Couche limite absorbante pour l'acoustique convective □

F. Maréchal
Aerospatiale Matra, Centre Commun de Recherche, Suresnes
Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Marne-la-Vallée

F. Dubois*, **E. Duceau•**, **I. Terrasse•**
* Applications Scientifiques du Calcul Intensif, CNRS, Orsay
• Aerospatiale Matra, Centre Commun de Recherche, Suresnes

Nous présentons un modèle de couche limite absorbante (Perfectly Matched Layer, PML) pour les équations de l'acoustique instationnaires en présence d'un écoulement stationnaire uniforme, donnée du problème. Nous utilisons un modèle acoustique fondé sur une linéarisation des équations d'Euler-Saint Venant de la dynamique des gaz dans un cadre isentropique. Nous montrons que, sous une hypothèse d'irrotationnalité de la perturbation acoustique, une transformation de Lorentz permet, moyennant un changement de fonctions inconnues, de se ramener à un système d'équations semblable au système obtenu pour la propagation acoustique en absence d'écoulement. Nous établissons un modèle de PML du type de celui de Bérenger [1] dans le nouvel espace-temps défini par la transformation de Lorentz en suivant pour l'acoustique la méthodologie proposée par Collino dans [2] pour les équations de Maxwell. Une transformation inverse nous permet alors d'établir le système de PML dans l'espace-temps initial.

Nous notons $\mathbf{u} = (u_0, v_0)$ le champ de vitesse convectif autour duquel on linéarise les équations d'Euler-Saint Venant, p et ρ les écarts de pression et de densité par rapport à l'air au repos, ξ et ζ les impulsions linéarisées et c_0 la célérité des ondes acoustiques. Nous avons :

$$p = c_0^2 \rho,\ p = p_x + p_y,\ \xi = \rho_0 u + \rho u_0,\ \zeta = \rho_0 v + \rho v_0,\ M_0 = \sqrt{u_0^2 + v_0^2}/c_0\ .$$

La couche absorbante est caractérisée, pour une frontière fluide de direction normale parallèle à Ox, par une absorbtion $\sigma^*(x)$ fonction de la profondeur dans la couche et a pour équations :

$$\left\{\begin{array}{l}
\dfrac{\partial p_x}{\partial t} + c_0\sqrt{1-M_0^2}\,\sigma^*(x)\,p_x + \dfrac{c_0 u_0}{\sqrt{1-M_0^2}}\,\sigma^*(x)\,\xi + c_0^2\dfrac{\partial \xi}{\partial x} \;=\; 0 \\
\dfrac{\partial p_y}{\partial t} + c_0^2\,\dfrac{\partial \zeta}{\partial y} \;=\; 0 \\
\dfrac{\partial \xi}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}(2u_0\xi + v_0\zeta) + (1-M_0^2)\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{\partial}{\partial y}(u_0\zeta) + \\
\qquad + \dfrac{u_0\sqrt{1-M_0^2}}{c_0}\,\sigma^*(x)\,p_x + \dfrac{u_0 v_0 \sigma^*(x)}{c_0\sqrt{1-M_0^2}}\,\zeta + \dfrac{c_0\Big(1 + \frac{u_0^2 - v_0^2}{c_0^2}\Big)}{\sqrt{1-M_0^2}}\,\sigma^*(x)\,\xi \;=\; 0 \\
\dfrac{\partial \zeta}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}(v_0\xi) + \dfrac{\partial}{\partial y}\big(u_0\xi + 2v_0\zeta + (1-M_0^2)p\big) + \dfrac{v_0\sqrt{1-M_0^2}}{c_0}\,\sigma^*(x)\,p_x + \dfrac{u_0 v_0\sigma^*(x)}{c_0\sqrt{1-M_0^2}}\xi = 0\,.
\end{array}\right.$$

Nous présenterons des cas tests pour divers types d'écoulements.

Mots clefs : Couche limite absorbante, acoustique, transformation de Lorentz, équations d'Euler linéarisées, perfectly matched layer.

Références

[1] Jean-Pierre Bérenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *Journal of Computational Physics*, 1994.

[2] Francis Collino. Boundary Conditions and Layer technique for the Simulation of Electromagnetic Waves above a Lossy Medium, *Rapport INRIA 2698*, November 1995.

□ Note proposée pour le Congrès National d'Analyse Numérique 2000, édition 06 septembre 2005.