



Université de Mostaganem Abdelhamid Ibn Badis,

www.univ-mosta.dz

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique



Laboratoire Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques,

Equipe Modélisation et Simulation Mésoscopique des Phénomènes de Transfert

<https://sites.google.com/site/equipemsmpt/>

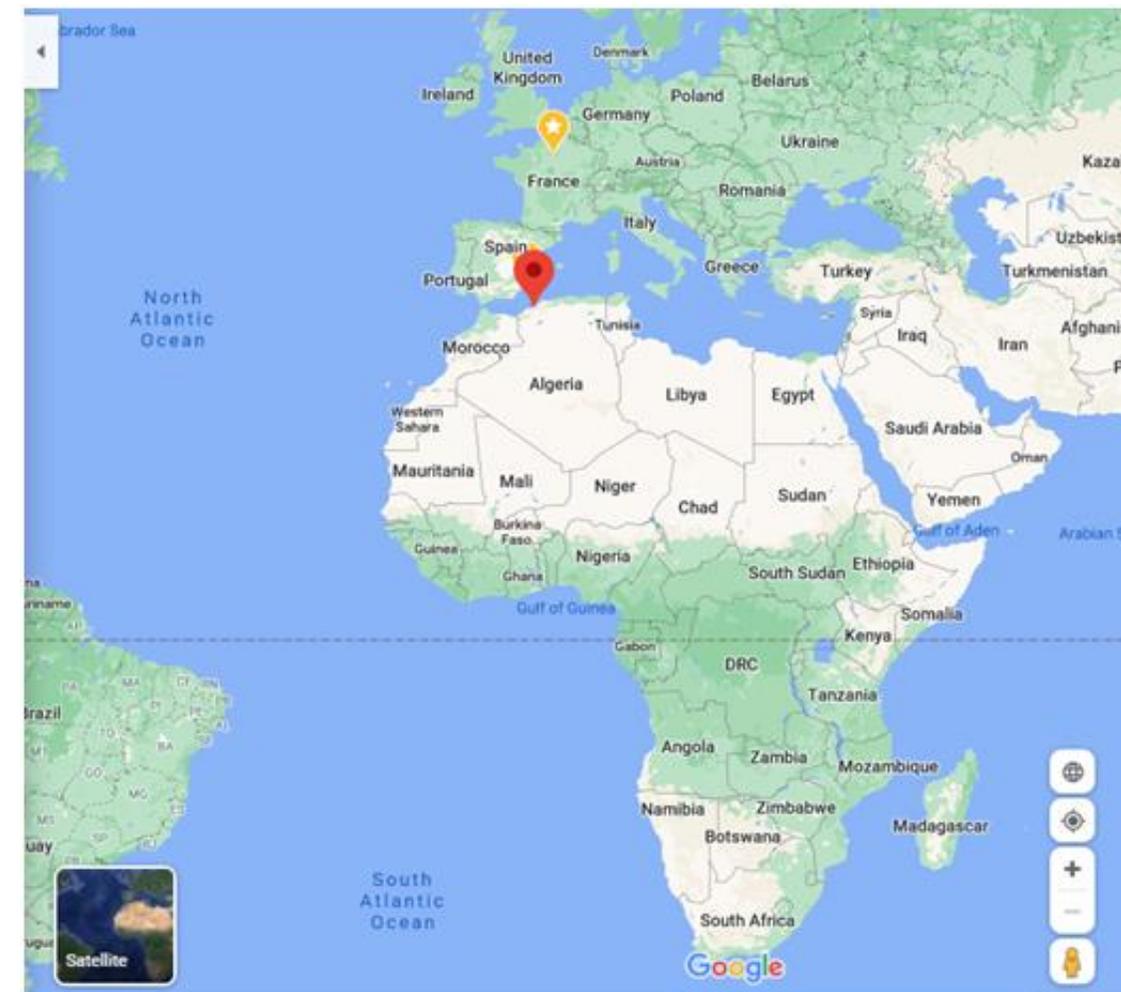
Analyse de l'instabilité thermique de Poiseuille-Rayleigh-Bénard avec la méthode de Boltzmann sur réseau

Houat Samir, Sahraoui Nassim,
Saidi Nawal, El Ganaoui Mohammed

Groupe de travail "Schémas de Boltzmann sur réseau"

26 Octobre 2020

Via « Big Blue Button »



Référence des cartes : [Google maps](#)

- La population algérienne résidente dépasse **43 millions d'habitants**.
- Ressources énergétiques : **Pétrole, gaz naturel, gaz de schiste, énergie solaire,**
- **La plus grande réserve d'eau** dans le monde, la nappe phréatique au sud.
- **Mostaganem** une ville **d'environ 250 mille d'Habitants** et plus de **900 mille dans la wilaya**



Ville côtière avec des belles allées de promenade



De belles Plages au sable Fin



Ville de culture



S. Houat





University of Mostaganem Abdelhamid Ibn Badis,

www.univ-mosta.dz





University of Mostaganem Abdelhamid Ibn Badis,

www.univ-mosta.dz



l'**UMAB** dispose de **9 Facultés** :

Plus de **+30 000 étudiants** et **1250 enseignants**

- **68** offres de formation **en licence** (1er cycle).
- **127** options en **Master** (2^{ème} cycle) sont opérationnelles en **plus des sciences médicales**.
- **90** disciplines de **doctorat LMD**.



Laboratoire Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques,

Equipe Modélisation et Simulation Mésoscopique des Phénomènes de Transfert

Création du groupe de travail de Mostaganem

1

Formation en Magister
(1^{er} Post- graduation)
(2011-2014)

Modélisation et Simulation Mésoscopique des
Phénomènes de transport thermo fluide

2

- Une année de formation théorique
Sous forme de conférences, TP et
travaux personnels. (2011-2012)

3

Réalisation d'un mémoire de Magister

Les modules enseignés:

MDF, Transfert de chaleur et de
masse, fluide diphasiques
Automates cellulaires et gaz sur
réseau

Boltzmann sur réseau, Méthode des
volumes finis, simulation et
programmation c++ et Matlab;.....



Laboratoire Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques, Equipe Modélisation et Simulation Mésoscopique des Phénomènes de Transfert

<https://sites.google.com/site/equipemsmpt/>

L'équipe est composée de:

- Un Professeur
- Trois Docteurs
- Cinq thésards

Collaborateurs

Université de la Lorraine Pr. El Ganaoui
Et d'autres collaborateurs
Internationaux et nationaux

Les axes de travail:

Le groupe travaille sur l'analyse des phénomènes thermo fluide du point de vue fondamental et dans le domaine d'application industrielle. L'utilisation des méthodes innovantes notamment, la méthode de Boltzmann sur réseau, est parmi les principaux outils d'analyses en parallèle avec les méthodes classiques et expérimentales.

Domaine d'intérêt actuel:

- Les instabilités thermiques.
- Le conditionnement de l'air dans les locaux (HVAC, pollution).
- Les applications de transfert de chaleur avec les nanofluides.
- La turbulence avec LBM.
- Les applications de transfert de chaleur et de masse dans le domaine de l'habitat et électronique.
(Conduction, convection et rayonnement)

Projets de recherche du groupe

1- Projet de recherche PRFU Numéro du code : **A11N01UN270120180001** agréé à partir de 1er janvier 2019 au 31 Décembre 2022. Intitulé du projet: *Analyse et modélisation de la convection thermique par la méthode de Boltzmann sur Réseau*. Chef de projet: Prof. HOUAT Samir

2- Projet de recherche PRFU Numéro du code : **J0302220140111** agréé à partir de 1er janvier 2015 au 31 Décembre 2018. Intitulé du projet: *Étude par l'approche mésoscopique de la convection mixte dans une cavité ventilée*. Chef de projet: Prof. HOUAT Samir.

3-Projet de recherche CNEPRU Numéro du code : **J0302220110001** agréé de 1er janvier 2012 au 31 Décembre 2014. Intitulé du projet: *Étude du développement d'un écoulement de Poiseuille-Rayleigh-Bénard par la méthode de Boltzmann sur réseau*. Chef de projet: Prof. HOUAT Samir.

4- Projet de recherche CNEPRU Numéro du code : **J0302220080029** agréé de 1er janvier 2009 au 31 Décembre 2012. Intitulé du projet: *Étude de la convection naturelle dans un canal infini discrètement chauffé par le bas*.
•Chef de projet: Prof. HOUAT Samir.

5- Projet du Projet TEMPUS (Medinnoall) numéro du projet : **159210- Tempus-1-2009-1-ES-TEMPUS-JPHES**. de 1er janvier 2009 au 31 Décembre 2013. Intitulé du projet: *Mediterranean Innovation Alliance (Medinnoall)* . <http://www.medinnoall.eu>



Université de Mostaganem Abdelhamid Ibn Badis,

www.univ-mosta.dz

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique



Laboratoire Modélisation Numérique et Expérimentale des Phénomènes Mécaniques,

Equipe Modélisation et Simulation Mésoscopique des Phénomènes de Transfert

<https://sites.google.com/site/equipemsmpt/>

Analyse de l'instabilité thermique de Poiseuille-Rayleigh-Bénard avec la méthode de Boltzmann sur réseau

Houat Samir, Sahraoui Nassim,
Saidi Nawal, El Ganaoui Mohammed

Groupe de travail "Schémas de Boltzmann sur réseau"

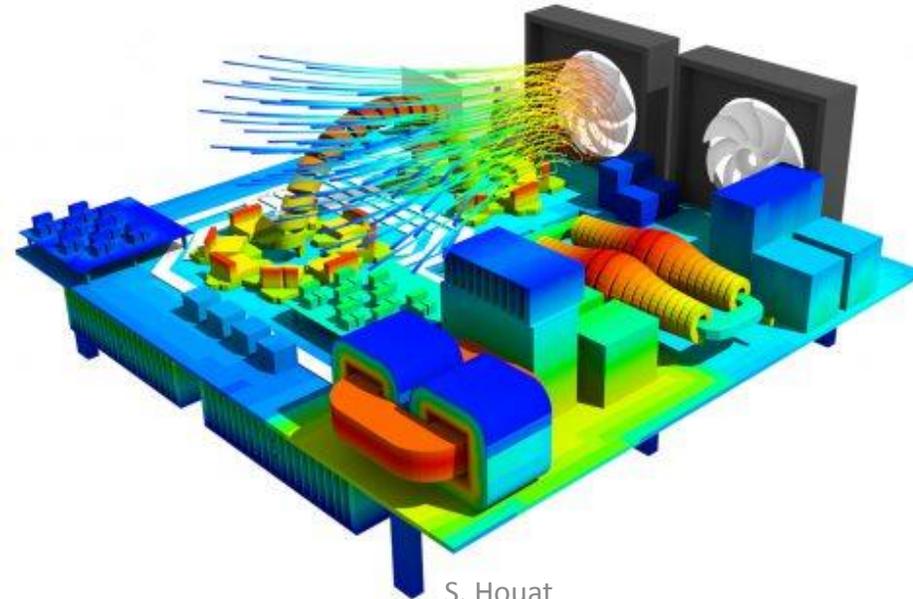
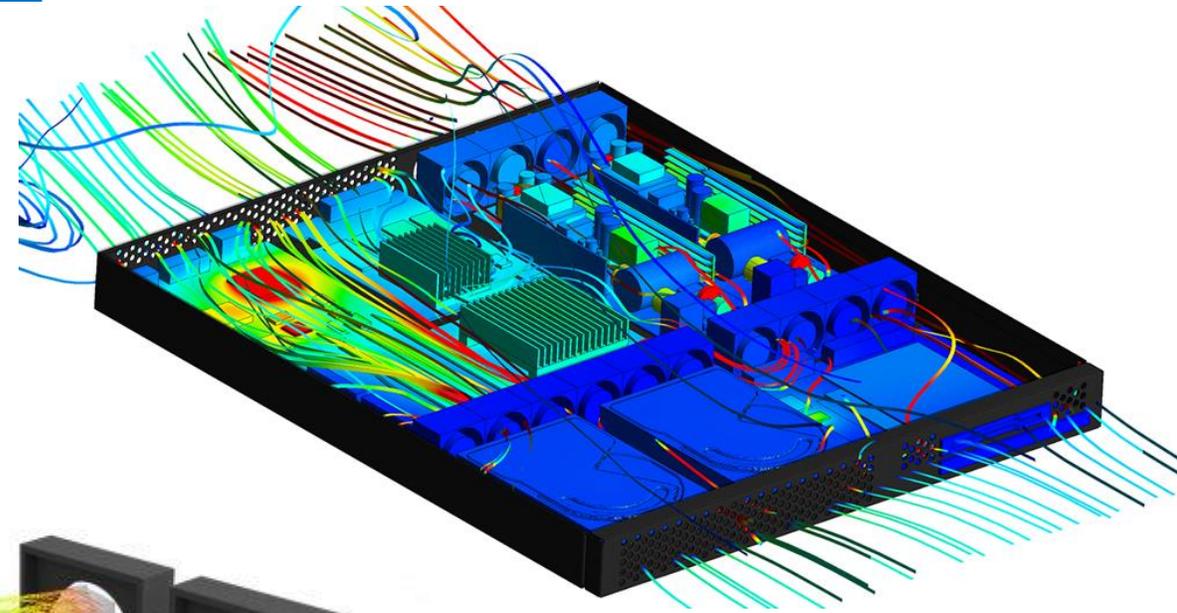
26 Octobre 2020

Via « Big Blue Button »

Applications industrielles



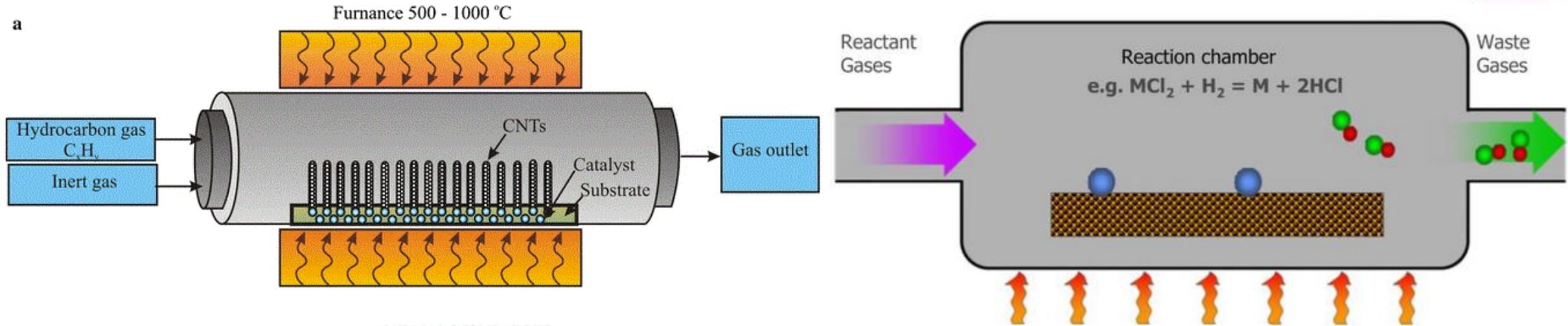
1-Refroidissement des composants électroniques:



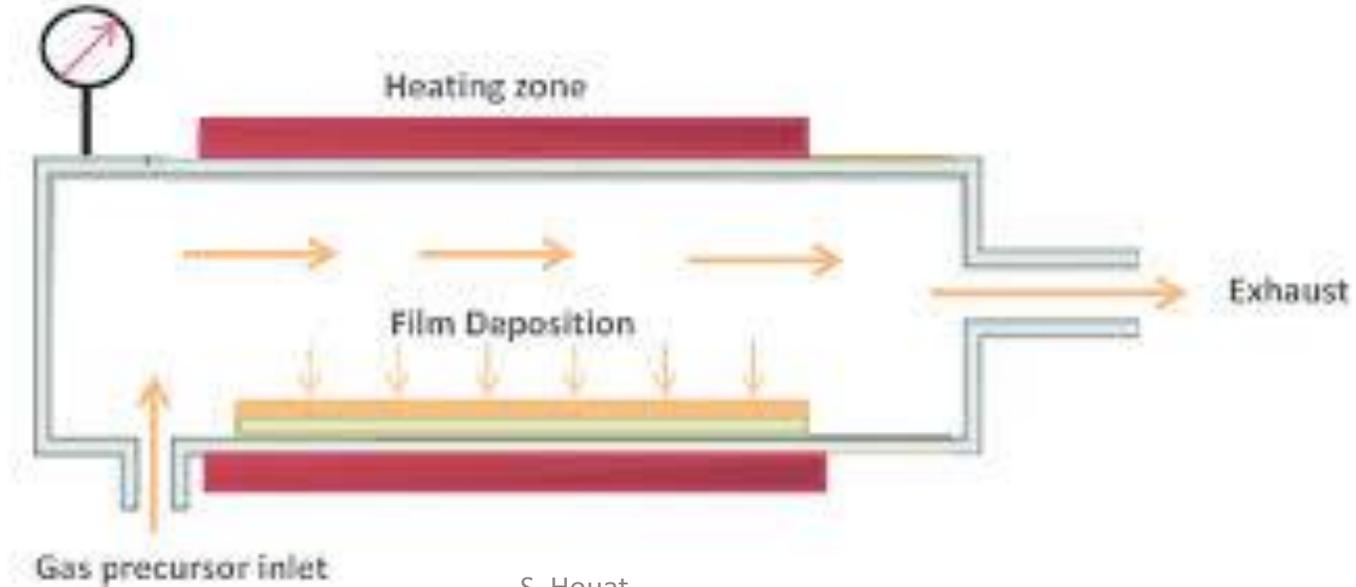
2- Dépôts de vapeurs chimiques (CVD):



a



Pressure sensor



La configuration Physique du problème:



Les écoulements de **convection mixte** dans une conduite rectangulaire **horizontale** **chauffée uniformément par le bas** et **refroidie** uniformément par le **haut**.

On parle aussi des écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard (PRB)

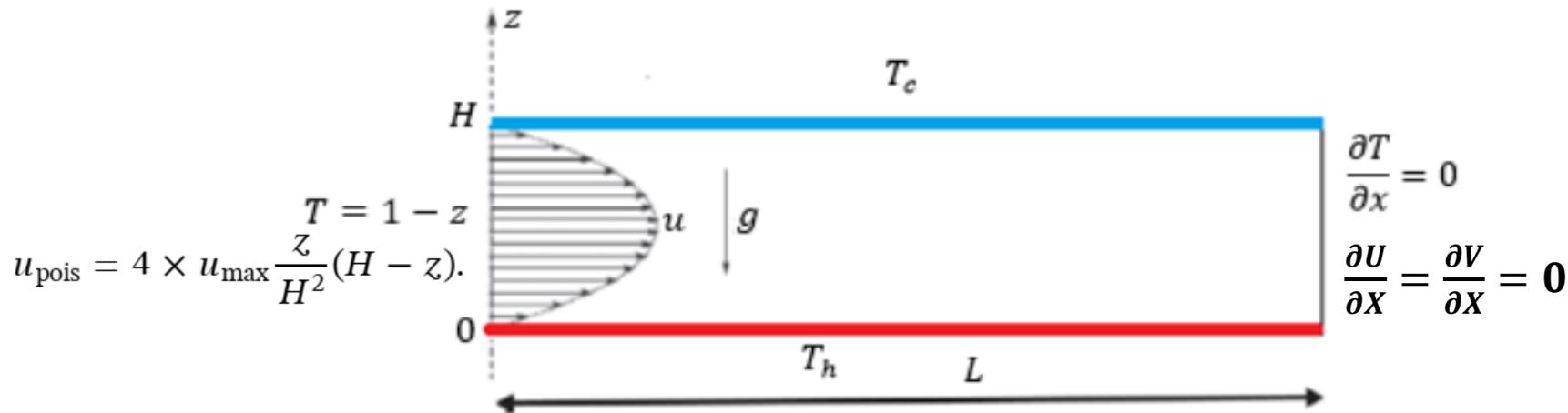


Fig. 1. Modèle de l'écoulement (Poiseuille Rayleigh Bénard)

Ils résultent de la superposition de deux sources convectives :

- Un gradient de **pression horizontal** qui entraine le fluide dans la conduite.
- Un gradient de **température vertical** est à l'origine de la formation des structures thermoconvectives.

Hypothèses d'Etude:



- Le fluide considéré est newtonien, incompressible et satisfait l'hypothèse de Boussinesq.
- La masse volumique varie linéairement avec la température et exprimée par la relation :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta \cdot (T - T_0)]$$

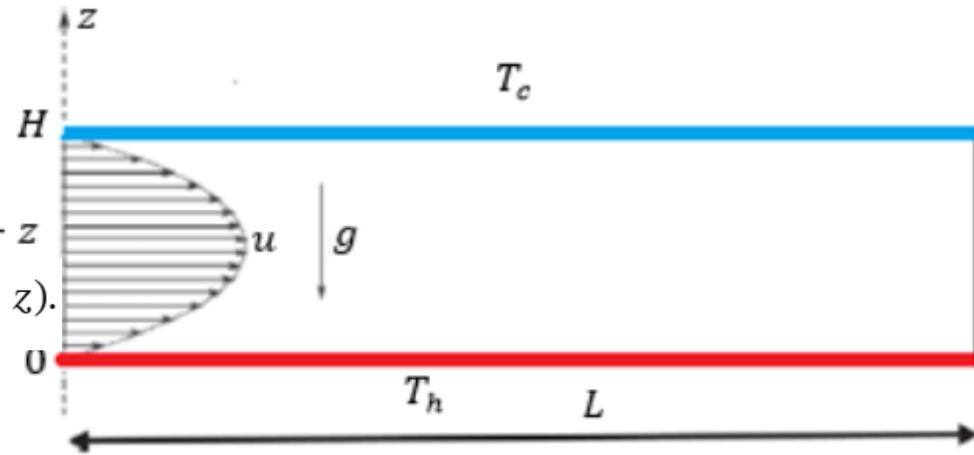
- L'écoulement est de type mixte « convection naturelle et forcée ».
- L'écoulement est considéré bidimensionnel.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- La dissipation de la chaleur par effet de viscosité est négligeable.
- Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence.

Equations régissant l'écoulement:



$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$u_{\text{pois}} = 4 \times u_{\text{max}} \frac{z}{H^2} (H - z)$$



$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Re}^2 \text{Pr}} T$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right)$$

Le nombre de Reynolds:

$$\text{Re} = U_{\text{ref}} H / \nu,$$

Le nombre de Rayleigh:

$$\text{Ra} = g \beta (T_h - T_c) H / \nu \kappa,$$

Le nombre de Prandtl :

$$\text{Pr} = \nu / \kappa.$$



Le nombre de Nusselt local est calculé par l'expression suivante:

The local Nusselt number
$$Nu = \left| \frac{\partial T}{\partial n} \right|$$

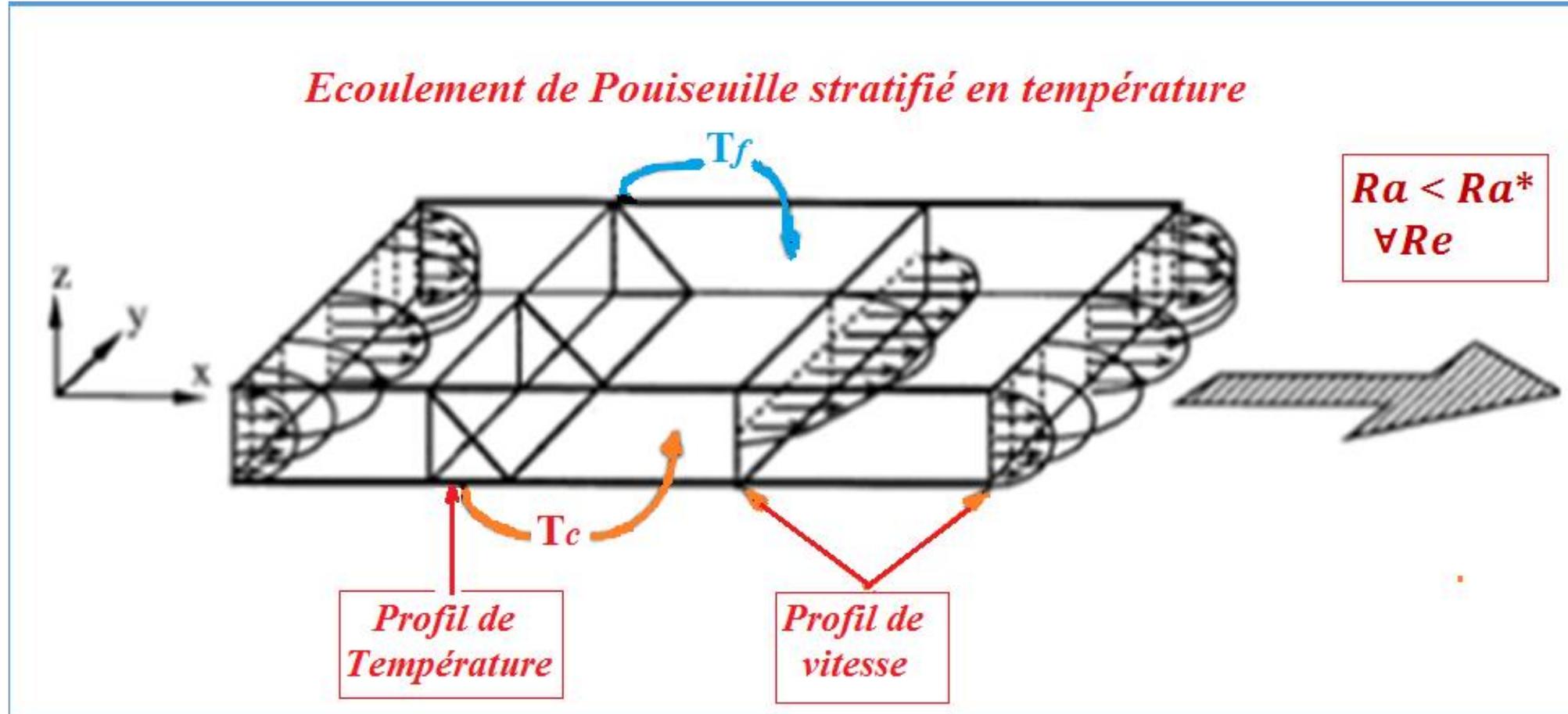
Le nombre de Nusselt moyen dans l'espace est déterminé par l'intégration de l'expression du nombre de Nusselt local comme suit:

The space average Nusselt number
$$\overline{Nu} = \frac{1}{L/H} \int_0^{L/H} Nu \, dx$$

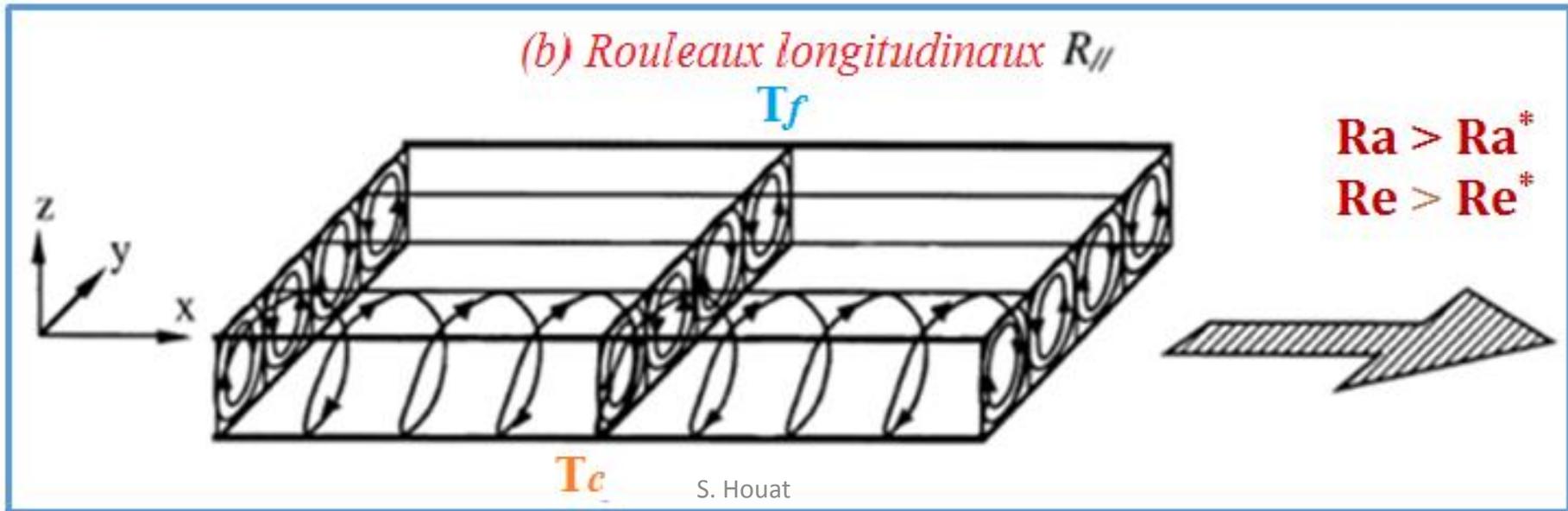
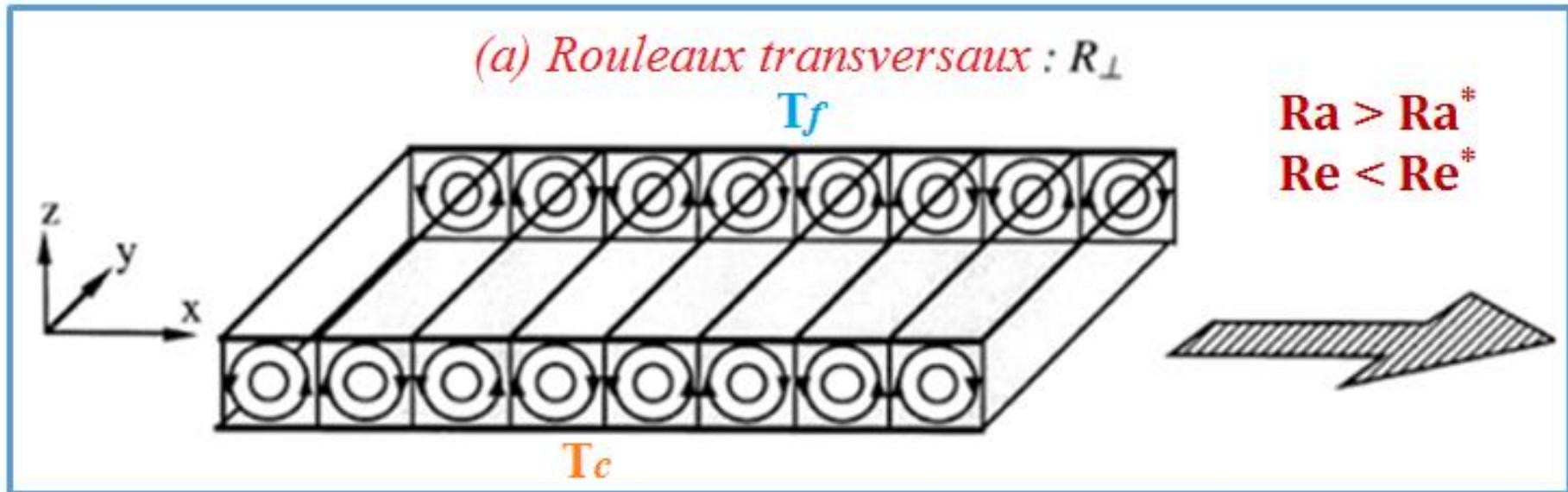
Le nombre de Nusselt moyen dans le temps et l'espace est déterminé par:

(The space and time average Nusselt number)
$$\langle \overline{Nu} \rangle = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \overline{Nu} \, dt$$

- **Ecoulement de poiseuille purement conducteur :**
 $(Ra < Ra_c, \forall Re)$

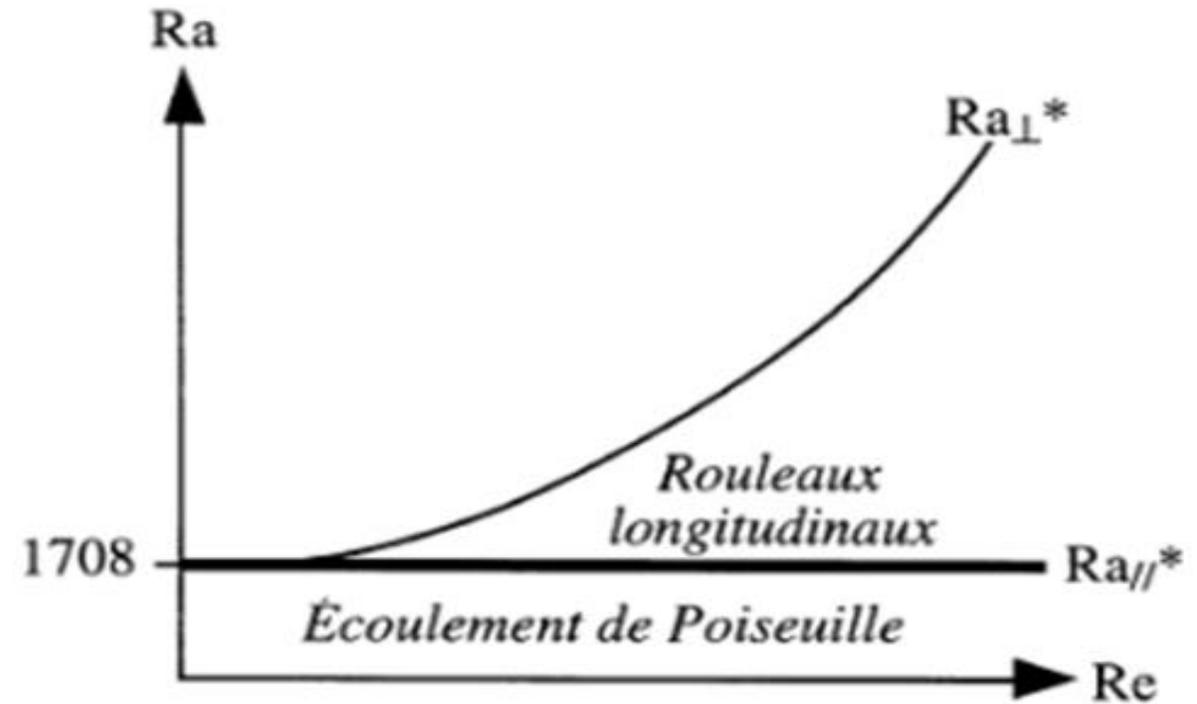
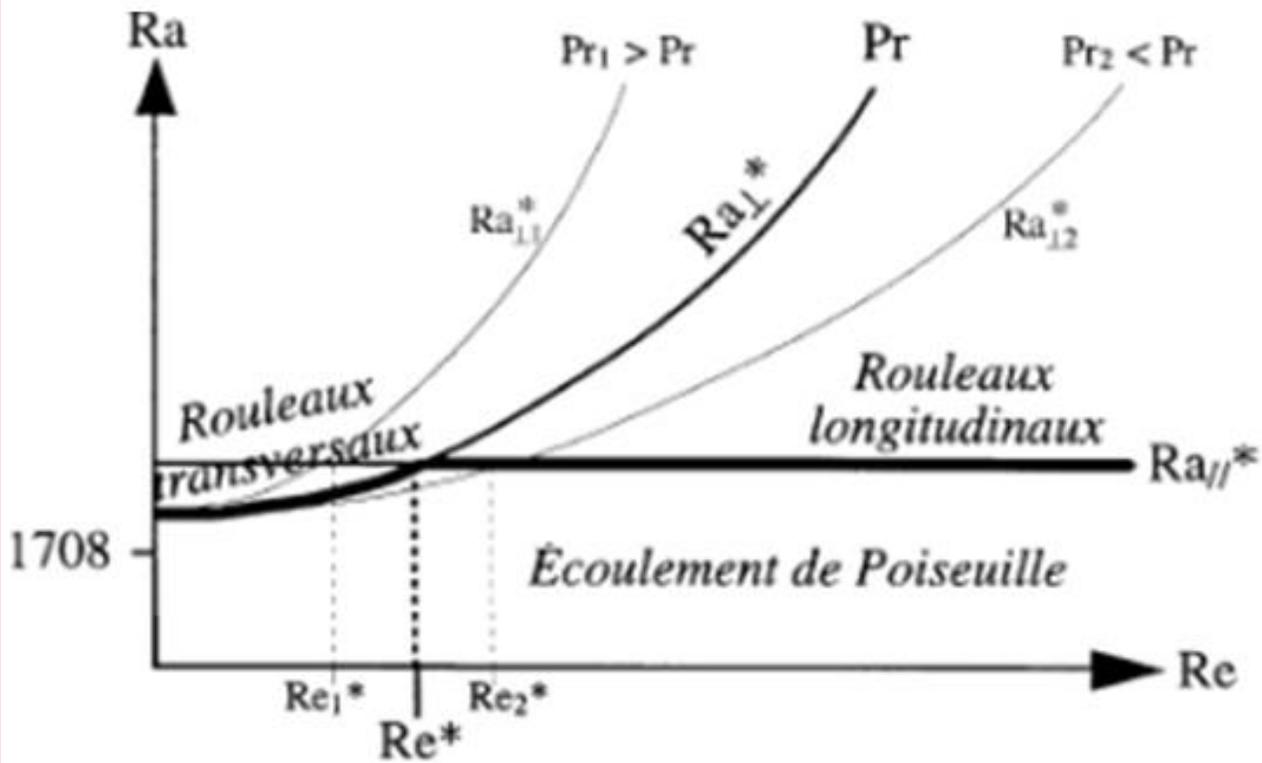


- Ecoulement avec ($Ra > Ra^*$) :



a- Cas d'écoulement dans une géométrie à allongement fini

b- Cas d'écoulement dans une géométrie à allongement infini



But du travail :



- La reproduction et l'analyse numérique du phénomène physique de convection mixte pour la configuration géométrique considérée
- Modélisation et simulation par la méthode de Boltzmann sur réseau thermique à double population à simple et à temps de relaxation multiples (SRT et MRT respectivement),
- Elaboration des codes de calcul basé sur TLBM-SRT et TLBM-MRT, et validation des résultats obtenus avec ceux de la littérature.
- Etude et analyse thermique et dynamique des paramètres physiques tels que : le nombre de Prandtl, le rapport d'allongement par la méthode SRT, ainsi que la confrontation des résultats obtenus de l'étude de l'influence du nombre de Reynolds et celui du Rayleigh sur l'écoulement par les deux modèles SRT et MRT.

Equation de Boltzmann



$$f = f(\vec{r}, \vec{e}, t) \equiv \text{Probabilité de la fonction de distribution de la densité de particule (PPDF)}$$

\vec{e} : Vitesse de particule
 \vec{r} : Vecteur de position

$$\frac{df}{dt} + \vec{e} \cdot \nabla_r f + \vec{a} \cdot \nabla_e f = (\partial f)_{coll}$$

\vec{a} : force
 $(\partial f)_{coll}$: collision



Ludwig Boltzmann
(1844-1906)
"Father"
of Statistical Mechanics

Fonction de distribution de **Maxwell-Boltzmann** au lieu de **Fermi-Dirac**.

La méthode de Boltzmann sur Réseau Thermique à double population (TLBM- **SRT**)



L'approche de la méthode de Boltzmann sur réseau thermique (TLBM) avec l'approximation de (**BGK**) ou **SRT**, consiste à exprimer **les champs de vitesse** et **celui de la température** par **deux équations de distributions**.

Après discrétisation de l'équation de Boltzmann

$$f_i(x_i + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x_i, t) - \frac{f_i(x_i, t) - f_i^{eq}(x_i, t)}{\tau_v} + \Delta t \cdot F_i$$

$$g_i(x_i + e_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(x_i, t) - \frac{g_i(x_i, t) - g_i^{eq}(x_i, t)}{\tau_T}$$

$$F = \frac{\vec{G} \cdot (\vec{e} - \vec{u})}{RT} f^{eq}$$

$$\vec{G} = \beta g_0 (T - T_0) \vec{k}$$

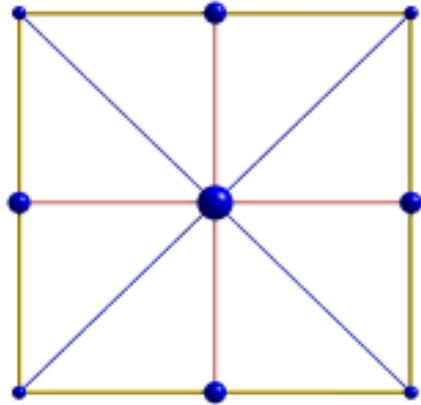
La fonction de distribution à l'équilibre :

$$f_i^{eq} = f_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w_i \rho \left[1 + \frac{(\mathbf{c}_i \mathbf{u})}{c^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \mathbf{u})^2}{2 c^4} - \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})}{2 c^2} \right]$$

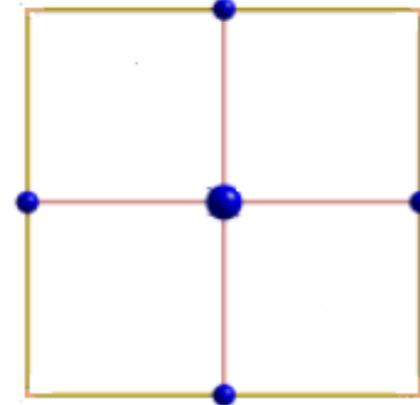
La fonction de distribution à l'équilibre :

$$g_i^{eq} = g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = w'_i T \left[1 + \frac{(\mathbf{e}_i \mathbf{u})}{c^2} \right]$$

Modèle à double populations de LBM-BGK (D2Q9-D2Q5)



**MODELE A DEUX DIMENSIONS
ET NEUF VITESSES (D2Q9).**



**MODELE A DEUX DIMENSIONS
ET CINQ VITESSES (D2Q5).**

$$C_i = \begin{cases} (0,0) & i=1 \\ c(-\cos \frac{i\pi}{2}, -\sin \frac{i\pi}{2}) & i=2,3,4,5 \\ \sqrt{2}c(-\cos \frac{(2i+1)\pi}{4}, -\sin \frac{(2i+1)\pi}{4}) & i=6,7,8,9 \end{cases}$$

$$e_i = \begin{cases} (0,0) & i=1 \\ c(-\cos \frac{i\pi}{2}, -\sin \frac{i\pi}{2}) & i=2,3,4,5 \end{cases}$$

Champs dynamique et thermique LBM-BGK (D2Q9-D2Q5)



$\mathbf{c} = \Delta \mathbf{x} / \Delta t$, Δx et Δt le paramètre de pas du réseau et le pas du temps, respectivement.

$c_s = c\sqrt{3}$ La vitesse du son dans ce modèle

La masse volumique

$$\rho = \sum_{i=1}^9 f_i$$

Quantité de Mvt

$$\rho \cdot \vec{u} = \sum_{i=1}^9 \vec{c}_i f_i$$

Température

$$T = \sum_{i=1}^5 g_i$$

La viscosité:

$$\nu = \frac{(\tau_v - 0.5)c^2 \Delta t}{3}$$

La diffusivité

$$\kappa = \frac{(\tau_T - 0.5)c^2 \Delta t}{3}$$



Collision et propagation

Etape de collision:

$$f_i^t(\vec{x}, t + \Delta t) = f_i(\vec{x}, t) + \frac{f_i^{eq}(\vec{x}, t) - f_i(\vec{x}, t)}{\tau_v} + \Delta t \cdot F_i$$

$$g_i^t(\vec{x}, t + \Delta t) = g_i(\vec{x}, t) + \frac{g_i^{eq}(\vec{x}, t) - g_i(\vec{x}, t)}{\tau_T}$$

Etape de propagation:

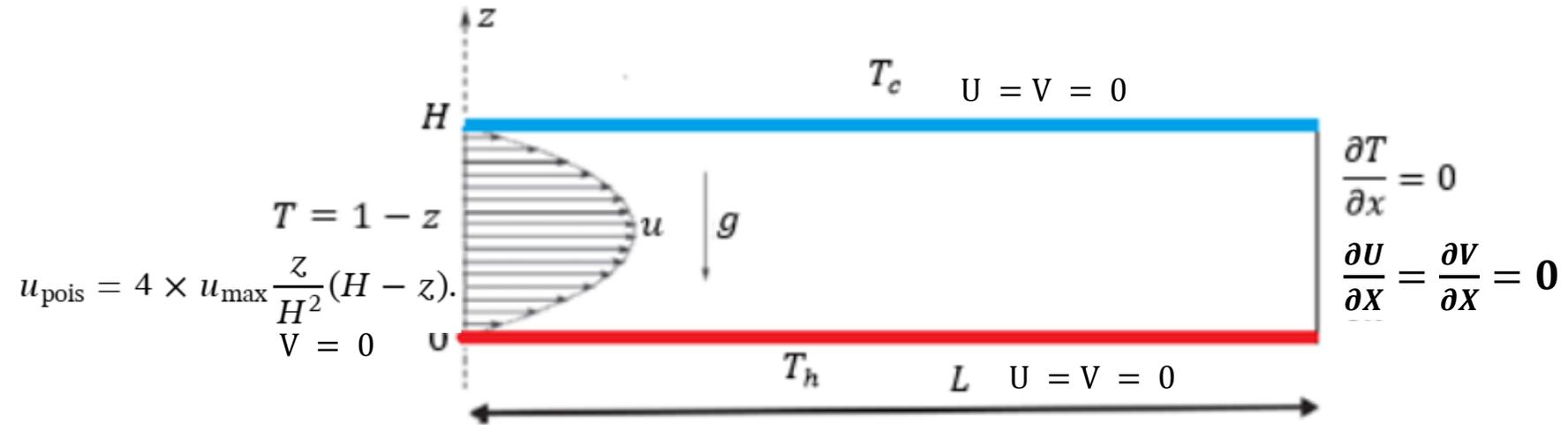
$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i^t(\vec{x}, t + \Delta t)$$

$$g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i^t(\vec{x}, t + \Delta t)$$



Validation TLBM-BGK (Double population SRT)

1. Description du phénomène étudié:



Conditions aux limites :

À $0 \leq X \leq L$; $Z = 0$ $U = V = 0,$ $T = 1$

À $0 \leq X \leq L$; $Z = 1$ $U = V = 0,$ $T = 0$

À $X = 0$; $0 \leq Z \leq 1$ $U = U_{\text{Poi}} = 4(Z - Z^2), v = 0,$ $T = 1 - y$

À $X = L$; $0 \leq Z \leq 1$ $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0$ ou $P = p'$ $\frac{\partial T}{\partial X} = 0$

4.2 Conditions aux limites à l'entrée et la sortie du canal :



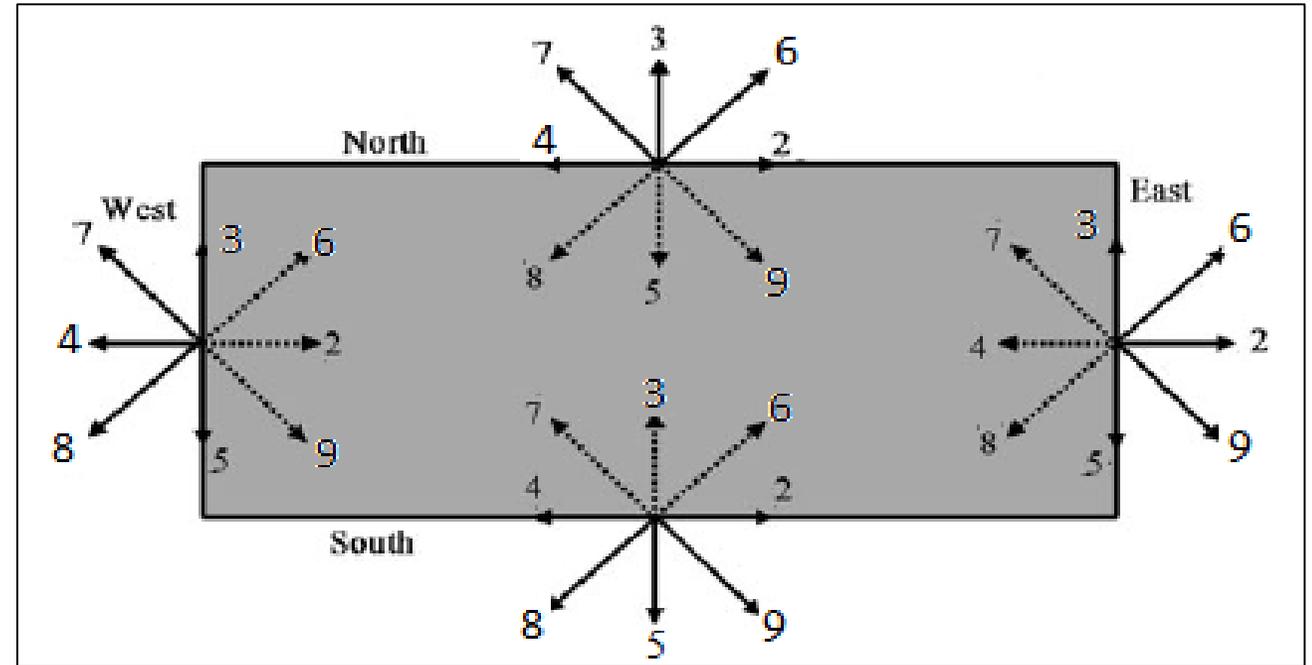
Frontière Ouest : (Zou and He):

$$f_2 = f_4 + \frac{2}{3}\rho_w u_w$$

$$\rho_w = \frac{1}{1 - u_w} [f_1 + f_3 + f_5 + 2(f_4 + f_7 + f_8)]$$

$$f_6 = f_8 - \frac{1}{2}(f_3 - f_5) + \frac{1}{6}\rho_w u_w + \frac{1}{2}\rho_w v_w$$

$$f_9 = f_7 + \frac{1}{2}(f_3 - f_5) + \frac{1}{6}\rho_w u_w - \frac{1}{2}\rho_w v_w$$



Frontière Est :

$$f_i(nx, j) = f_i(nx - 1, j)$$

Pour $i = 4, 7, 8$

$$f_4 = f_2 - \frac{2}{3}u_E$$

ou

$$f_8 = f_6 + \frac{1}{2}(f_3 - f_5) - \frac{1}{6}u_E - \frac{1}{2}v_E$$

$$f_7 = f_9 - \frac{1}{2}(f_3 - f_5) + \frac{1}{6}u_E - \frac{1}{2}v_E$$

4.2 Conditions aux limites sur les parois :



Paroi du haut

$$f_8(i, ny) = f_6(i, ny)$$

$$f_5(i, ny) = f_3(i, ny)$$

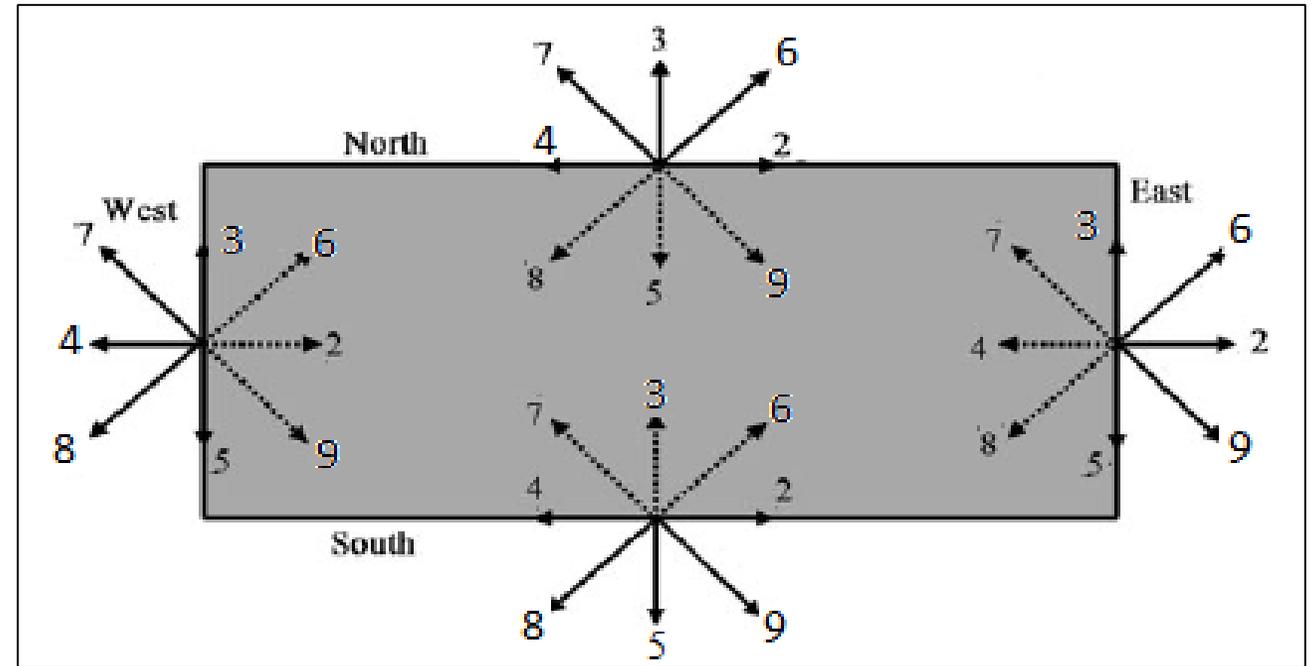
$$f_9(i, ny) = f_7(i, ny)$$

Paroi du bas

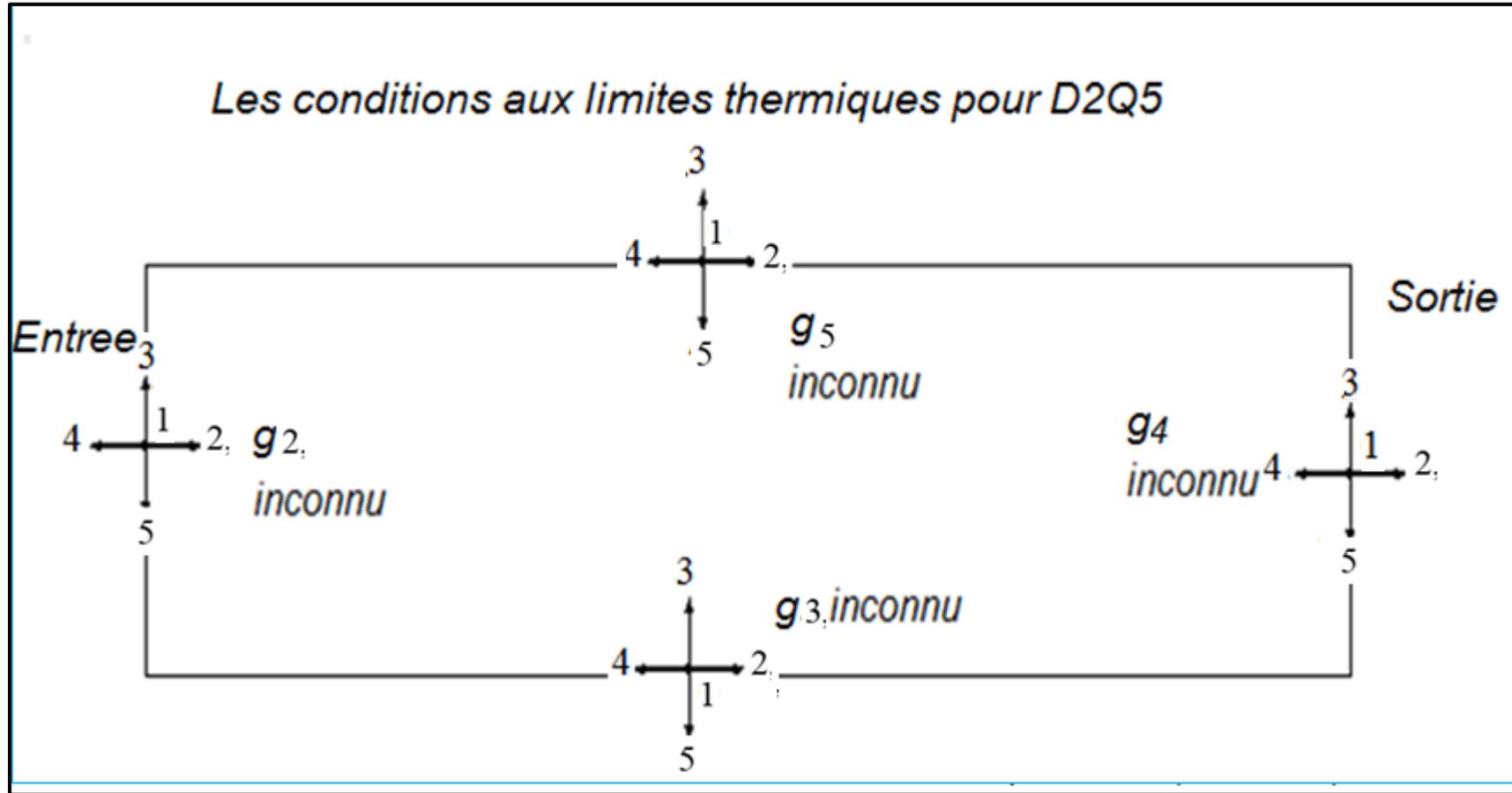
$$f_3(i, 1) = f_5(i, 1)$$

$$f_6(i, 1) = f_8(i, 1)$$

$$f_7(i, 1) = f_9(i, 1)$$



4.3 Conditions aux limites thermiques (de type Dirichlet) **SRT**:



L'entrée

$$T = 1 - Z$$

$$g_2 = T - (g_1 + g_3 + g_4 + g_5)$$

Paroi du haut (température Tf) :

$$g_5 = T_f - (g_1 + g_2 + g_3 + g_4)$$

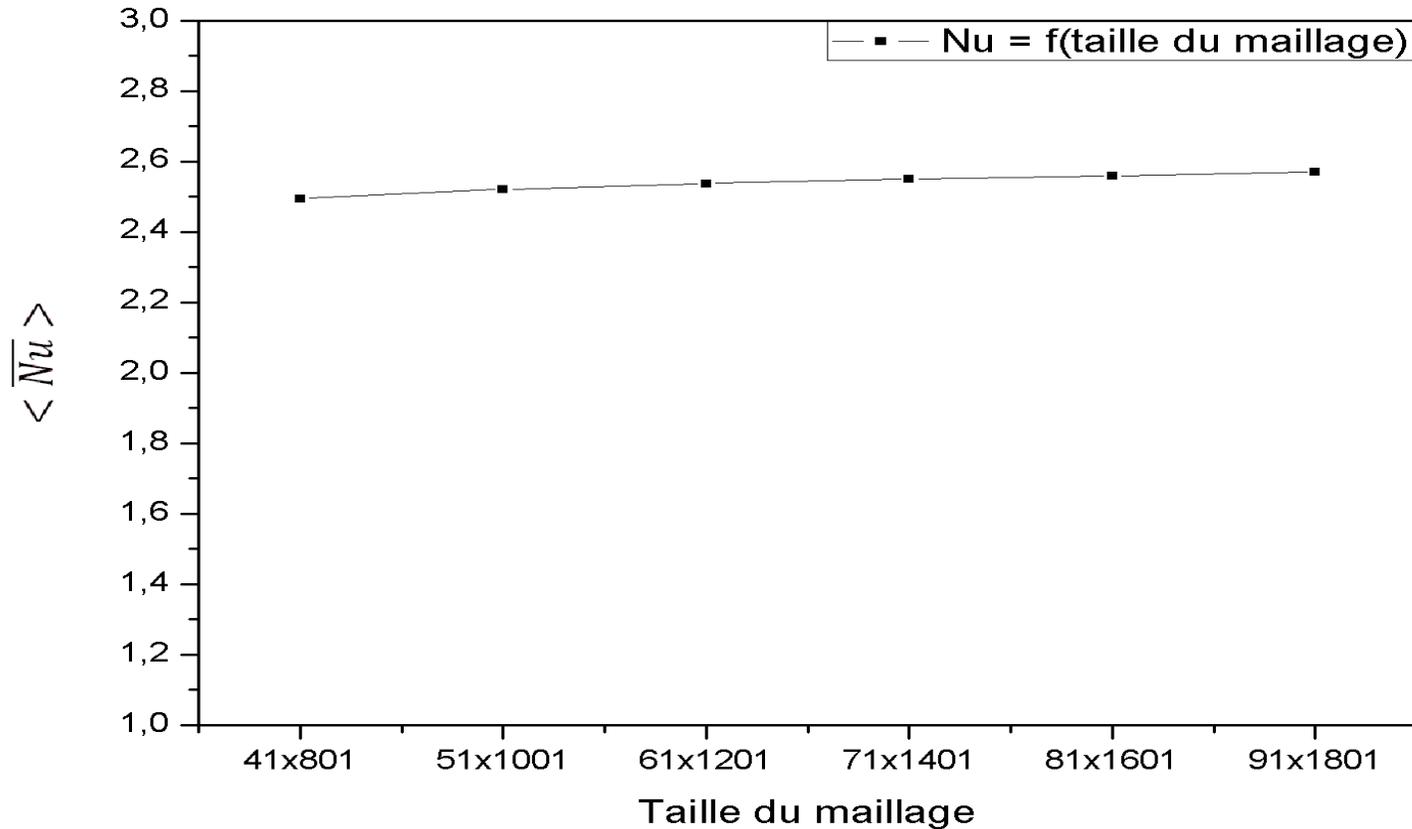
Paroi du bas (température Tc) :

$$g_3 = T_c - (g_1 + g_2 + g_4 + g_5)$$

La Sortie

$$g_4(N, j) = g_4(N - 1, j)$$

2. Première validation du code de calcul :



Nombre de Nusselt moyen $\langle \overline{Nu} \rangle$ pour: $Re = 10$, $Pe = 20/3$ and $Ra = 10^4$

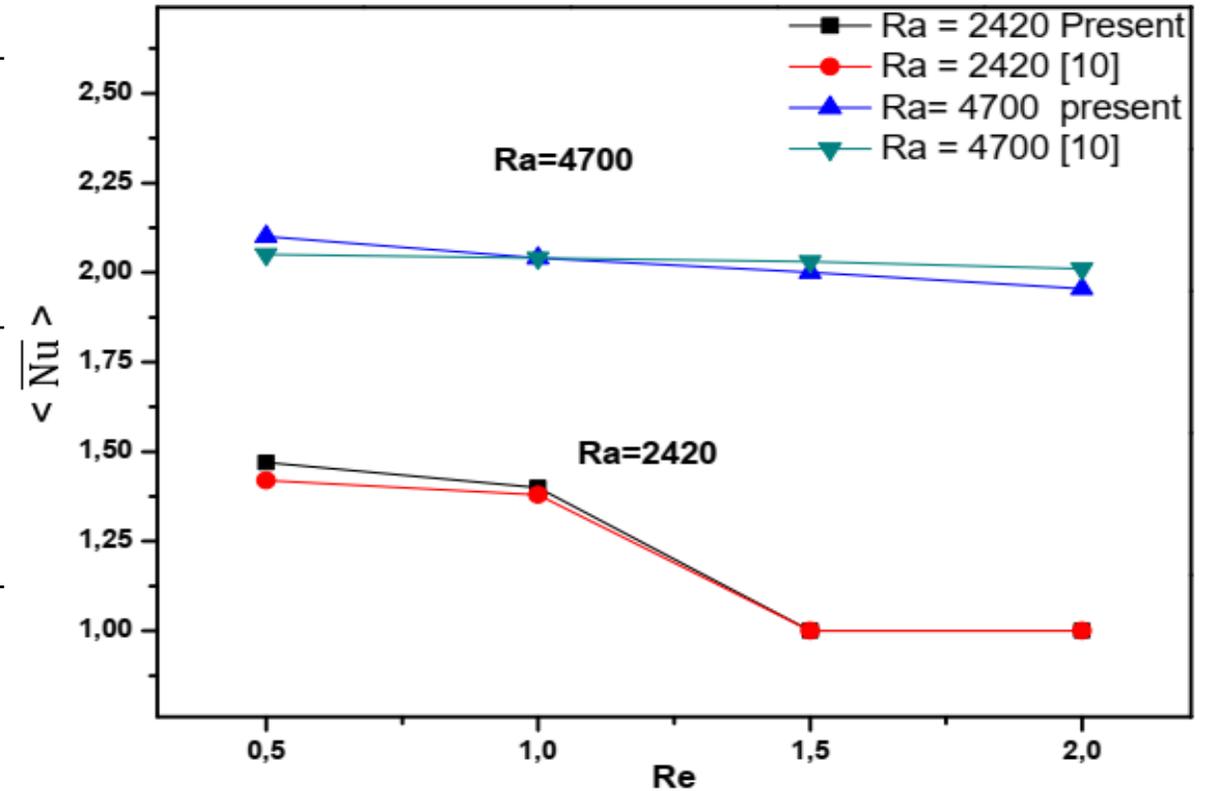
Reference	Présent	Evans et al (1990)	Comini et al (1997)	Abassi et al (2001)	NourollahiM. (2010)
$\langle \overline{Nu} \rangle$	2.550	2.558	2.574	2.536	2.487



2. Deuxième validation du code de calcul :

Comparaison des résultats du code de calcul avec ceux de **Nicolas et al (1997) (MVF)**

Nombre de Reynolds	Nombre de Rayleigh	Méthode numérique	$\langle \overline{Nu} \rangle$	Erreur
Re = 0.5	Ra = 2420	FVM	1.42	
		LBM	1.47	3.52 %
	Ra = 4700	FVM	2.05	
		LBM	2.1	2.43%
Re = 1	Ra = 2420	FVM	1.38	
		LBM	1.4	1.42%
	Ra = 4700	FVM	2.04	
		LBM	2.04	0.0%
Re = 1.5	Ra = 2420	FVM	1	
		LBM	1	0.0%
	Ra = 4700	FVM	2.03	
		LBM	2.00	1.47%
Re = 2	Ra = 2420	FVM	1	
		LBM	1	0.0%
	Ra = 4700	FVM	2.01	
		LBM	1.955	2.73%





2. Troisième validation du code de calcul :

Comparaison des résultats du code de calcul avec ceux de **Evans et al (1989)** en MDF

Pour **Re = 0.1, B = 20 et Pr = 0.667**

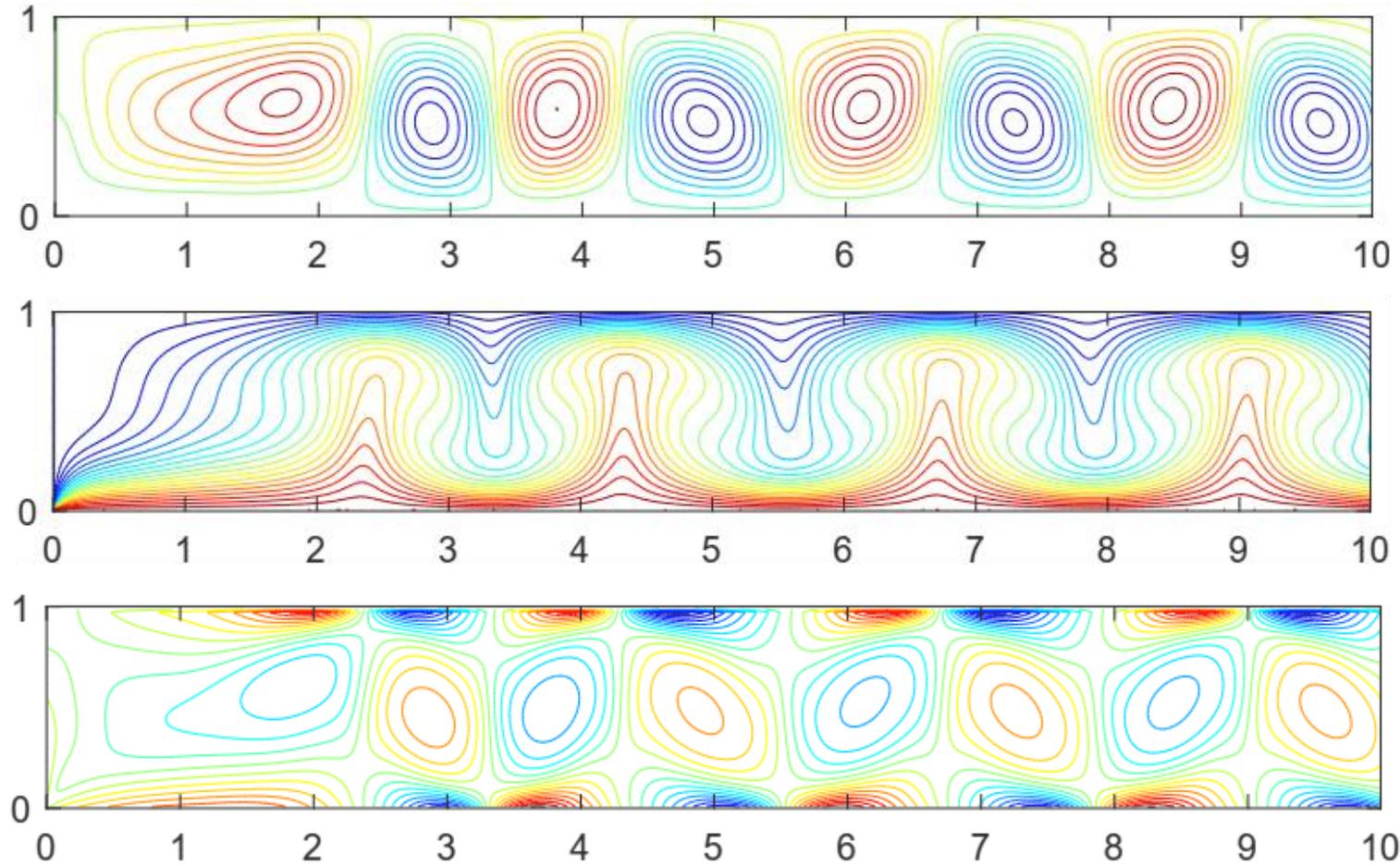
Nombre de Rayleigh Ra=Gr*Pr	Méthode numérique	\overline{Nu}_b	erreur	\overline{Nu}_t	erreur
Ra = 5000*0.667	FDM	1.65		1.7	
	LBM	1.68	1.81%	1.706	0.35%
Ra = 10000*0.667	FDM	2.2		2.3	
	LBM	2.23	1.36%	2.27	1.30%



Résultats et discussion

(Double population SRT)

3. Simulation du phénomène en utilisant la méthode de Boltzmann à simple temps de relaxation (SRT) ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$)

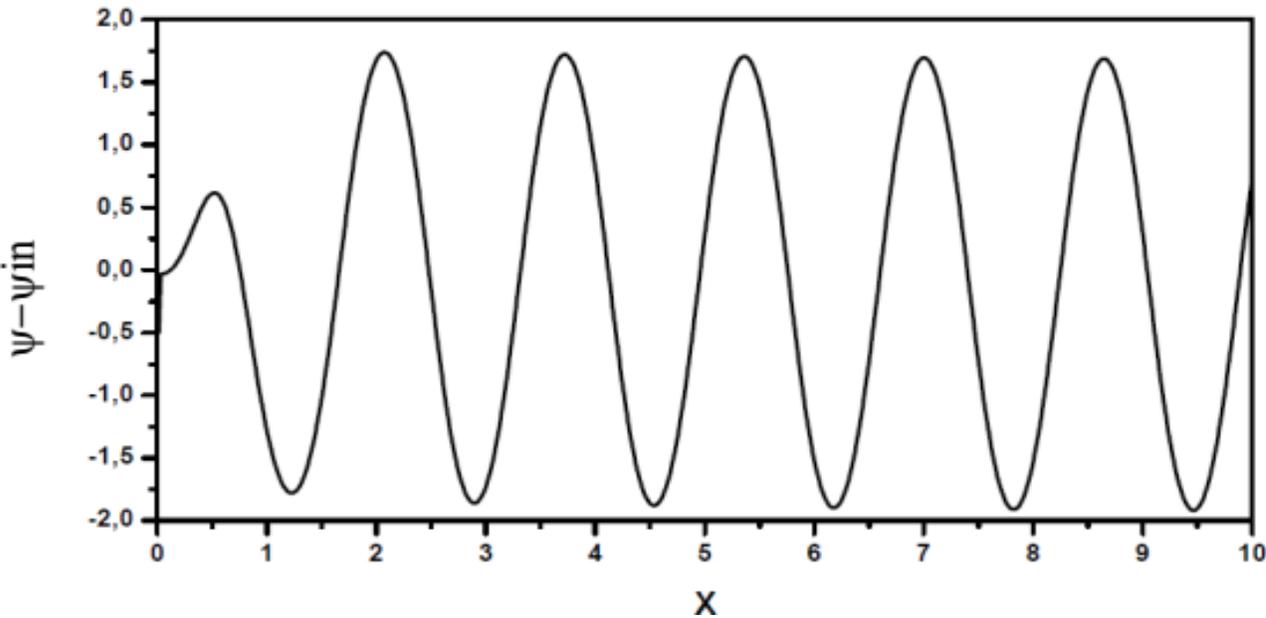


Lignes de courant

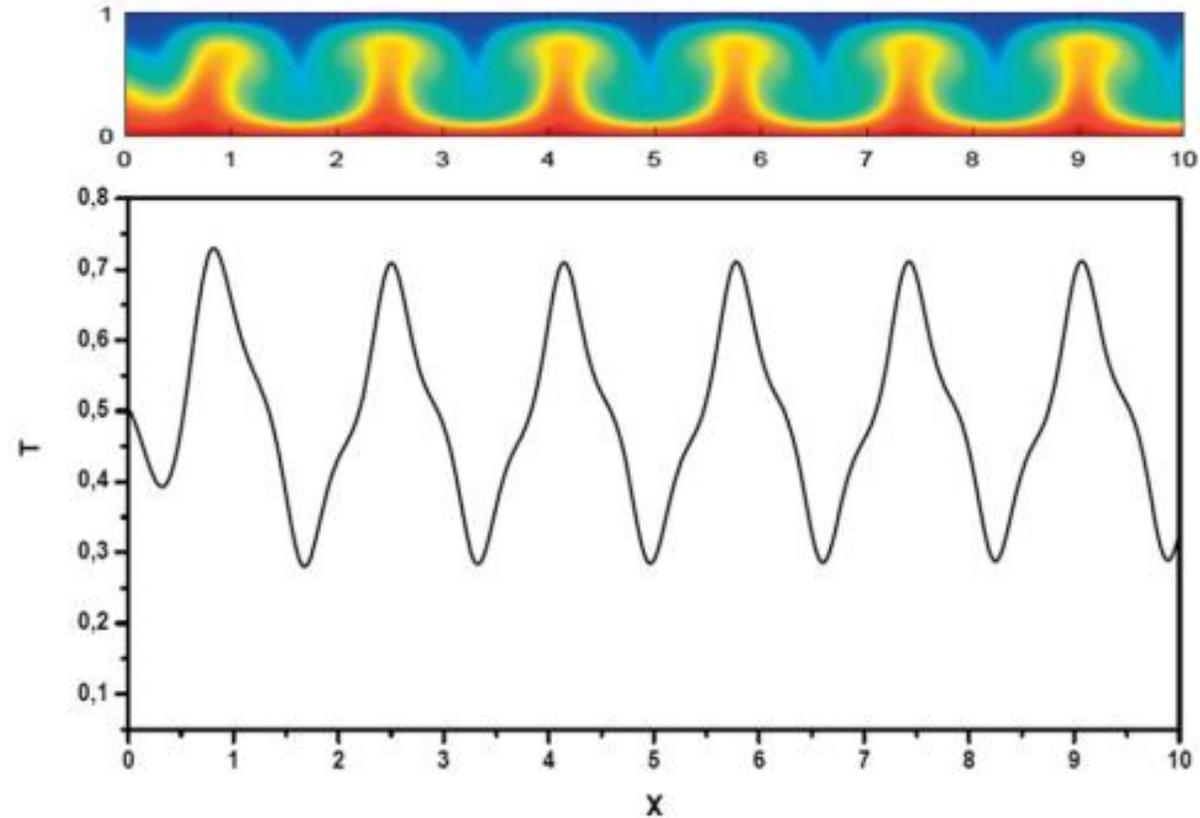
Champ thermique

Vorticité

3. Simulation du phénomène en utilisant la méthode de Boltzmann à simple temps de relaxation (SRT) ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$)



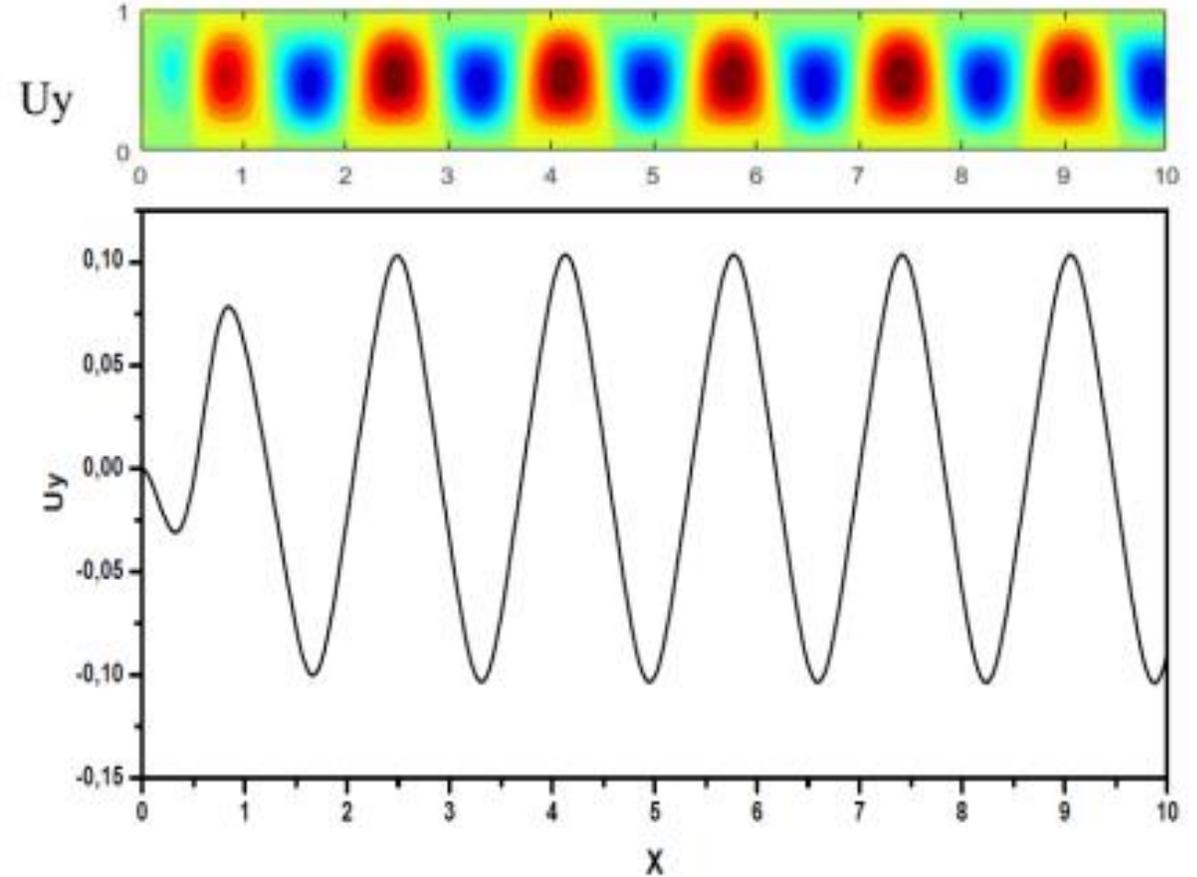
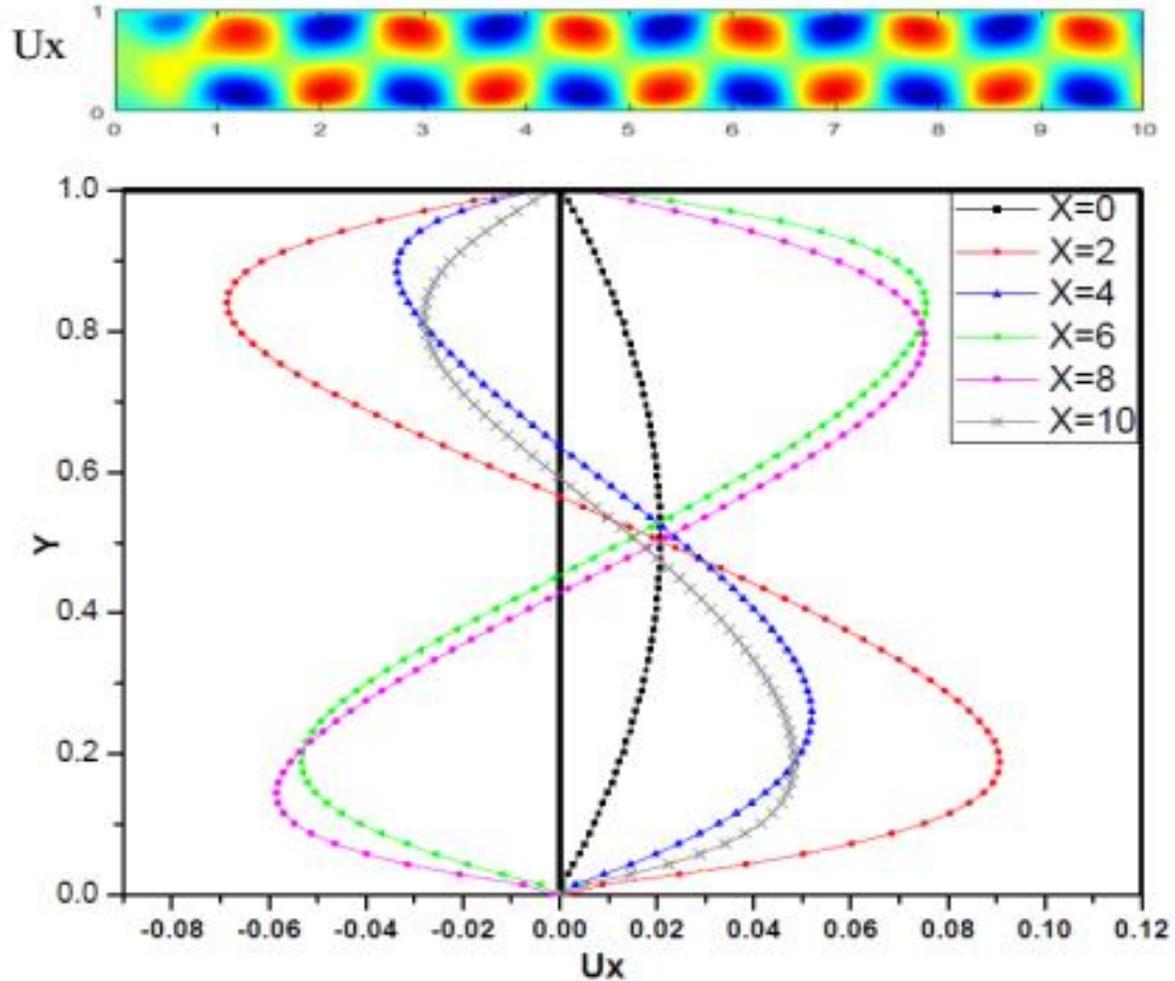
Oscillation de la particule fluide sur le plan médian du canal



Profil de température le long du canal
avec le contour correspondant

Les résultats sont présentés pour un temps qui représente l'instant où la température est minimale à la position $X=5$ et $Y=1/2$

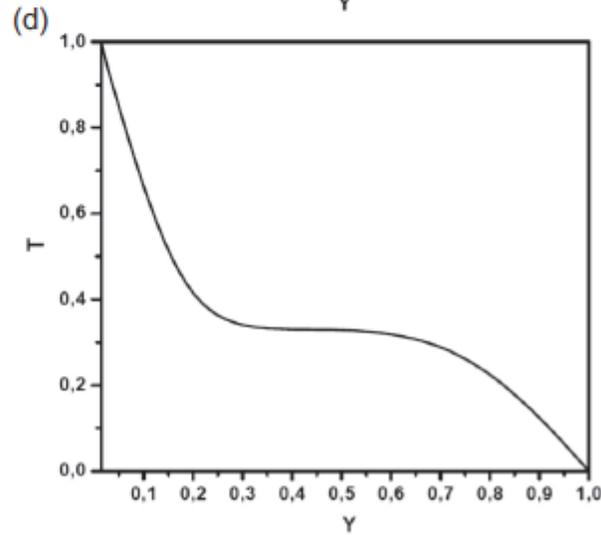
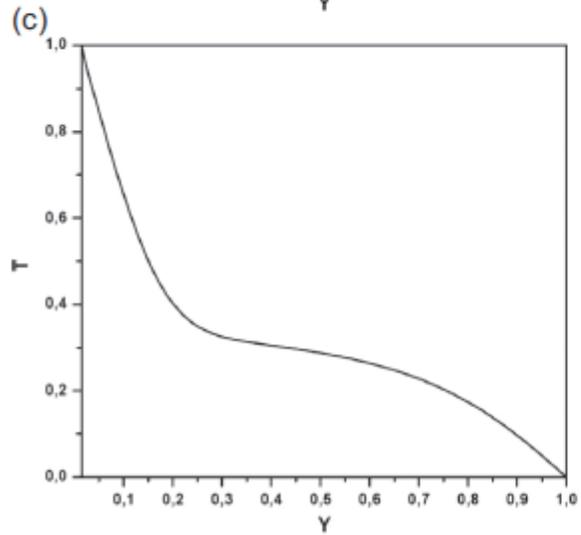
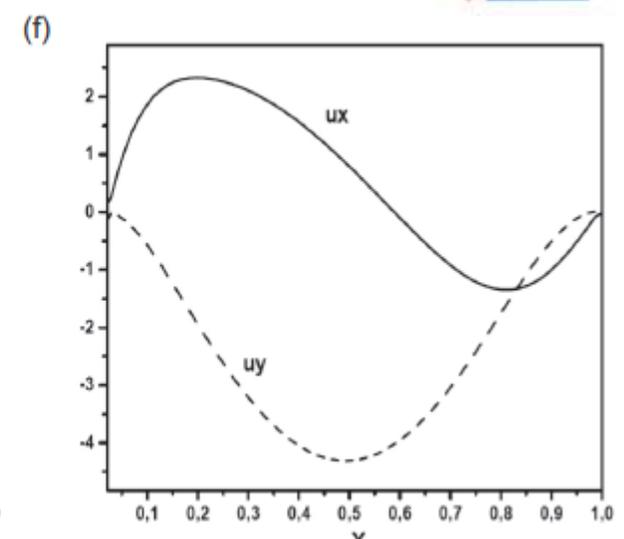
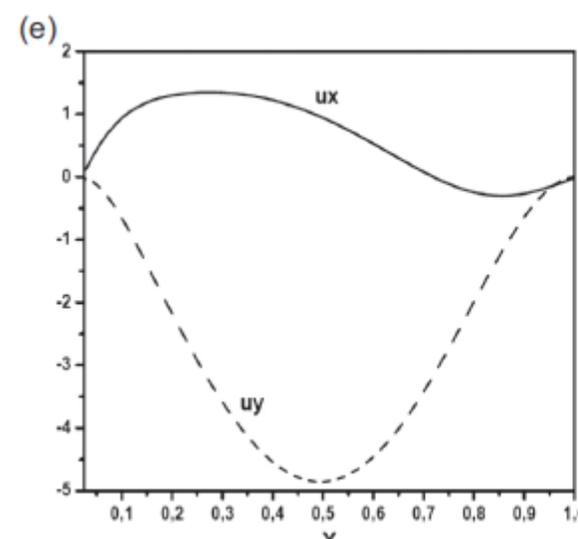
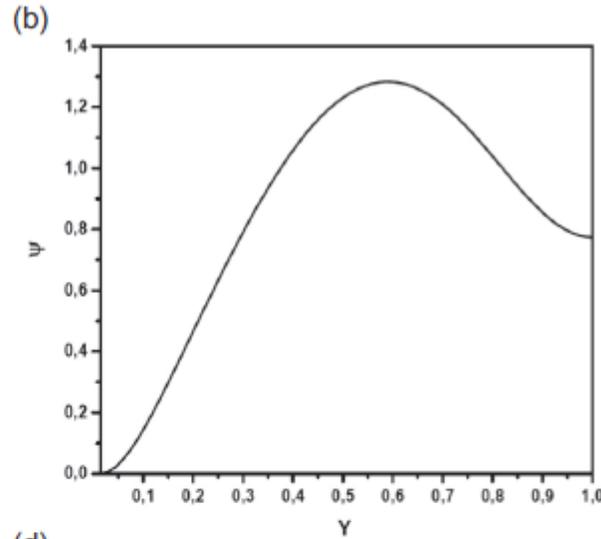
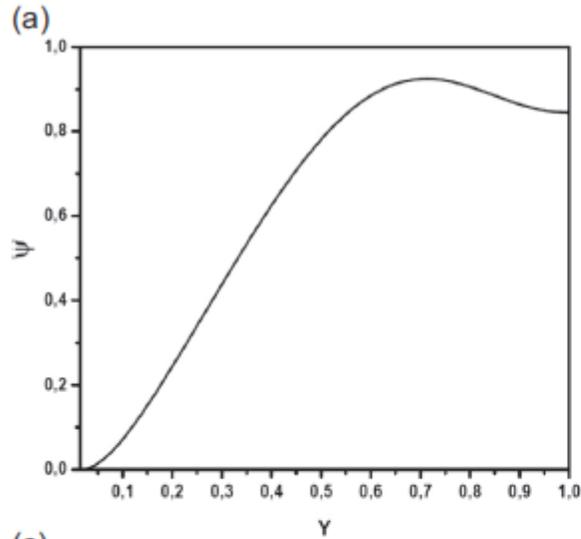
3. Simulation du phénomène en utilisant la méthode de Boltzmann à simple temps de relaxation (SRT) ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$) :



Profil de vitesse (U_y) le long du canal avec le contour correspondant

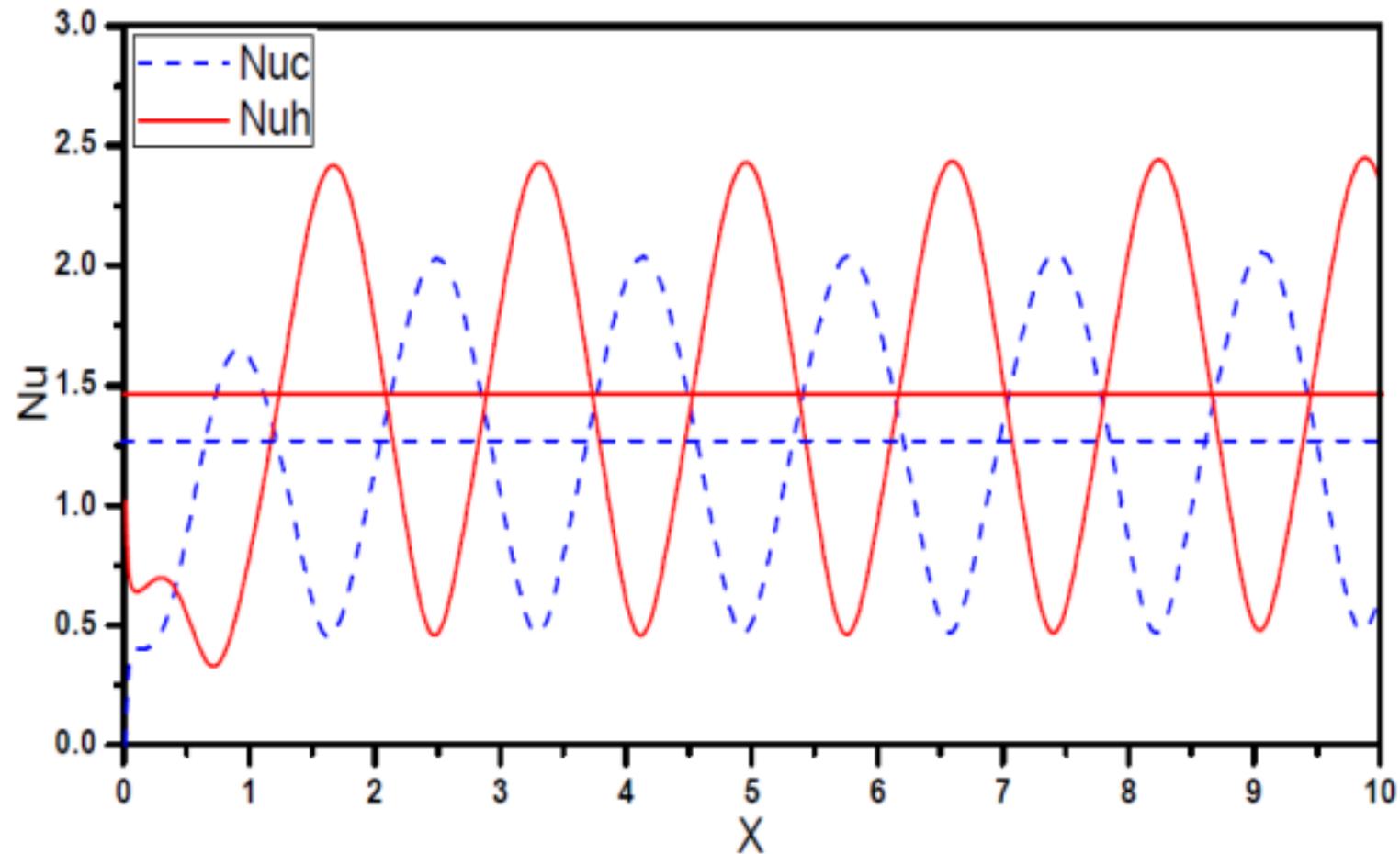
Profil de vitesse adimensionnelle U_x à $X = 0, 2, 4, 6, 8$ et 10
accompagné des contours correspondants

3. Simulation du phénomène en utilisant la méthode de Boltzmann à simple temps de relaxation (SRT) ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$) :



Distributions à $X = 5$ (a, c, e) et à $X = 10$ (b, d, f)
des profils de **ligne de courant**, des **températures**
et des **profils de vitesse (Ux et Uy)** respectivement.

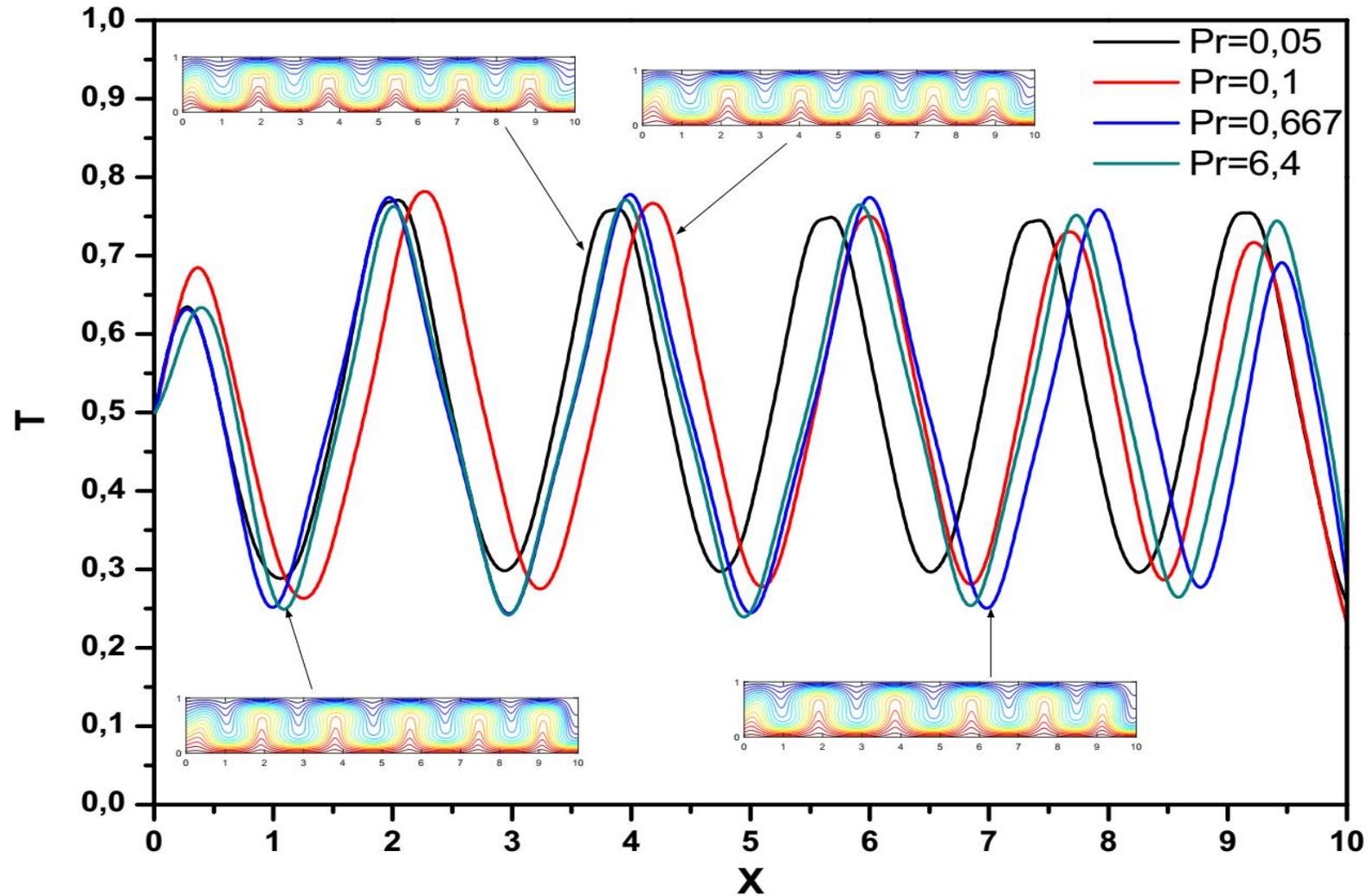
3. Simulation du phénomène en utilisant la méthode de Boltzmann à simple temps de relaxation (SRT) ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$) :



Nombres de Nusselt locaux Nu_h et Nu_c respectivement le long de la paroi du haut (froide) et du bas (chaude)

4. Etude paramétrique :

4.1 L'effet du nombre de Prandtl (Thermique)

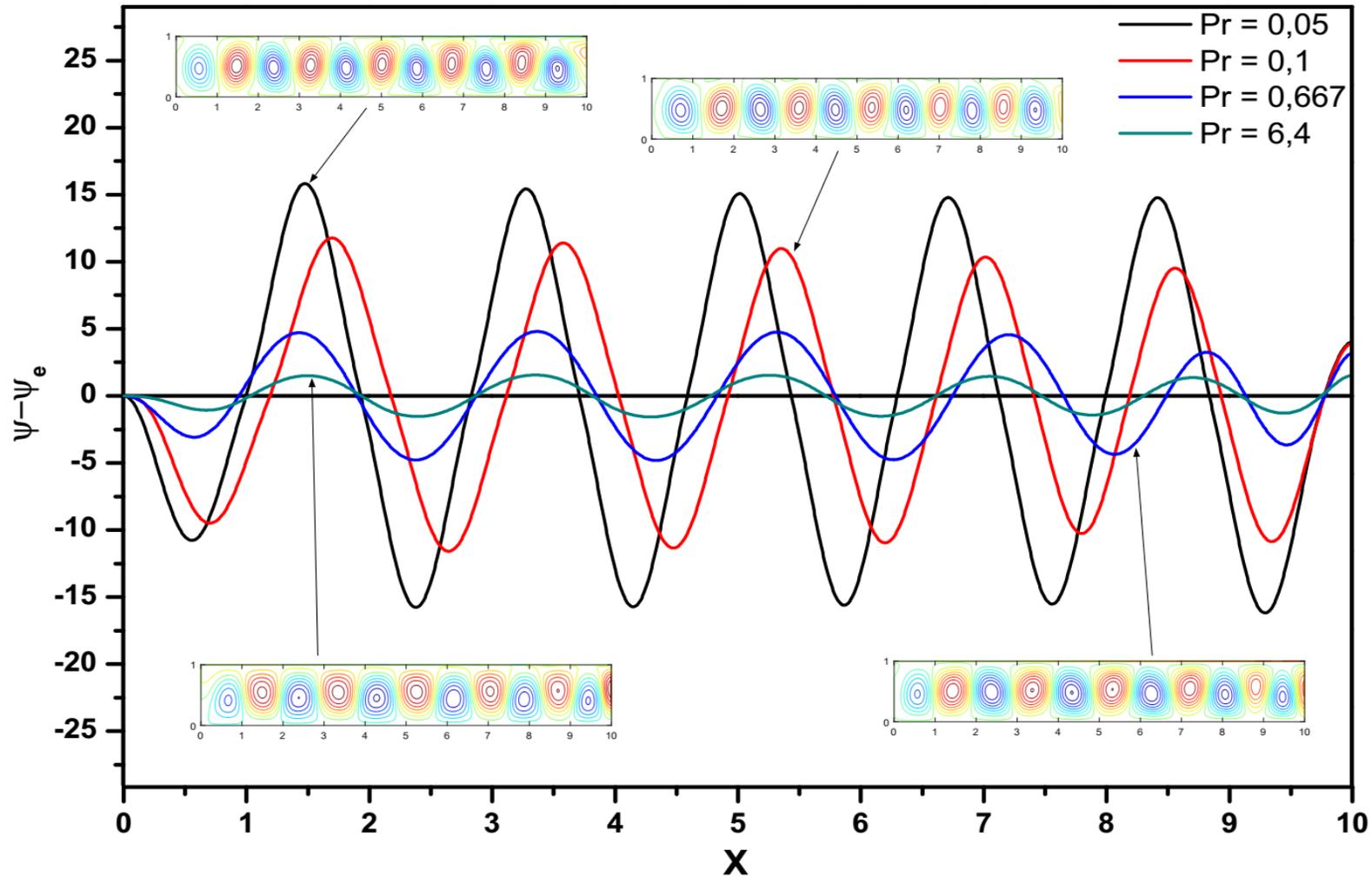


Profil de température adimensionnel le long du canal à mi-hauteur et les contours de températures correspondants pour $Pr = 0.05$, 0.1 , 0.667 et $Pr = 6.4$ ($Ra = 4700$ et $Re = 1$)

4 Etude paramétrique:



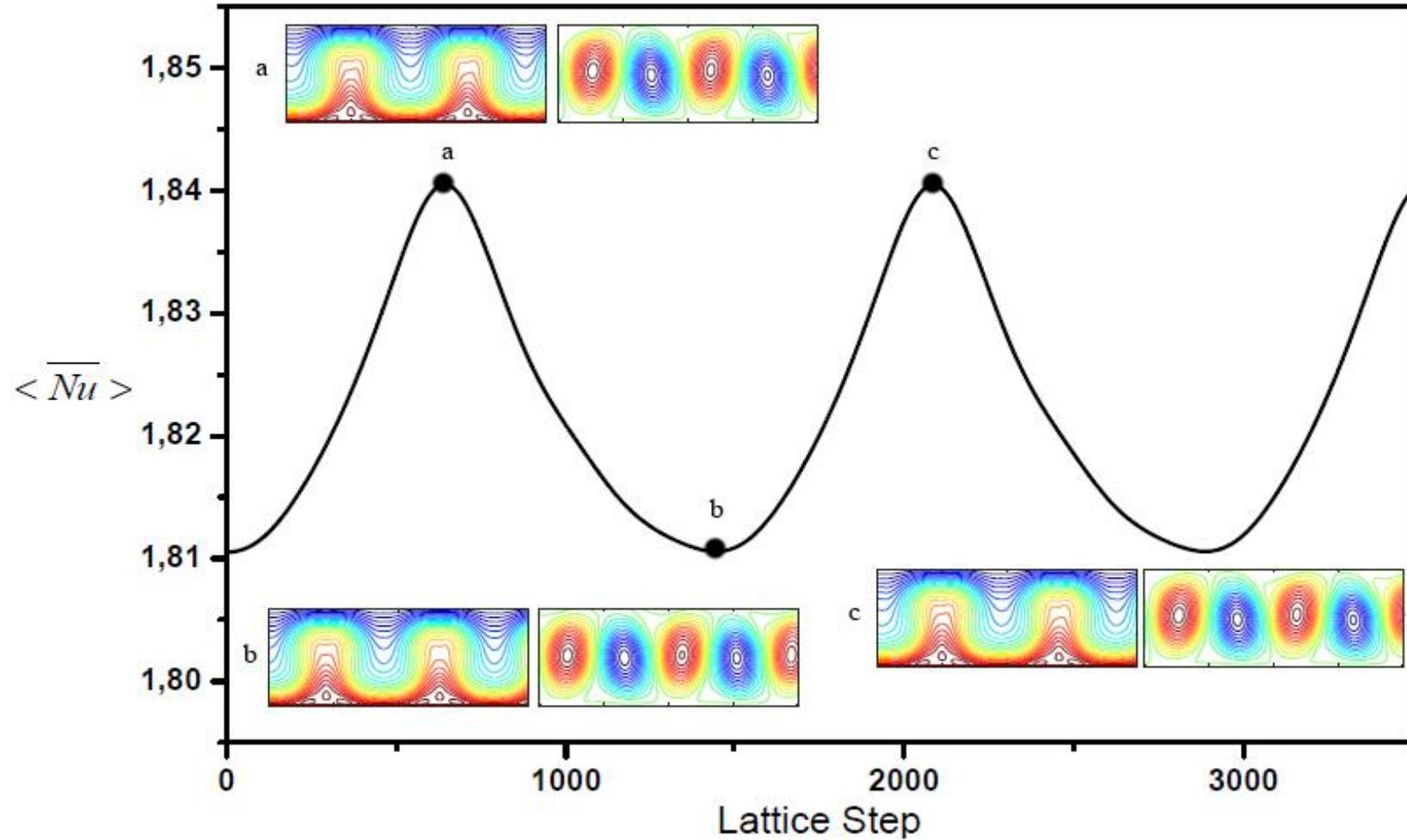
4.1 L'effet du nombre de Prandtl (Dynamique)



Oscillation des particules le long du canal à mi-hauteur et les lignes de courants correspondants pour $Pr = 0.05, 0.1, 0.667$ et $Pr = 6.4$ ($Ra = 4700$ et $Re = 1$)

4 Etude paramétrique:

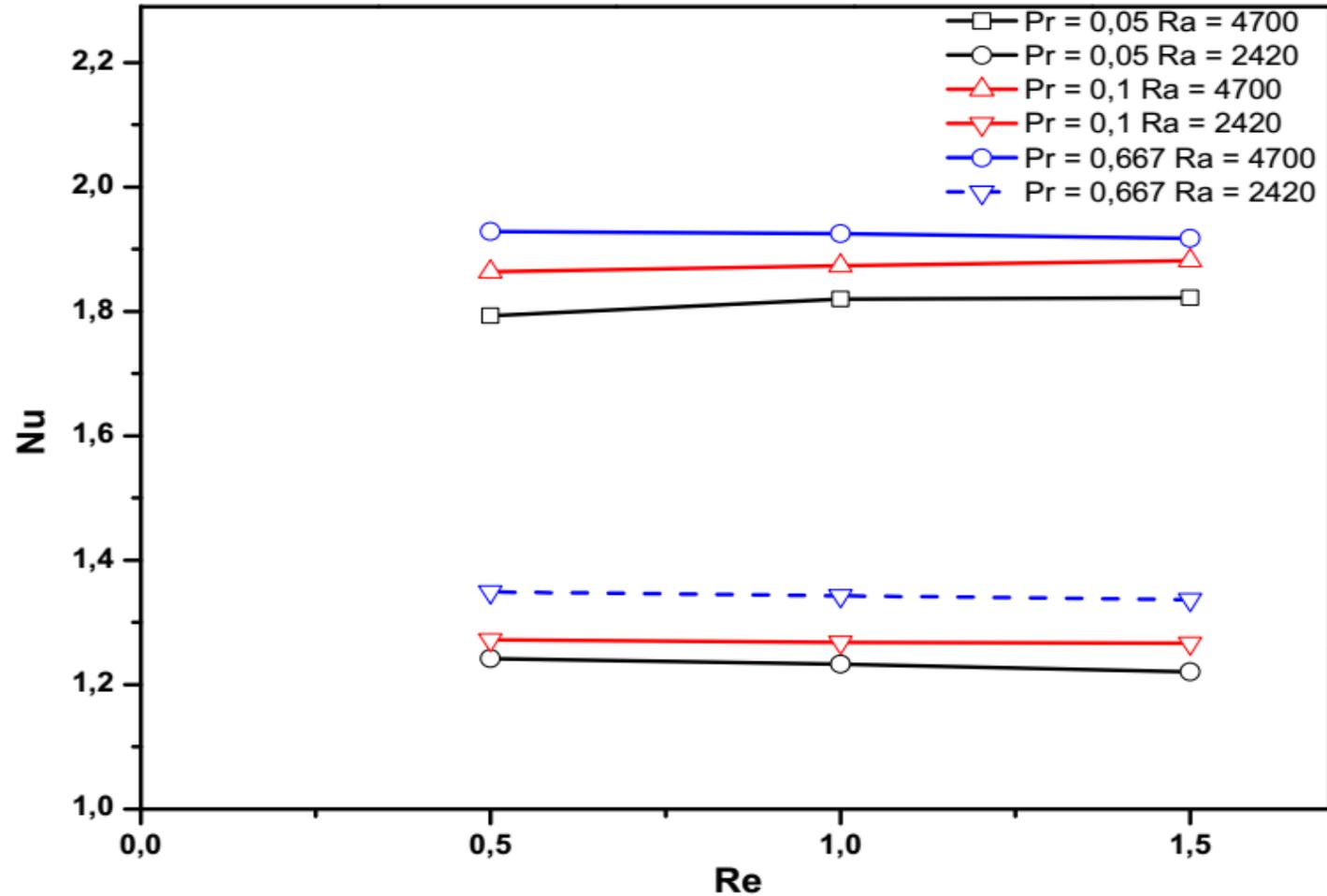
4.1 L'effet du nombre de Prandtl



Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps pour $Pr = 0.05$,
 $Re = 1.5$ and $Ra = 4700$

4. Etude paramétrique :

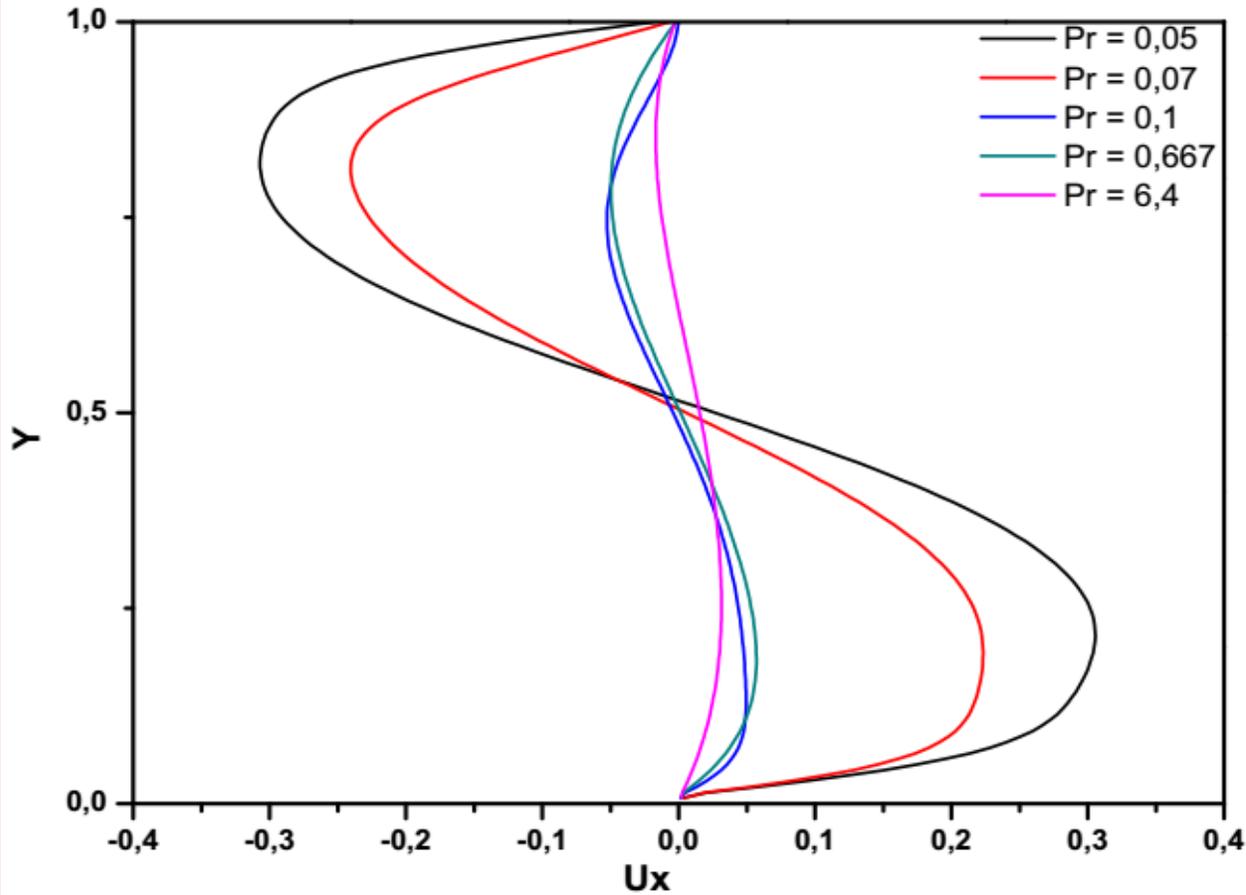
4.1 L'effet du nombre de Prandtl



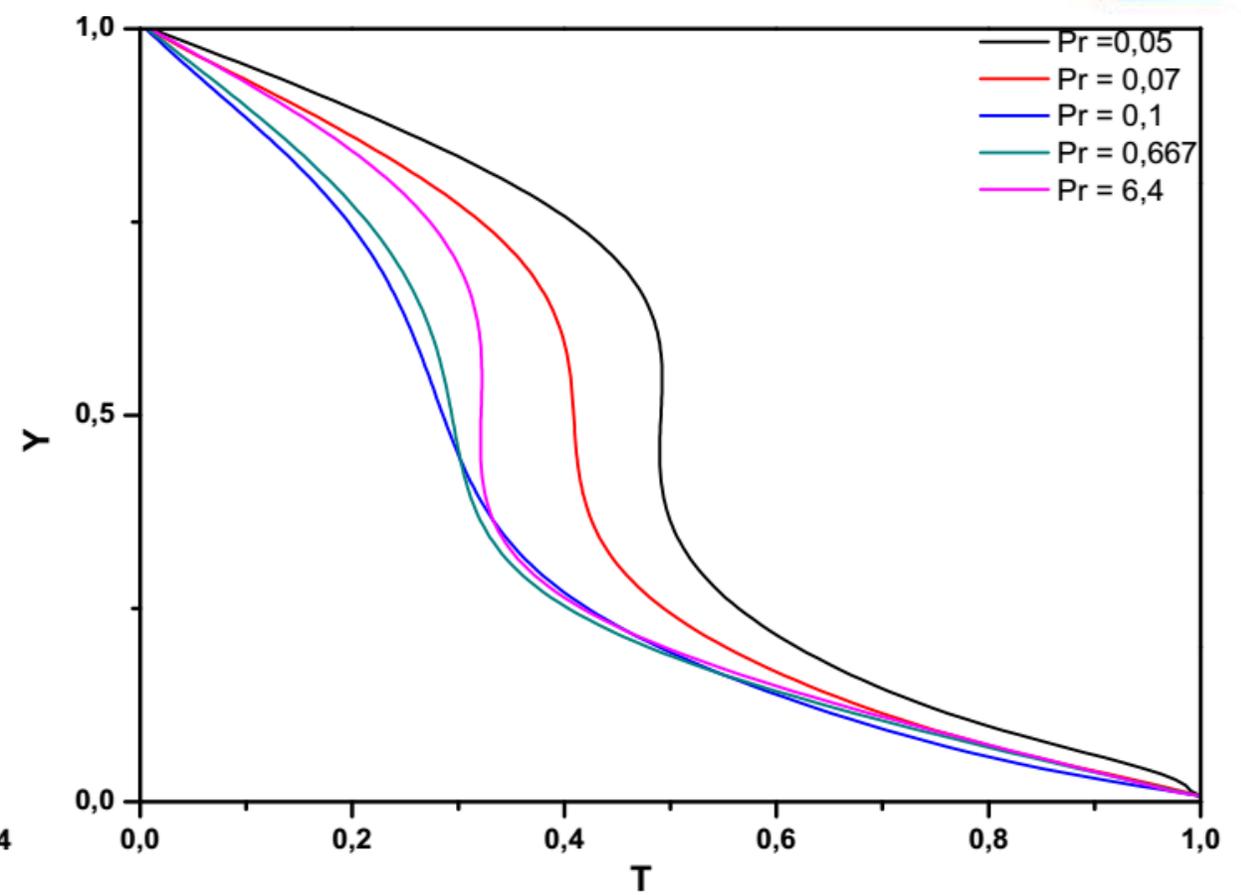
Nombre de Nusselt moyen dans l'espace et le temps en fonction de Re et de Ra pour Pr = 0.1, Pr = 0.05 et Pr = 0.667

4. Etude paramétrique:

4.1 L'effet du nombre de Prandtl



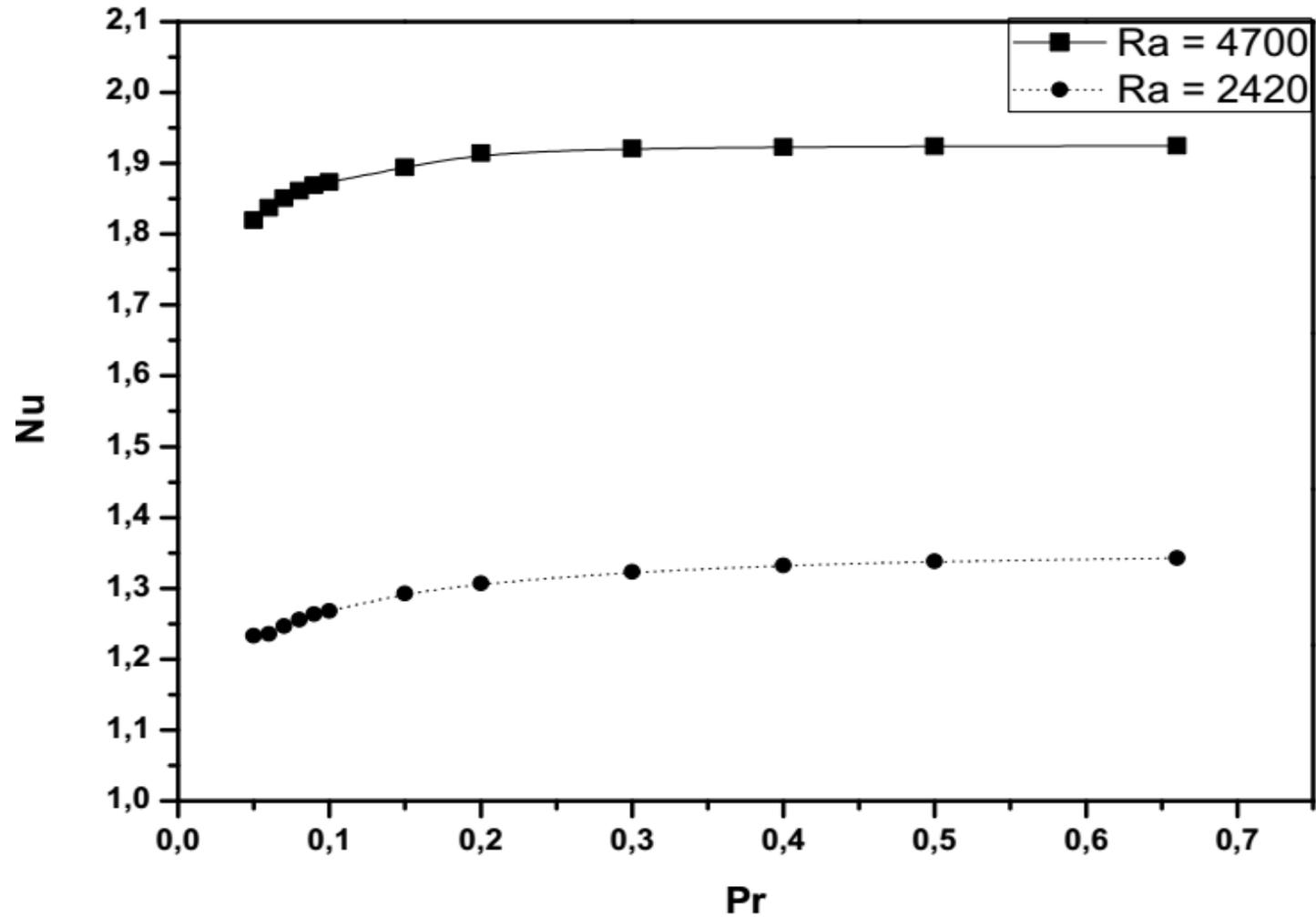
Profil de **vitesse adimensionnel (U_x)** transversal à **$X = 5$**
pour **$Pr = 0.05, 0.07, 0.1, 0.667$** et **$6.4$**



Profil de **température adimensionnel** transversal à **$X = 5$**
pour **$Pr = 0.05, 0.07, 0.1, 0.667$** et **$6.4$**

4. Etude paramétrique:

4.1 L'effet du nombre de Prandtl

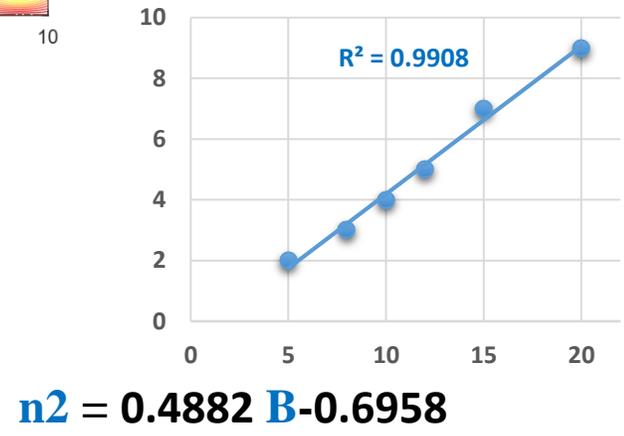
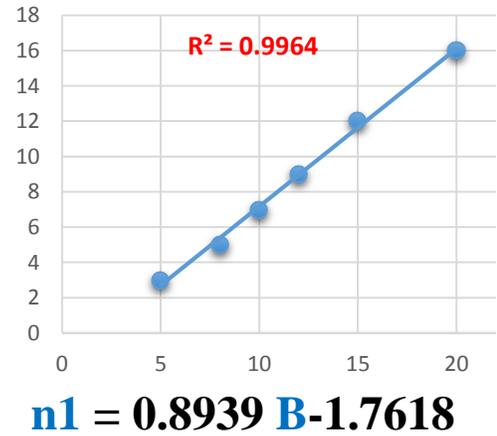
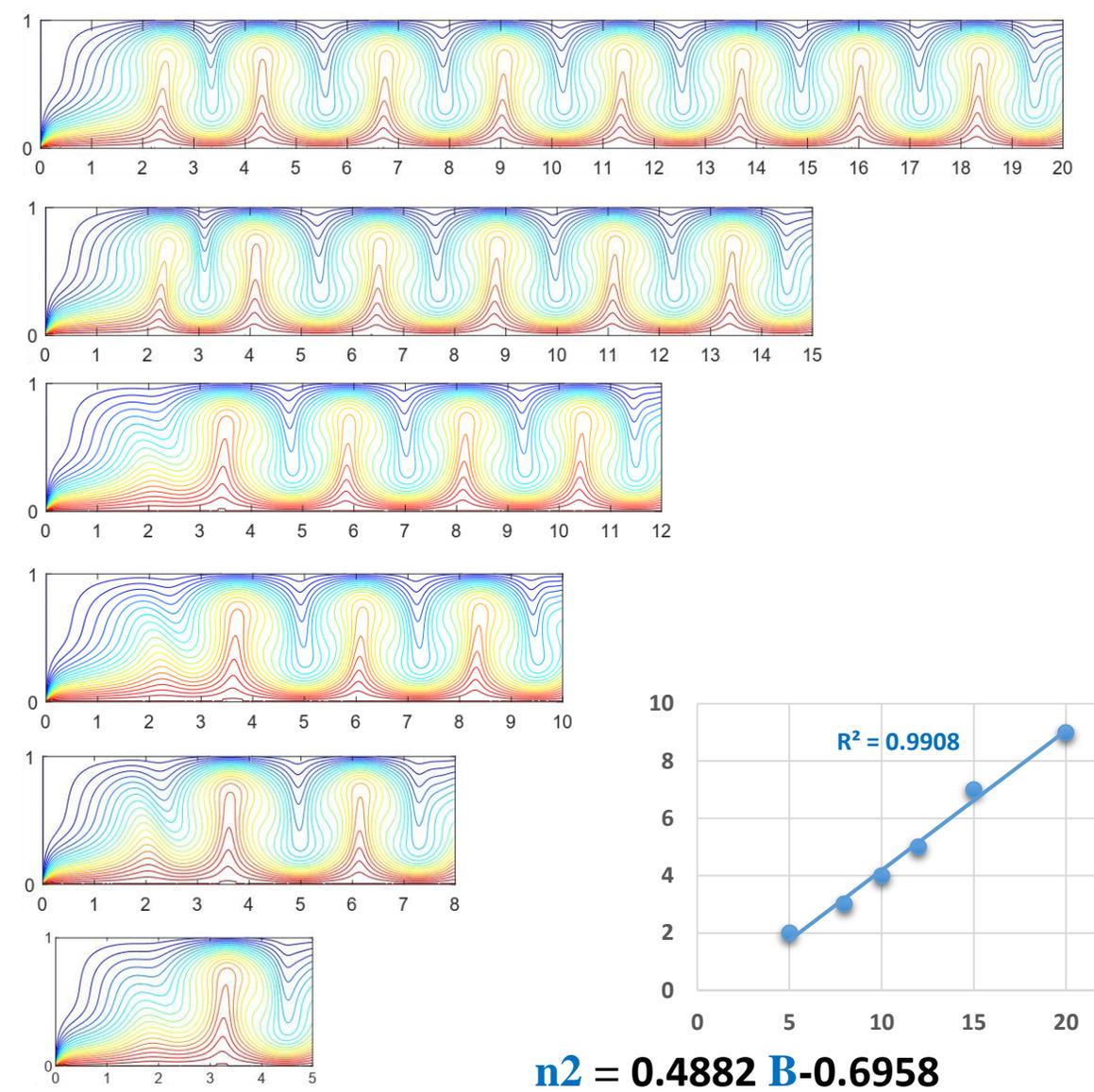
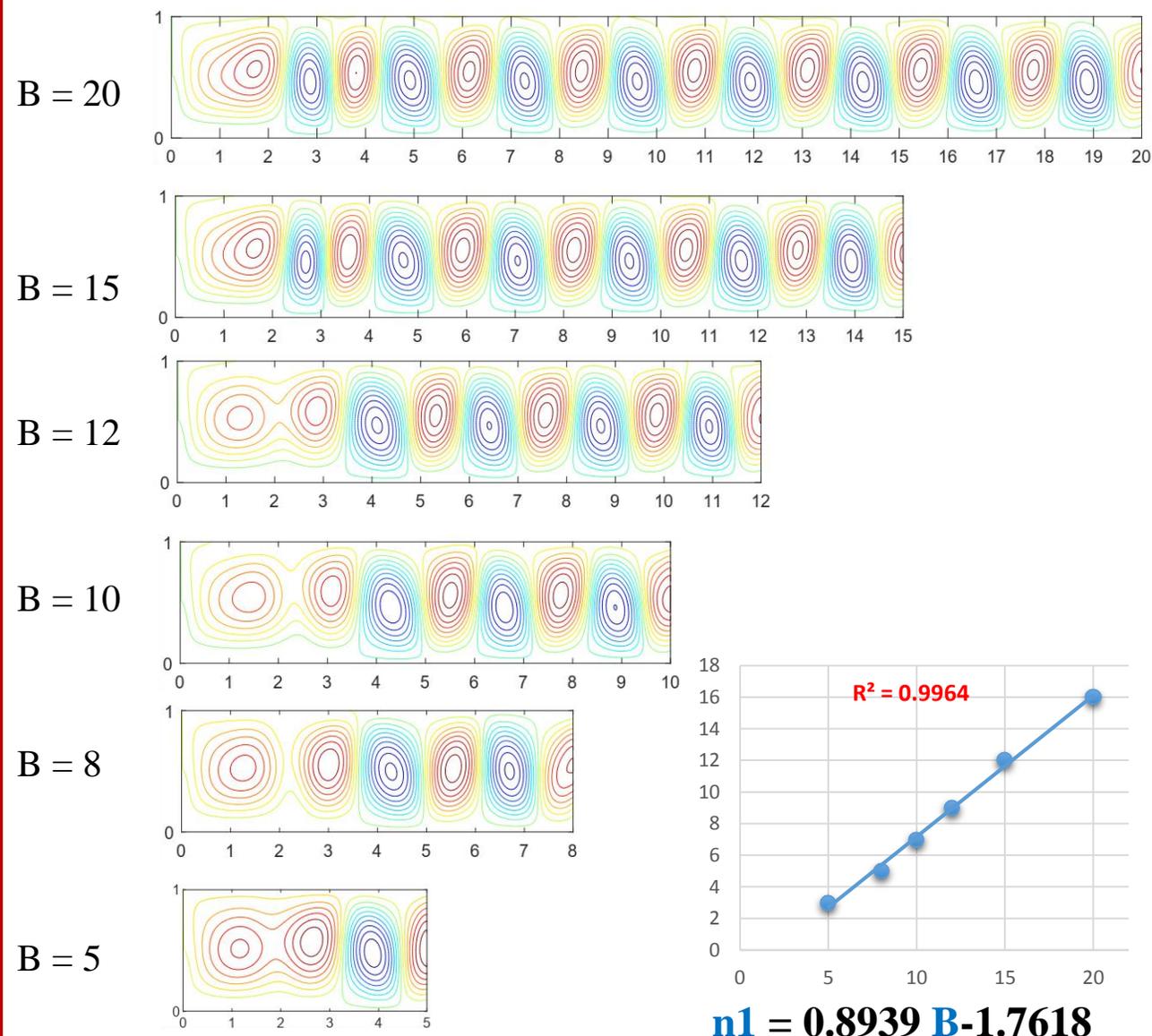


L'effet du nombre de Prandtl sur le transfert de chaleur
pour **Ra = 4700, 2420 et Re = 1**



4. Etude paramétrique :

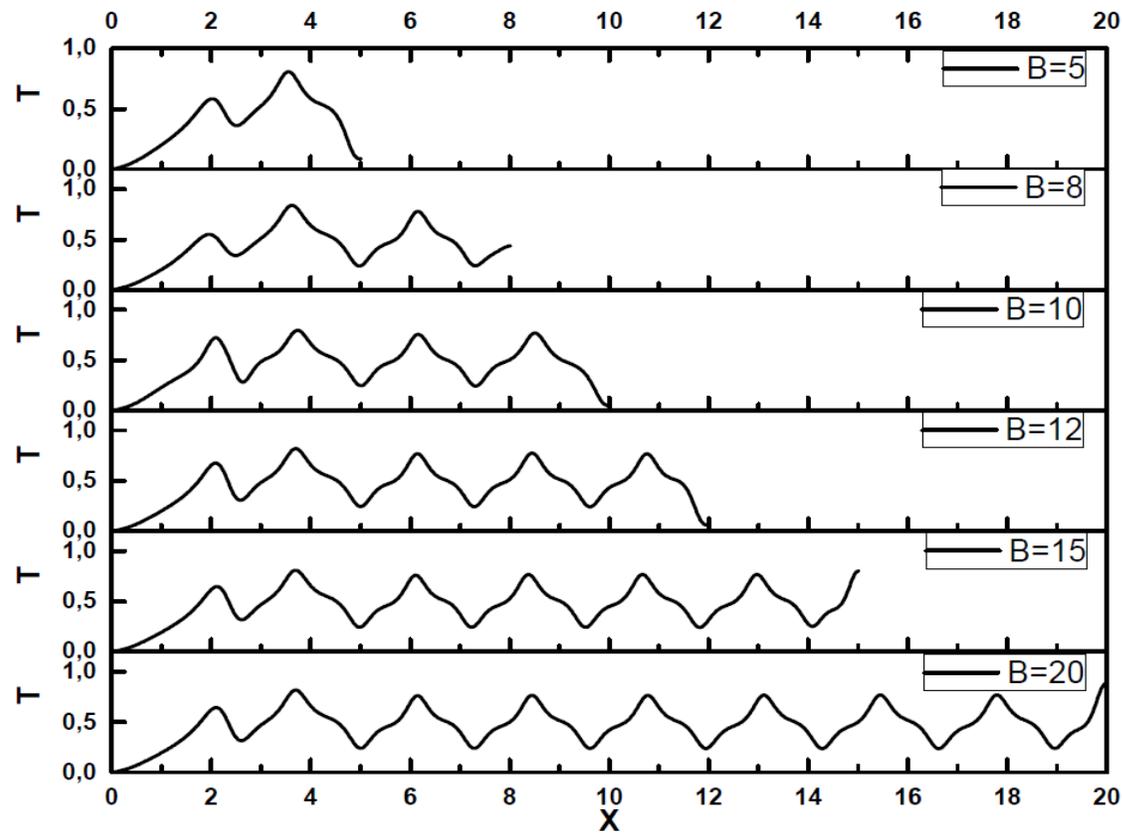
4.2 L'effet du rapport d'allongement ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$):



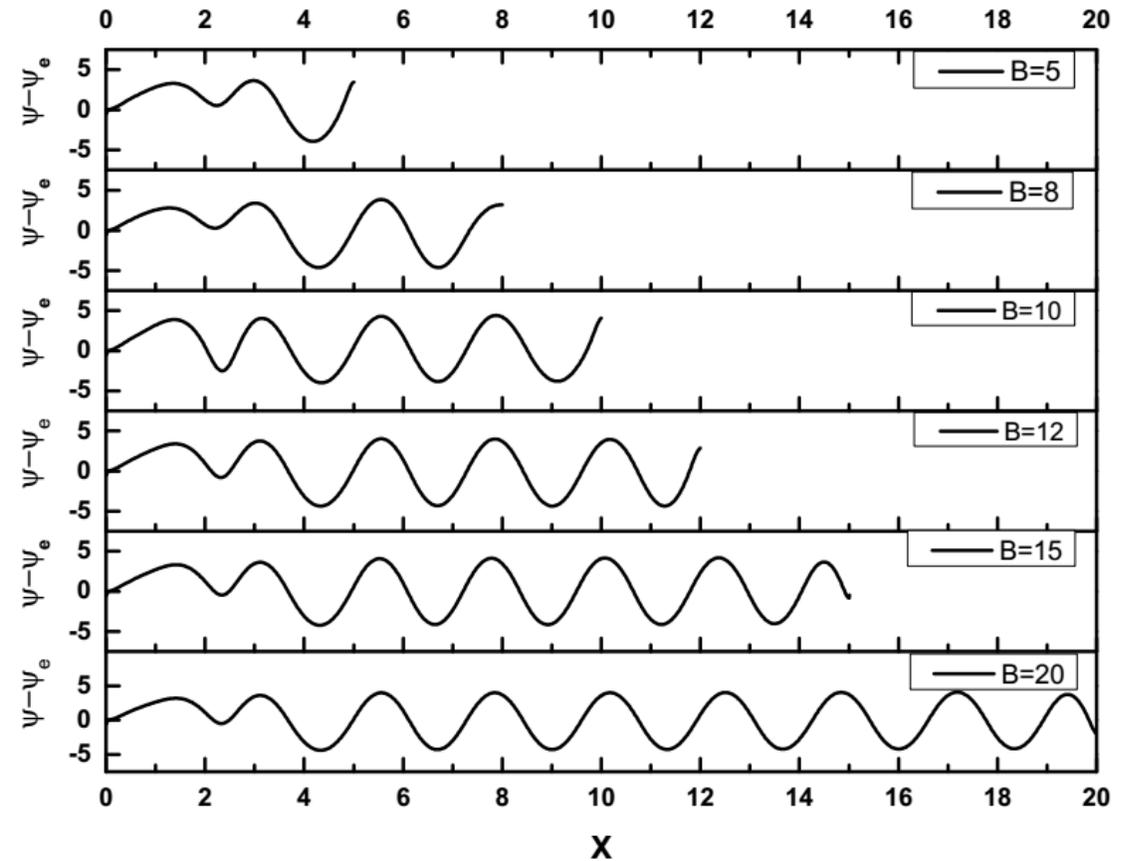


4. Etude paramétrique :

4.2 L'effet du rapport d'allongement ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$):



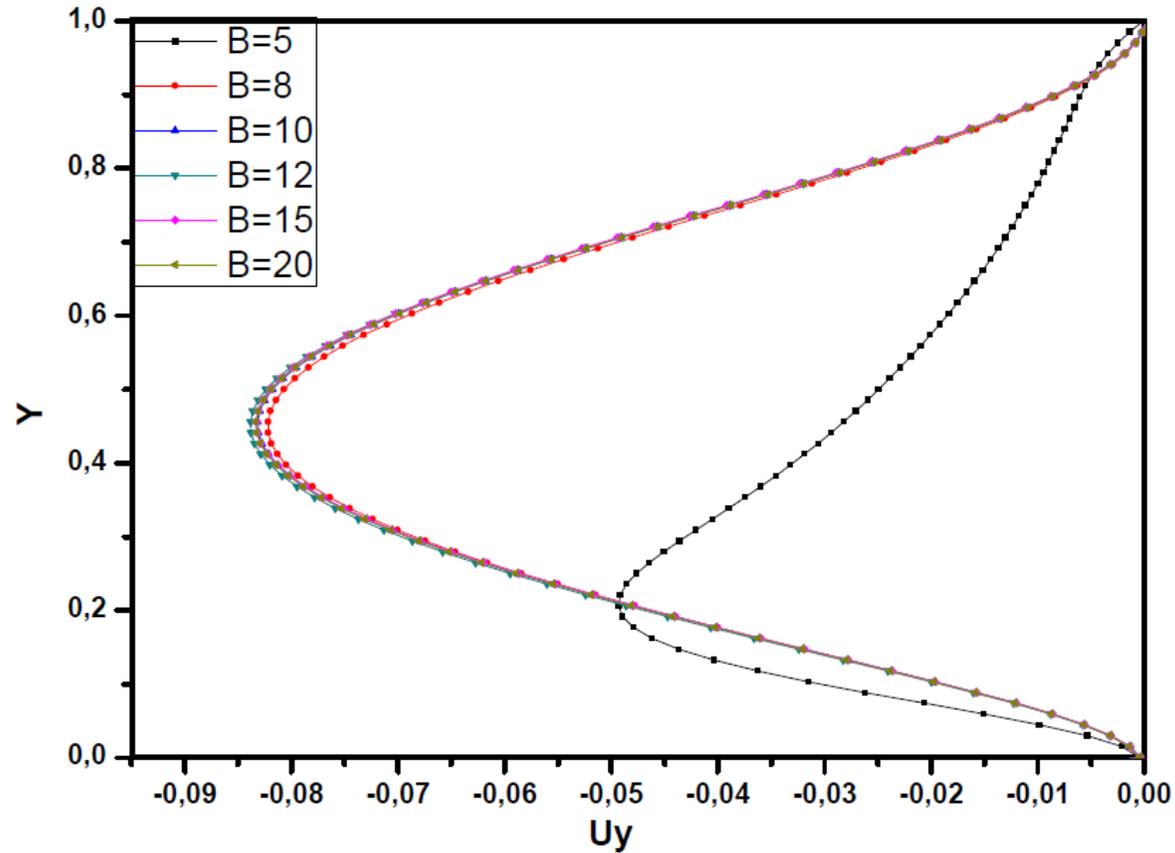
Profil de température adimensionnelle à $Y/2$
pour $B = 5, 8, 10, 12, 15$ et 20



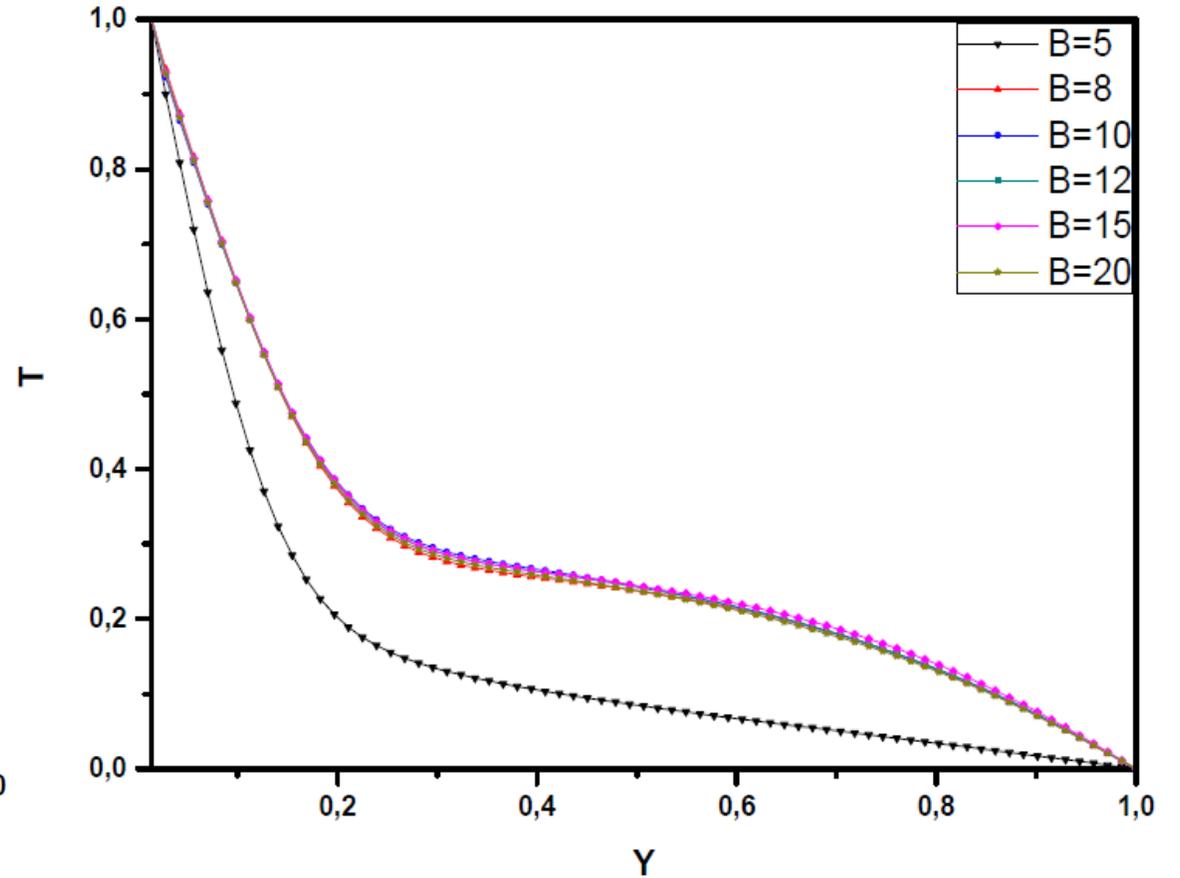
Oscillation de la perturbation de la fonction de courant
à $Y/2$ pour $B = 5, 8, 10, 12, 15$ et 20

4. Etude paramétrique :

4.2 L'effet du rapport d'allongement ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$):



**Profil de vitesse adimensionnelle (U_y) à $X = 5$
pour $B = 5, 8, 10, 12, 15$ et 20**

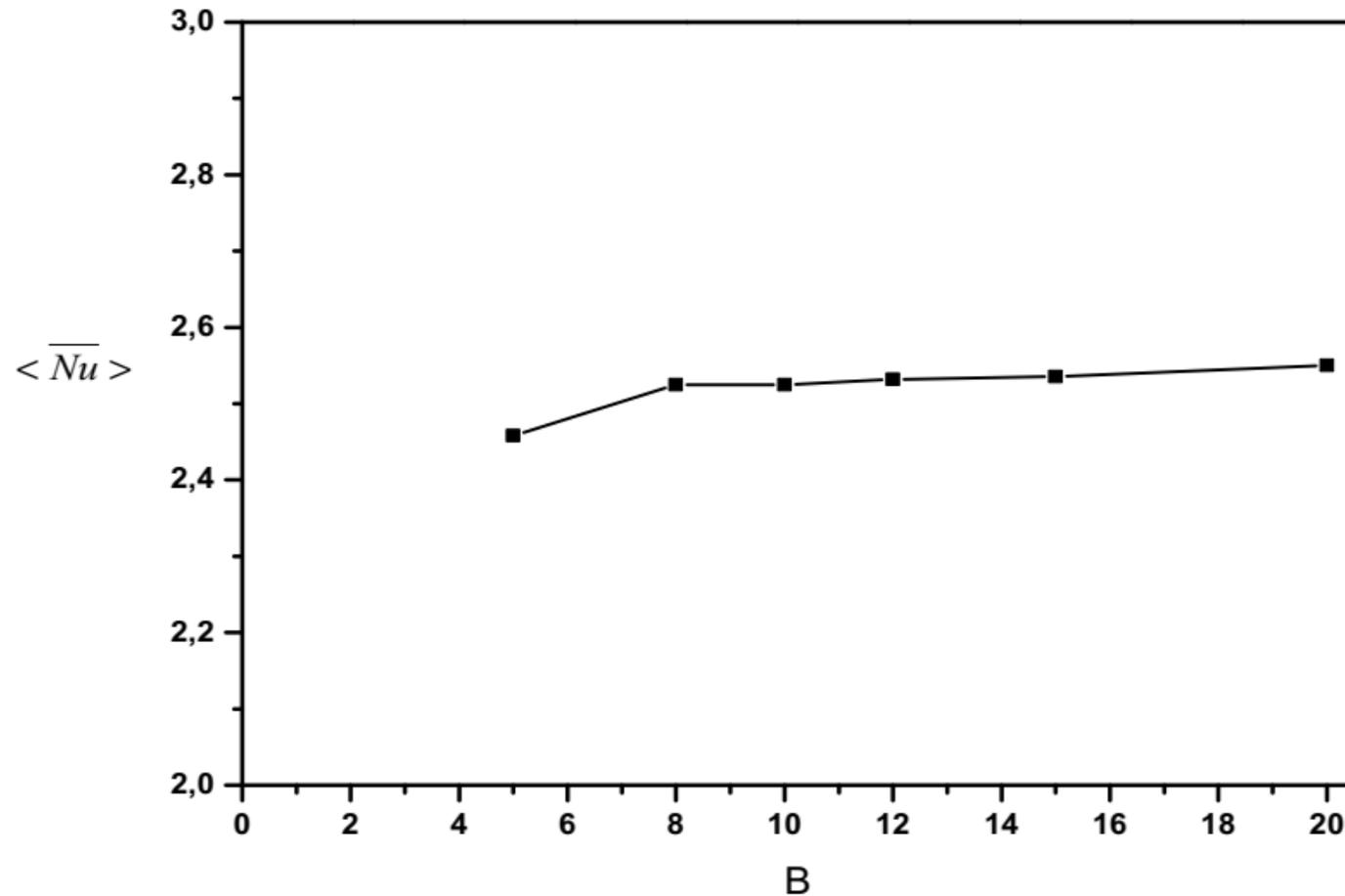


**Profil de température adimensionnelle (T) à $X = 5$
pour $B = 5, 8, 10, 12, 15$ et 20**



4. Etude paramétrique :

4.2 L'effet du rapport d'allongement ($Re = 10$, $Ra = 10^4$ et $Pr = 0.667$):



L'effet du rapport d'allongement sur le transfert de chaleur



TLBM-MRT

(Double population MRT)

La méthode de Boltzmann sur Réseau Thermique à double population (TLBM- MRT)



L'approche de la méthode de Boltzmann sur réseau thermique (TLBM- **MRT**) , consiste à exprimer **le champ de vitesse** et **celui de la température** par **deux équations de distributions à temps de relaxation multiple**.

Référence aux travaux de:

1-J. Wang, D. Wang, P. Lallemand, L.-S. Luo, *Comput. Math. Appl.* 65(2) (**2013**)

2-D.Contrinoa, P.Lallemand, P.Asinaria, L.-S.Luo, *J. of Comput. Physics* 275(**2014**)

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_j + \mathbf{c}\delta_t, t_n + \delta_t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_j, t_n) - \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{S} \cdot [\mathbf{m} - \mathbf{m}^{(0)}](\mathbf{x}_j, t_n) + \mathbf{F}(\mathbf{x}_j, t_n),$$

$$\mathbf{S} = \text{diag}(1, 1, 1, S_e, S_\nu, S_\nu, S_q, S_q, S_\epsilon),$$

$$\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{f}, \quad \mathbf{f} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{m}.$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_j + \mathbf{c}\delta_t, t_n + \delta_t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_j, t_n) - \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot [\mathbf{n} - \mathbf{n}^{(0)}](\mathbf{x}_j, t_n),$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(1, \sigma_\kappa, \sigma_\kappa, \sigma_e, \sigma_\nu).$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{g}, \quad \mathbf{g} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{n}$$



(TLBM- MRT) Le champs dynamique D2Q9

$$f_i(x, c\Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = -M^{-1} \cdot S \cdot [\mathbf{m}(x_j, t_n) - \mathbf{m}^{(eq)}(x_j, t_n)] + \Delta t \mathbf{F}(x, t)$$

Où : S représente la matrice de relaxation qui est diagonale.

f : Vecteur de la fonction de distribution $\mathbf{f}(x, t) := (f_1(x, t), f_2(x, t), \dots \dots \dots f_9(x, t))^\dagger$

\mathbf{m} : Vecteur des moments $\mathbf{m} = (\rho, j_x, j_y, e, p_{xx}, p_{xy}, q_x, q_y, \varepsilon)^T$

$\mathbf{m}^{(eq)}$ représente le vecteur des moments à l'équilibre.

S : Matrice diagonale de relaxation $S = \text{diag}(0, 1, 1, s_e, s_v, s_v, s_q, s_q, s_\varepsilon)$

\mathbf{F} : Le vecteur force extérieure.



M : La matrice de transformation qui relie les fonctions de distributions f aux moments m la relation : $\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{f}$

La matrice **M** pour le réseau D2Q9:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Conservation des quantités macroscopiques :

Conservation de masse : $\rho = \sum_{i=1}^9 f_i$

Conservation de quantité de mouvement : $\rho_0 \mathbf{u} = \sum_{i=1}^9 \mathbf{e}_i f_i$

La viscosité cinématique du système est donnée par :

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{s_\nu} - \frac{1}{2} \right)$$

(TLBM- MRT)

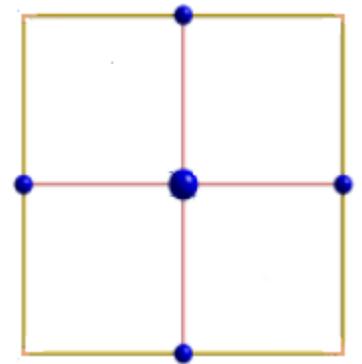
Le champs Thermique D2Q5

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_j + \mathbf{c}\delta_t, t_n + \delta_t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_j, t_n) - \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot [\mathbf{n} - \mathbf{n}^{(0)}](\mathbf{x}_j, t_n),$$

$$n_0^{(0)} = T, \quad n_1^{(0)} = uT, \quad n_2^{(0)} = vT, \quad n_3^{(0)} = aT, \quad n_4^{(0)} = 0,$$

N : La matrice de transformation qui relie les fonctions de distributions g aux moments n
la relation : $\mathbf{n} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{g}$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$



CINQ VITESSES (D2Q5).

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(1, \sigma_K, \sigma_K, \sigma_e, \sigma_v).$$

$$\sigma_e = 2(2\sqrt{3} - 3).$$

$$\sigma_v = 6 \frac{(2 - \sigma_K)}{(6 - \sigma_K)}, \quad \frac{1}{\sigma_K} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6},$$

La diffusivité

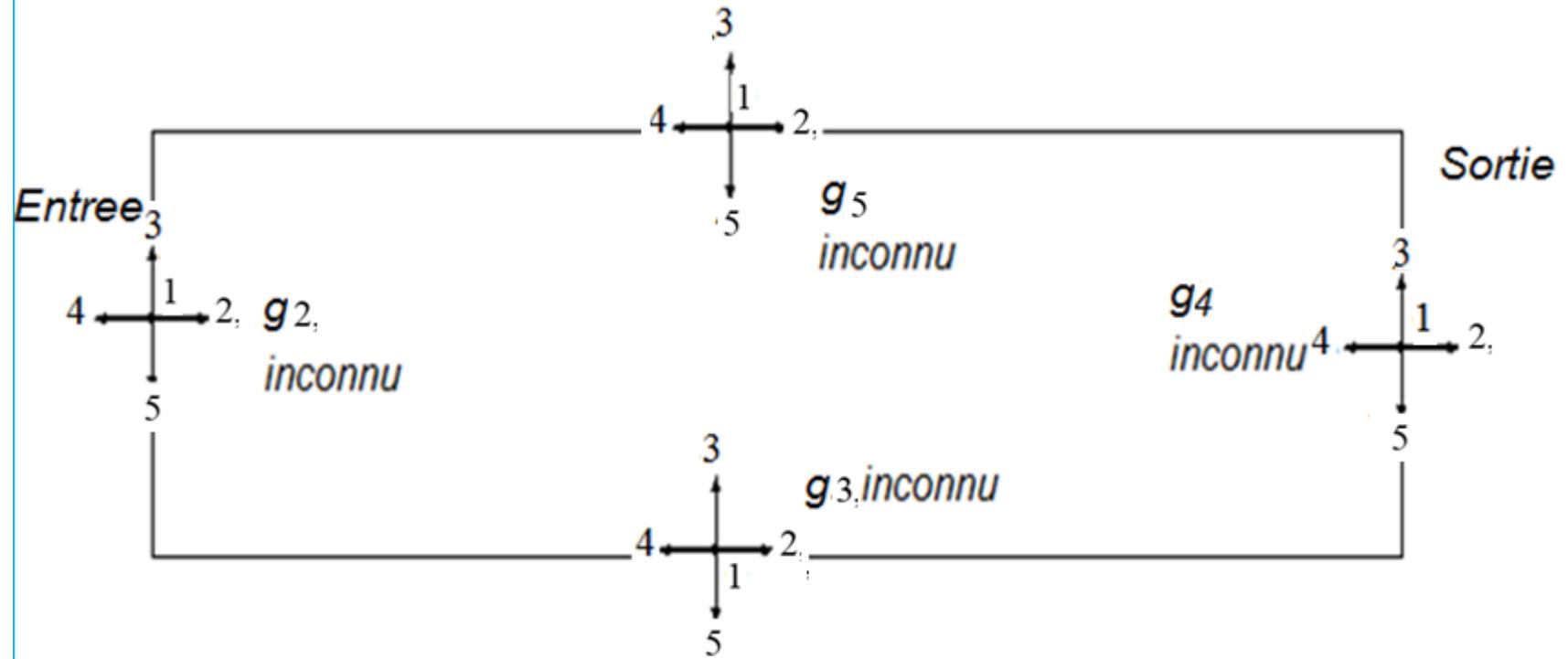
$$\kappa = \frac{(4 + a)}{10} \left(\frac{1}{\sigma_K} - \frac{1}{2} \right).$$

$$T = \sum_{i=1}^5 g_i$$

4.3 Conditions aux limites thermiques (de type Dirichlet) MRT:



Les conditions aux limites thermiques pour D2Q5



L'entrée

$$T = 1 - Z$$

$$g_2(x_f, t) = \frac{(4+a)}{10} T - g_4(x_f, t)$$

Paroi du haut (température Tf) :

$$g_5(x_f, t) = \frac{(4+a)}{10} T_f - g_3(x_f, t)$$

Paroi du bas (température Tc) :

$$g_3(x_f, t) = \frac{(4+a)}{10} T_c - g_5(x_f, t)$$

La Sortie

$$g_4(Nx, j) = g_4(Nx - 1, j)$$



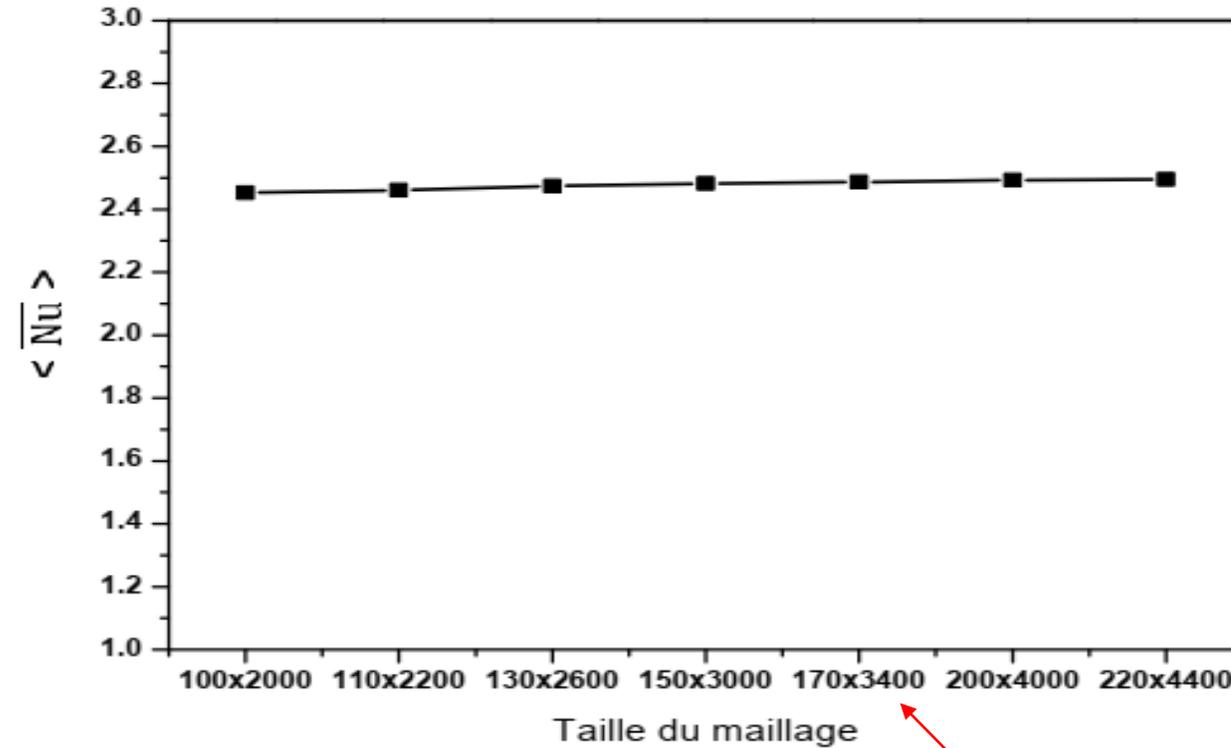
Validation TLBM-MRT

(Double population MRT)



1. Validation du code de calcul MRT

1-Indépendance du maillage:



Maillage	100x2000	110x2200	130x2600	150x3000	170x3400	200x4000	220x4400
$\langle \overline{Nu} \rangle$	2.453	2.4607	2.47405	2.4903	2.4921	2,493	2,495



2. Validation du code de calcul :

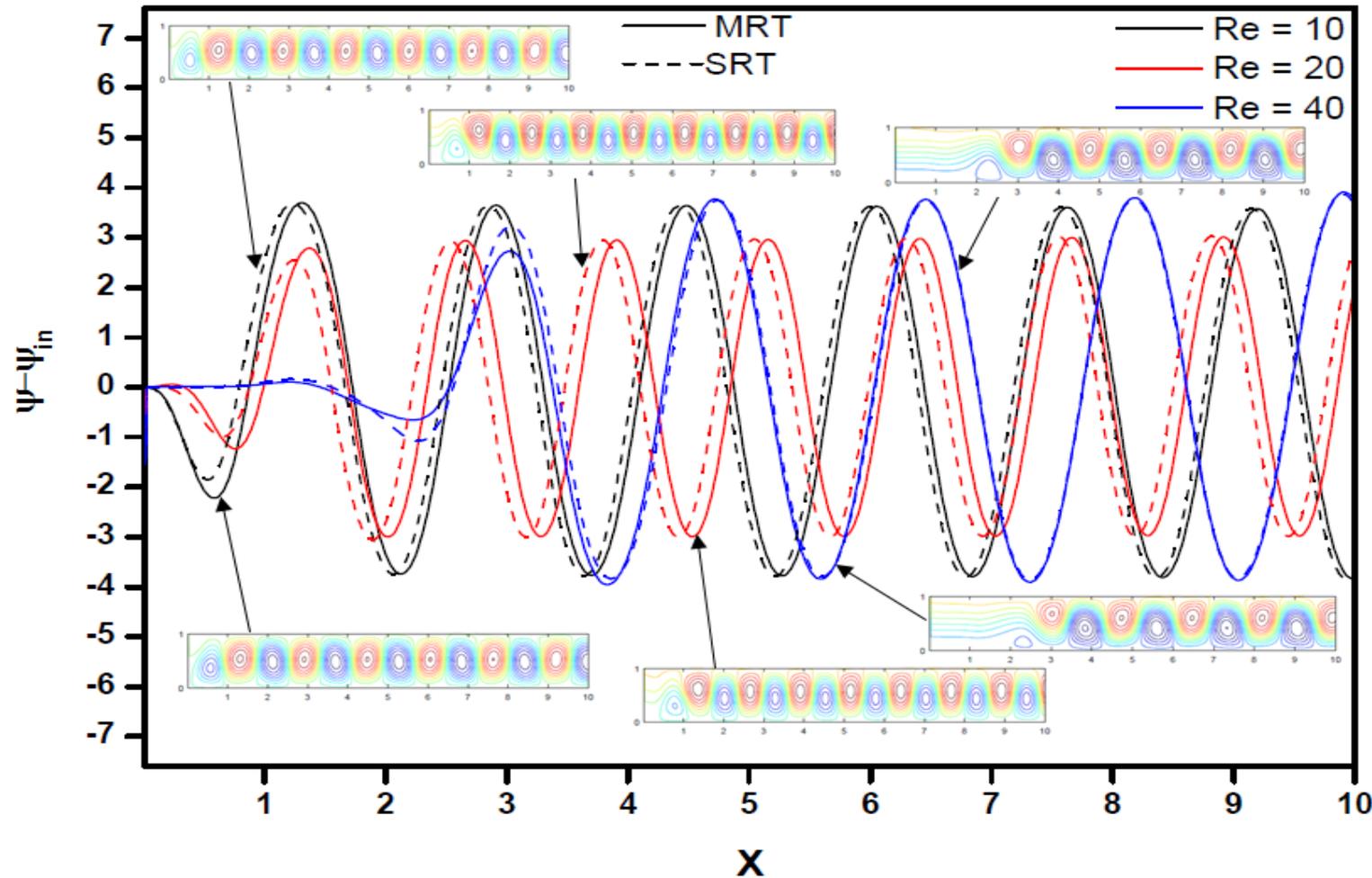
Nombre de Nusselt moyen $\langle \overline{Nu} \rangle$ pour: **Re = 10, Pe = 20/3 and Ra = 10⁴**

Reference	Nourollahi et al (2010)	Présent MRT	Abassi et al (2001)	Présent SRT	Evans et al (1990)	Comini et al (1997)
$\langle (Nu) \bar{\rangle}$	2.487	2.492	2.536	2.550	2.558	2.574

5. Simulation du phénomène (MRT versus SRT):



5.1 L'effet du nombre de Reynolds sur l'écoulement ($Pr = 0.667$, $Re = 10, 20$ et 40):



Oscillation de la perturbation de la fonction de courant le long du canal et les lignes de courants
($Ra = 15000$)

5. Simulation du phénomène (MRT versus SRT):

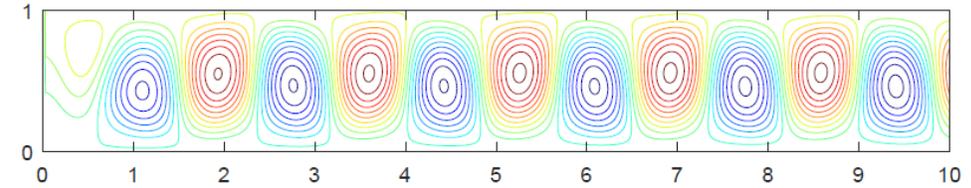
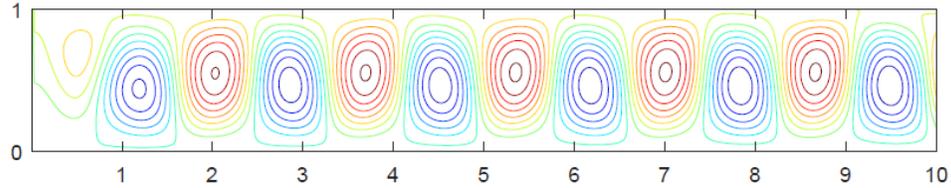


5.1 L'effet du nombre de Reynolds sur l'écoulement ($Pr = 0.667$, $Re = 10, 20$ et 40):

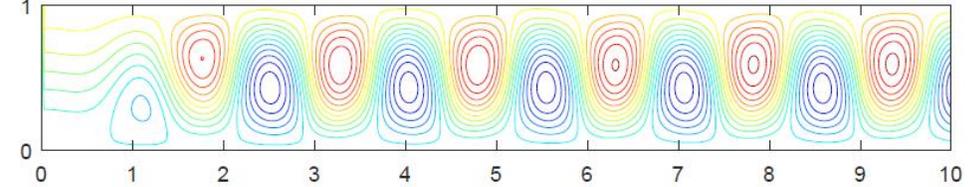
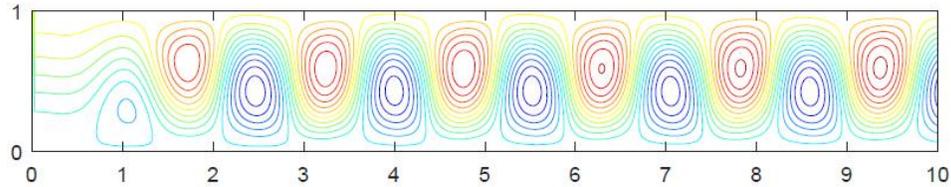
MRT

SRT

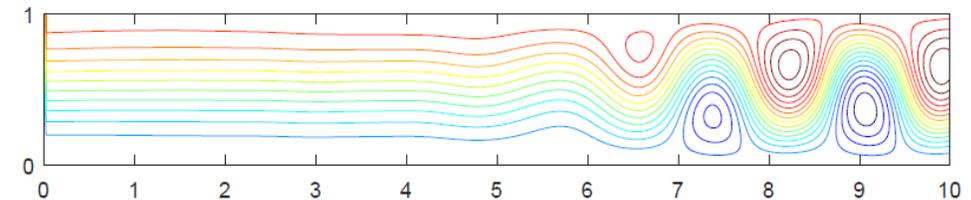
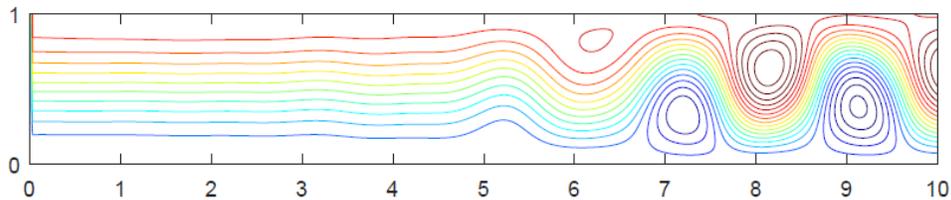
$Re = 10$



$Re = 20$



$Re = 40$



Comparaison des Lignes de courant pour : ($Ra = 8000$)

5. Simulation du phénomène en utilisant (MRT):

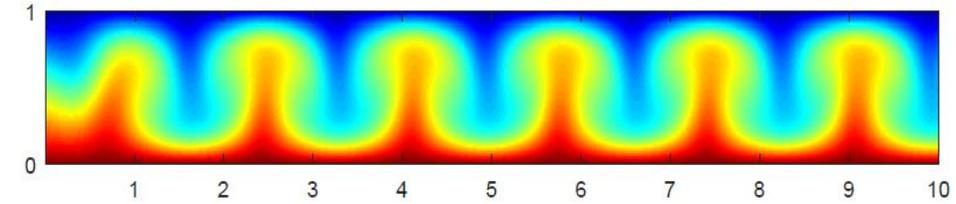
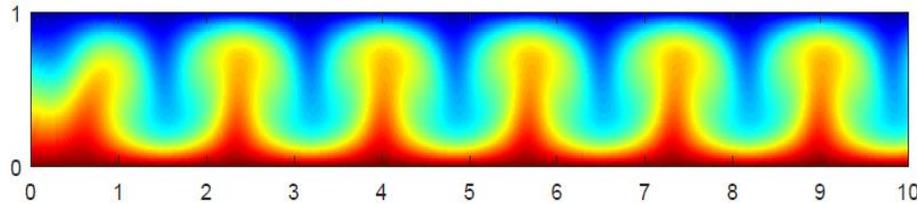


5.1 L'effet du nombre de Reynolds sur l'écoulement ($Pr = 0.667$, $Re = 10, 20$ et 40):

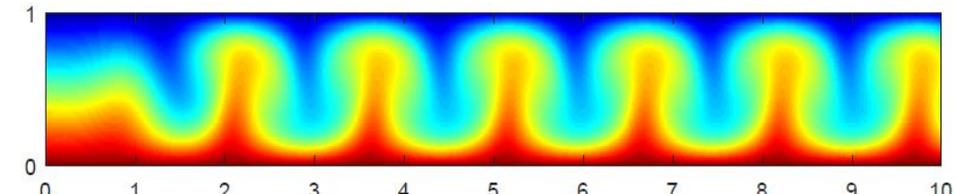
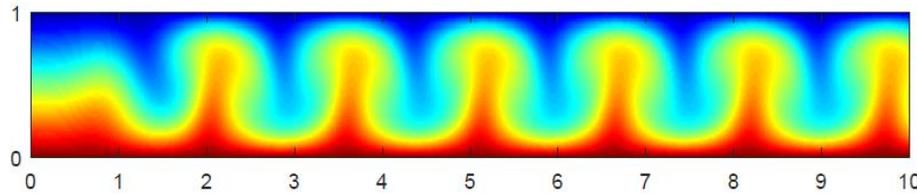
MRT

SRT

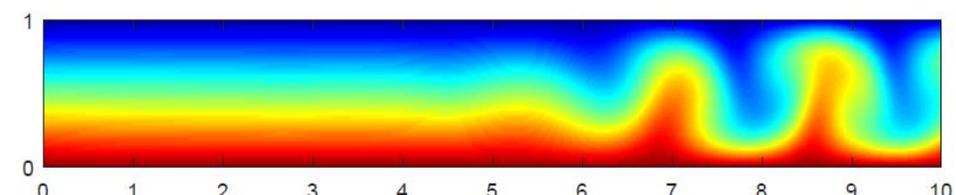
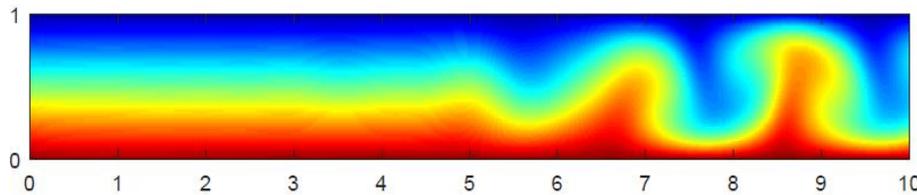
Re = 10



Re = 20



Re = 40

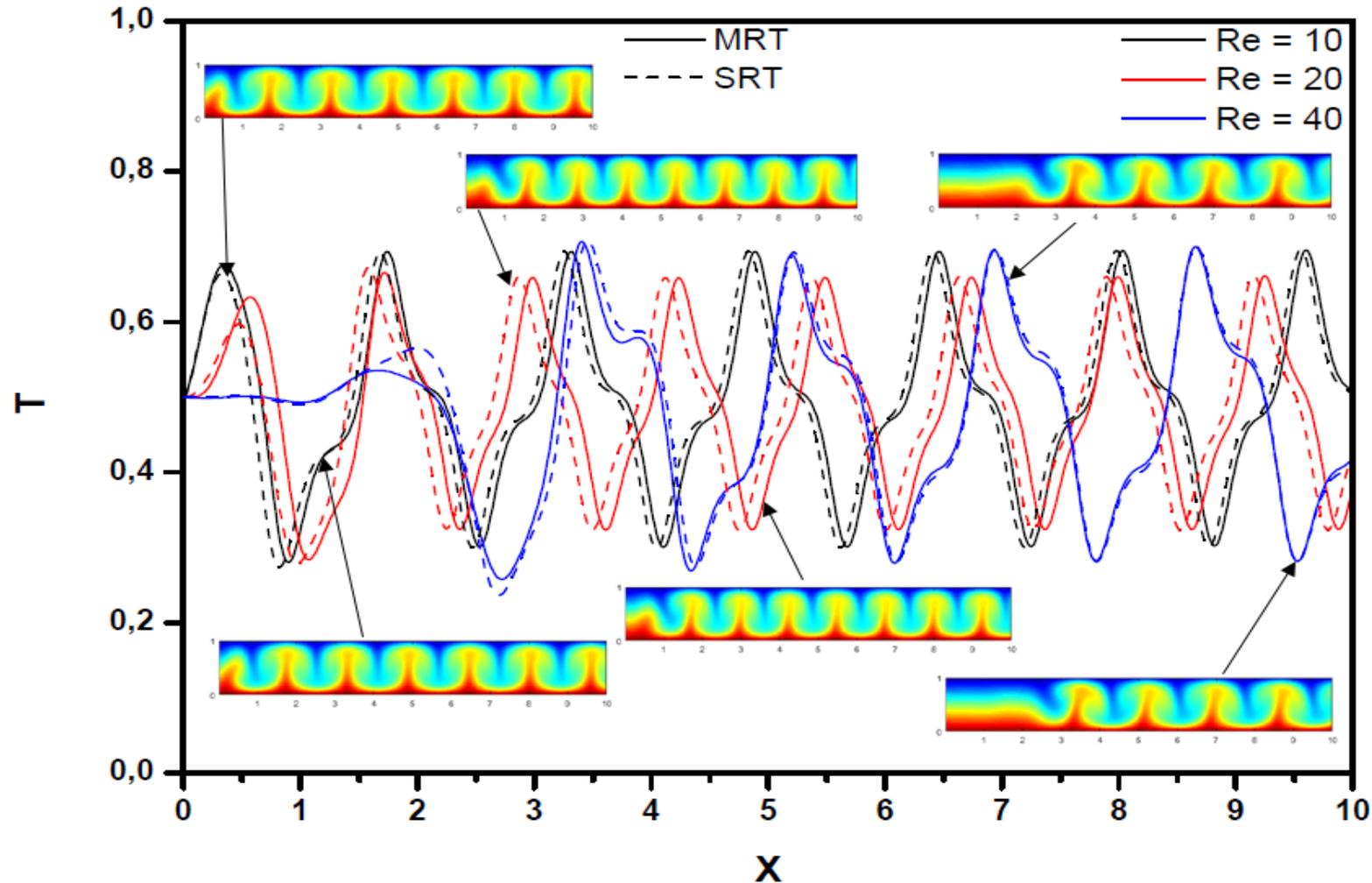


Comparaison des contours de température pour : ($Ra = 8000$)

5. Simulation du phénomène (MRT versus SRT):



5.1 L'effet du nombre de Reynolds sur l'écoulement ($Pr = 0.667$, $Re = 10, 20$ et 40) :



Le profil de température le long du canal et les isothermes correspondants pour ($Ra = 15000$)



Conclusions :

- La capacité des deux méthodes de Boltzmann sur réseau (**SRT**) et (**MRT**) à reproduire **le phénomène physique** considéré dans ce travail.
- **Les résultats de la validation** des deux méthodes avec **la bibliographie** restent **très satisfaisantes**.
- La méthode **MRT** demande **plus de maillage** par rapport à la méthode **SRT**.
- Le nombre de Prandtl a un effet significatif sur l'écoulement et le transfert de chaleur uniquement pour des (**Pr < 0.3**)
- Le choix du rapport d'allongement pour traiter ce genre de phénomène doit être (**B > 10**), a cause de l'influence des conditions aux limites à la sortie du canal sur l'écoulement et le transfert de chaleur.



Perspectives :

- La visualisation des instabilités thermiques avec des **structures convectives** telles que les **rouleaux longitudinaux**, nécessite un code de calcul en **trois dimensions** en utilisant les réseaux **D3Q19** pour le champ dynamique ainsi que **D3Q7** pour le champ thermique. L'utilisation du langage de programmation optimisée avec **CUDA** est nécessaire.
- Introduire le transfert de masse dans l'écoulement de Poiseuille Rayleigh Bénard.



Quelques références de base

1. X. Nicolas, Int. J. Therm. Sci. **41**, 961 (2002)
2. X. Nicolas, M. Medale, S. Glockner, S. Gounand, Num. Heat Transfer B **60**, 325 (2011)
3. M.T. Ouazzani, J.K. Platten, H.W. Müller, M. Lucke, Int. J. Heat Mass Transfer **38**, 875 (1995)
4. G. Evans, S. Paolucci, Int. J. Numer. Methods Fluids **11**, 1001 (1990)
5. H. Abbassi, S. Turki, S. Nassrallah, Num. Heat Transfer A **39**, 307 (2001)
6. M. Nourollahi, M. Farhadi, K. Sedighi, Therm. Sci. **14**, 329 (2010)
7. Q. Zou, X. He, *Physics of Fluids*, 9(6) 1997 1591–1596.
8. J. Wang, D. Wang, P. Lallemand, L.-S. Luo, Comput. Math. Appl. 65(2) (2013)
9. D. Contrino, P. Lallemand, P. Asinaria, L.-S. Luo, J. of Comput. Physics 275(2014)

Travaux effectués pour ce sujet



Publications internationales :

- Nassim M. Sahraoui, Samir Houat and Mohammed El Ganaoui,” *Numerical investigation of low Prandtl number effect on mixed convection in a horizontal duct by the lattice Boltzmann method*, *Heat Transfer*. (2020) 1–15.
DOI: [10.1002/htj.21839](https://doi.org/10.1002/htj.21839).
- Nassim M. Sahraoui, Samir Houat and Nawal Saidi : “*Simulation of mixed convection in a horizontal channel heated from below by the Lattice Boltzmann method*” *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*78, 3 (2017) 34806.
DOI: [10.1051/epjap/2017170046](https://doi.org/10.1051/epjap/2017170046)
- Nassim M. Sahraoui, Samir Houat and Nawal Saidi “*Study of the Mixed Convection in a Horizontal Channel Heated from below*” *AMM*, Vols 789-790 (2015) pp 396-400.
DOI: [10.4028/www.scientific.net/AMM.789-790.398](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.789-790.398)
- Nassim M. Sahraoui, Samir Houat, Mohammed El Ganaoui *Aspect ratio effect on the mixed convection in a horizontal duct using lattice Boltzmann method*, *Matec web of conference*, preprint 2020.

Mémoire et thèse soutenus

- Un mémoire de Magister soutenu par N.M. Sahraoui à UMAB en janvier 2014 .
- Une thèse de Doctorat En sciences soutenue par N.M Sahraoui en Novembre 2019.



Communications internationales :

- N. M. Sahraoui, S. Houat : “ *Reynolds effect on mixed convection in a horizontal duct by the double population lattice Boltzmann method* ” 3^{ème} Conférence Internationale de Mécanique Avril 2017 Annaba.
- N. M. Sahraoui, S. Houat : “ *Reynolds effect on mixed convection in a horizontal channel using Lattice Boltzmann Method* ” Spring school :LBM with OpenLB software, Hammamet Tunis, Mars 2017.

Communications nationales :

- N. M. Sahraoui, S. Houat, Z. Bouayed « *Etude de la convection mixte dans un canal horizontal chauffé par le bas par la méthode de Boltzmann sur réseau* » 10^{ème} Congrès Nationale de la Physique et ses Applications « CNPA 2014 » - Université de Blida.
- S. Houat, N. M. Sahraoui, B. Bouamoud « *Modélisation de la convection par la méthode de Boltzmann sur réseau à double populations : temps de relaxation multiple MRT et simple SRT* » 10^{ème} Congrès Nationale de la Physique et ses Applications « CNPA 2014 » - Université de Blida.



Merci de votre attention