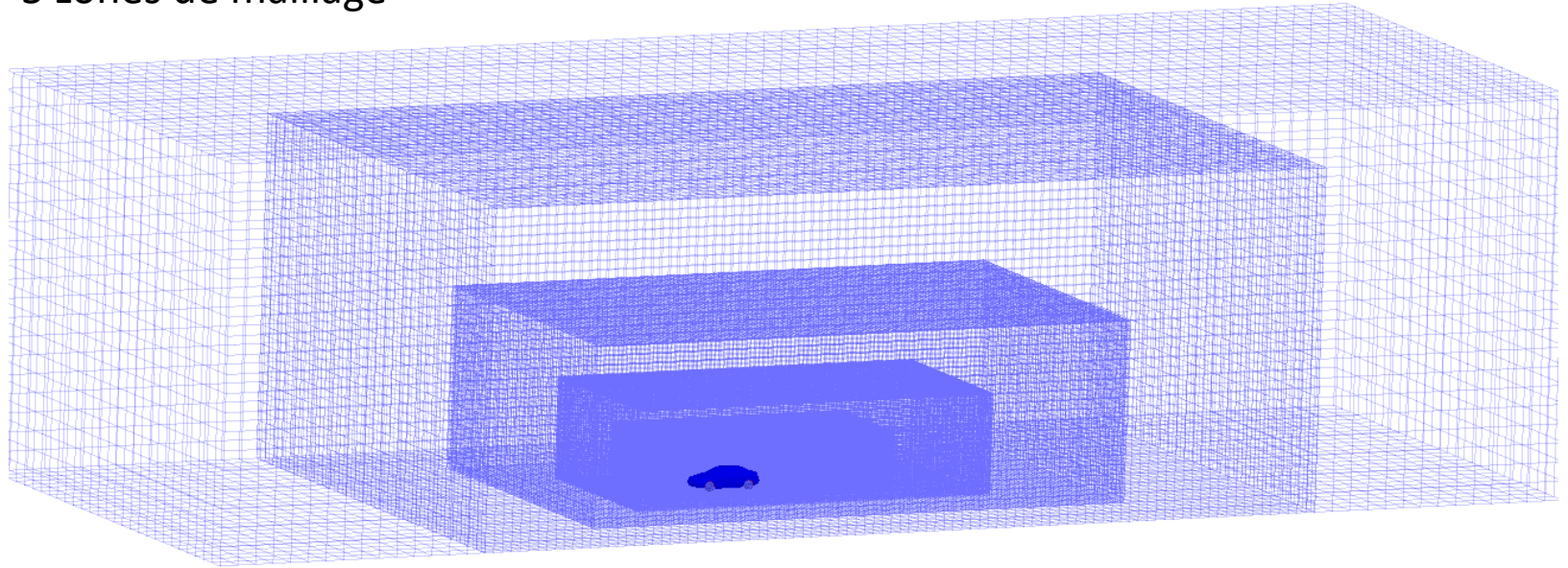
# SOMMAIRE

- 1) Méthode de Lattice-Boltzmann pour la mécanique des fluides
- 2) Développement du solveur adjoint et optimisation
- 3) Validation du solveur adjoint sur des cas 2D laminaires
- 4) Extension pour les écoulements 3D turbulents**
- 5) Conclusions et perspectives

## ÉCOULEMENT AUTOUR D'UN VÉHICULE À 130 KM/H

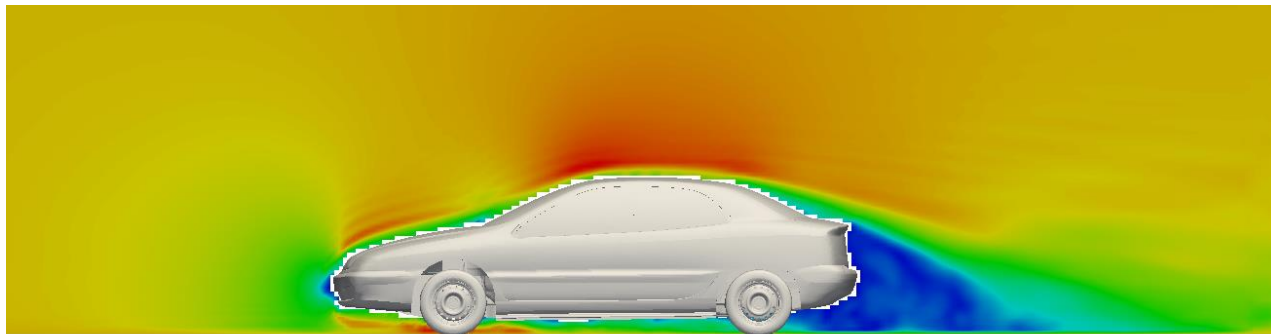
Mise en données :

- Reynolds  $\approx 10^7 - 10^8$
- 5 zones de maillage

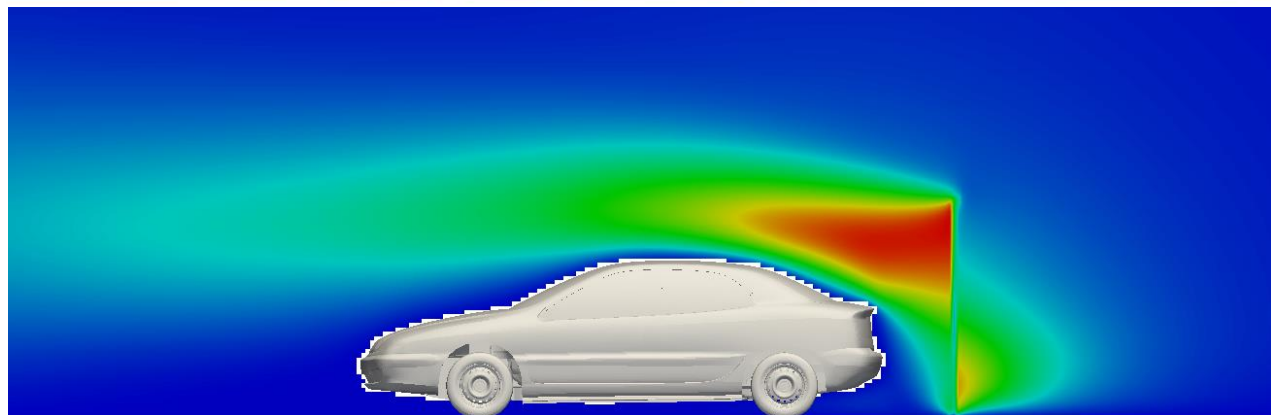


# CHAMPS DE VITESSE PRIMAIRE ET ADJOINT DANS UN PLAN DE COUPE LONGITUDINAL

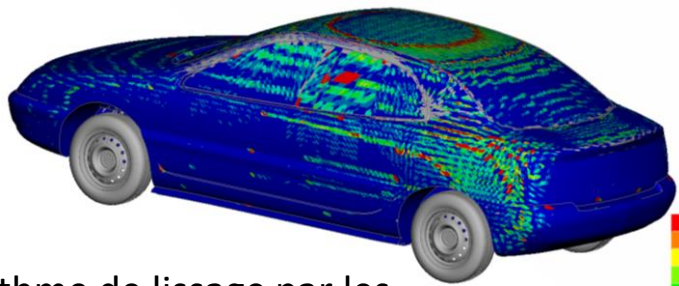
Champ de vitesse  
primaire, moyenné en  
temps après  
convergence :



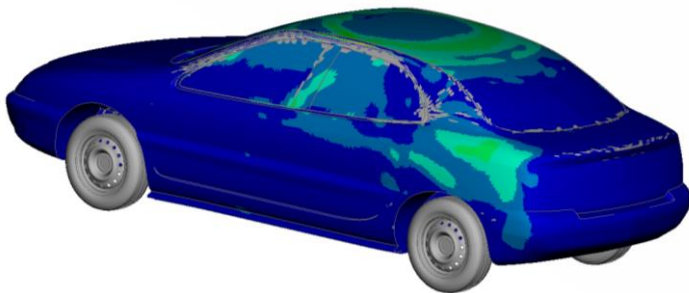
Champ de vitesse  
adjoint stationnaire  
convergé :



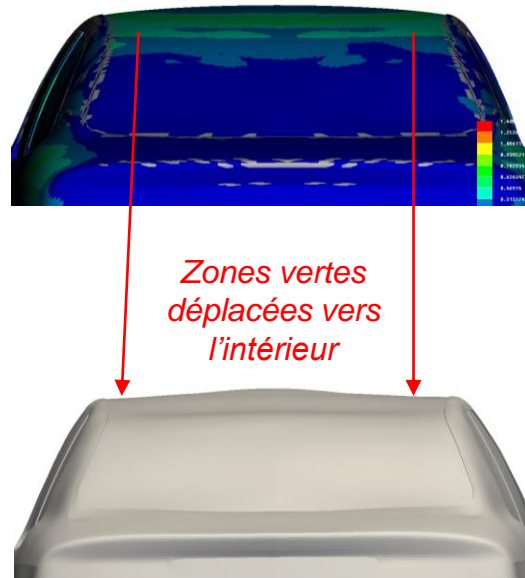
## LISSAGE DES SENSIBILITÉS ET OPTIMISATION DE FORME



- Un algorithme de lissage par les points voisins est utilisé :



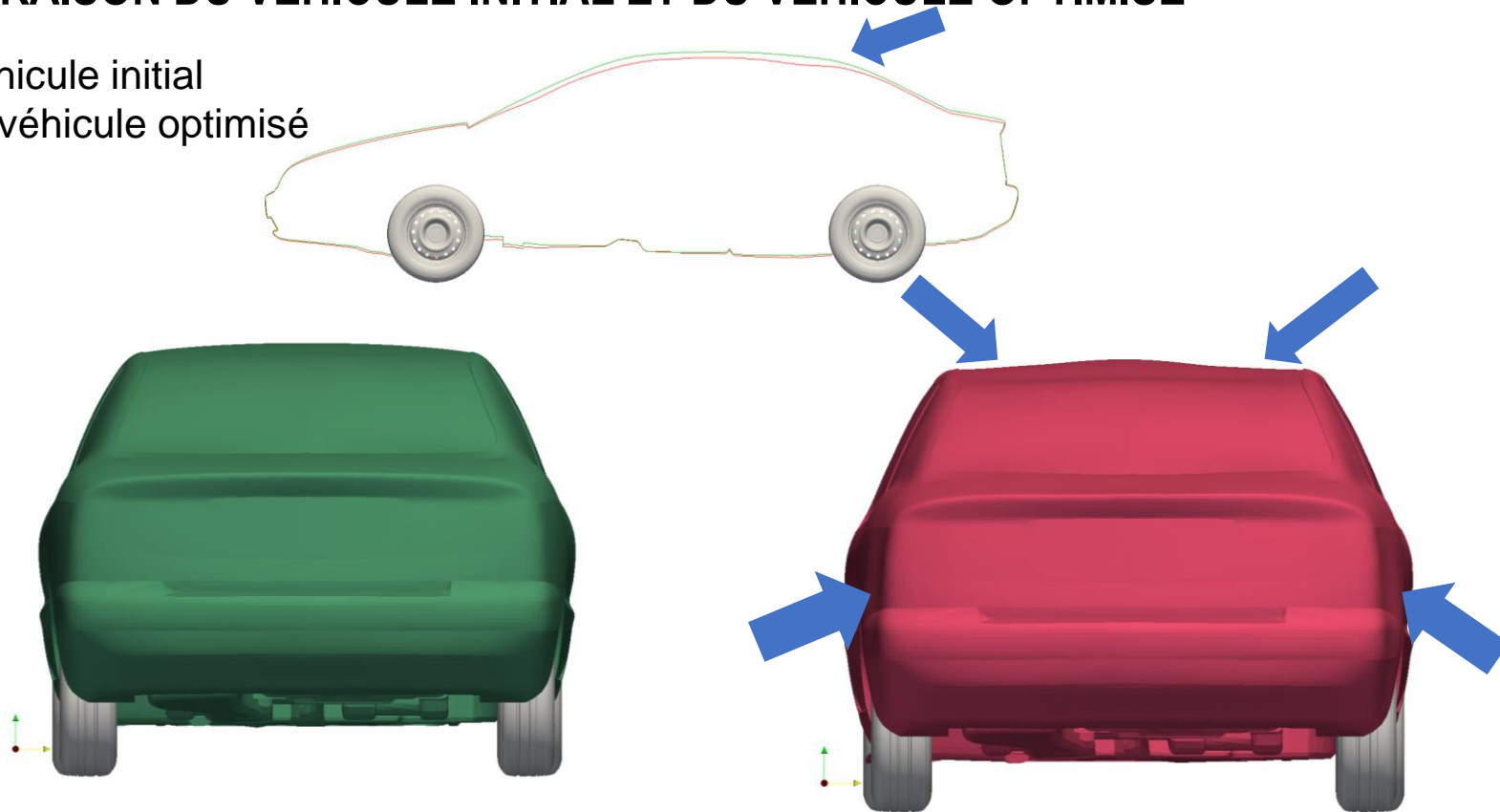
- L'algorithme d'optimisation creuse des « sillons » sur le toit du véhicule, ce qui a pour effet de diminuer sa surface frontale :



# COMPARAISON DU VÉHICULE INITIAL ET DU VÉHICULE OPTIMISÉ

Vert : véhicule initial

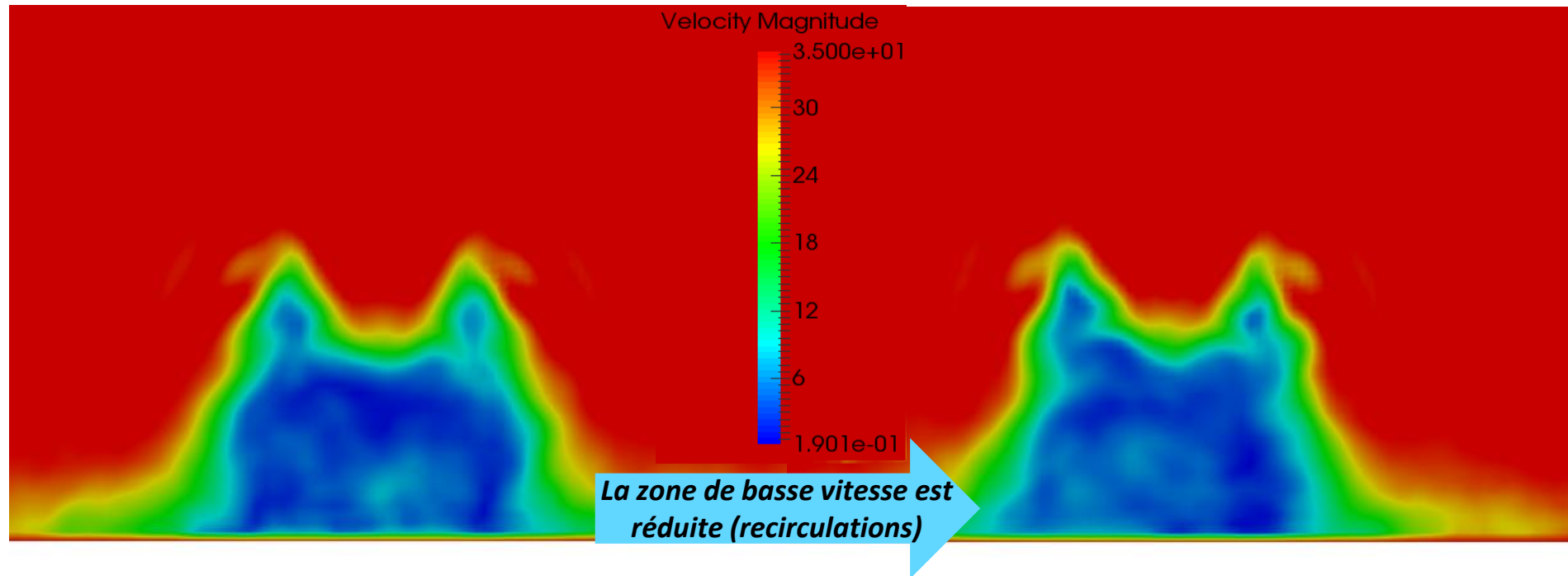
Rouge : véhicule optimisé



# COMPARAISON DES SILLAGES

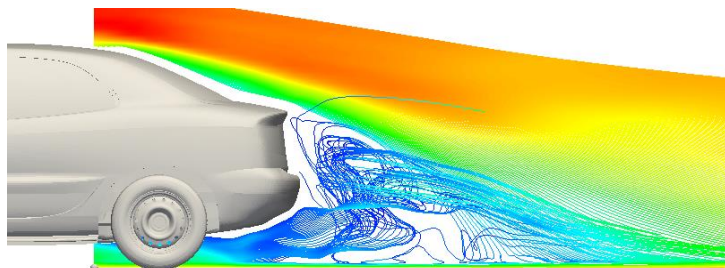
Sillage du véhicule initial :

Sillage du véhicule optimisé :

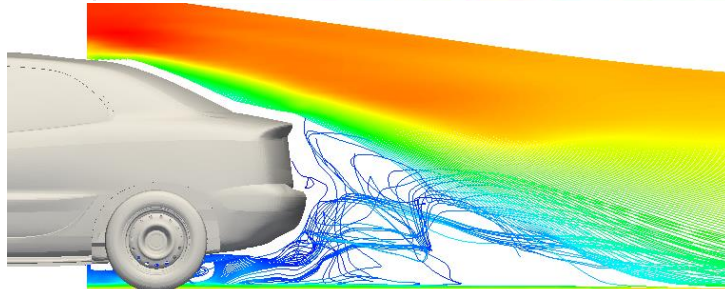


# LIGNES DE COURANT

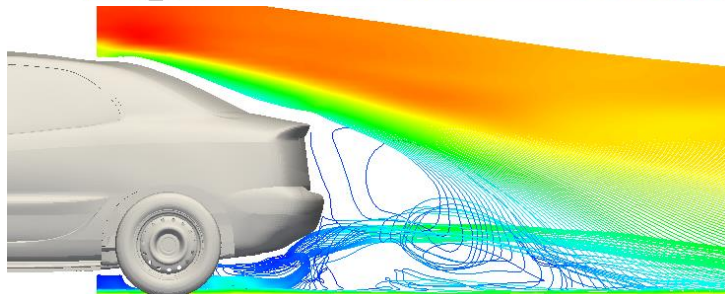
Véhicule initial :



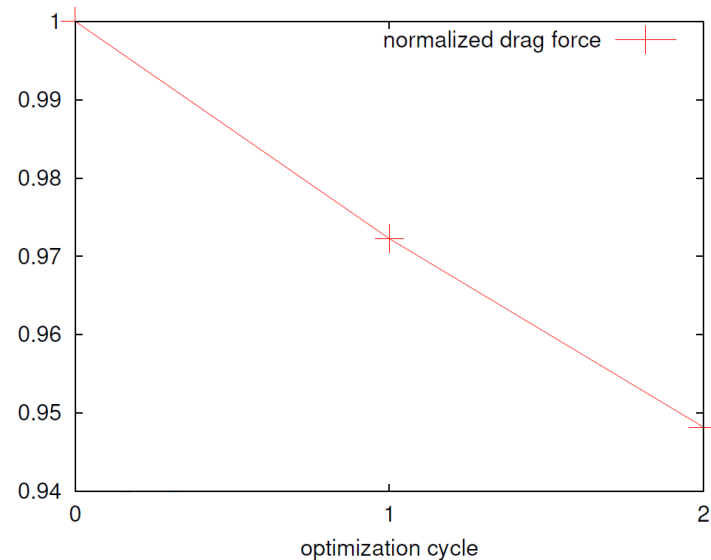
1<sup>er</sup> cycle d'optimisation :



2<sup>ème</sup> cycle d'optimisation :



## Réduction de la force de traînée:





# SOMMAIRE

- 1) Méthode de Lattice-Boltzmann pour la mécanique des fluides
- 2) Développement du solveur adjoint et optimisation
- 3) Validation du solveur adjoint sur des cas 2D laminaires
- 4) Extension pour les écoulements 3D turbulents
- 5) **Conclusions et perspectives**

## CONCLUSIONS

- Développement d'éléments originaux conduisant à solveur industriel adjoint inédit en LBM, comprenant :
  - des **raffinements de maillage**,
  - une modélisation de la **turbulence dans le calcul direct**,
  - et un **modèle de collision** adapté aux écoulements turbulents
  
- Cadre mathématique rigoureux + hypothèses simplificatrices nécessaires → optimisation opérationnelle et efficace à **faible coût, indépendante du nombre de paramètres**
  
- Obtention de résultats concluants dans différentes configurations :
  - Cas académiques
  - Cas industriel

## PERSPECTIVES

- Réduction du temps de calcul du solveur adjoint :
  - Amélioration du codage de la lecture du champ primaire moyenné en temps
  
- Déploiement en projet chez Renault
  
- Optimisation multicritère (moment, déportance...) et multiphysique (acoustique, thermique)
  
- Optimisation sous contraintes (volume constant par exemple)

**MERCI DE VOTRE ATTENTION**