Curriculum Vitae

I. ÉTAT CIVIL.

Nom : Haglund. *Prénom :* Frédéric.
Né le 30-06-67 à Orsay (Essonne). Marié, deux enfants.
Situation actuelle : Maître de conférences à l'Université Paris-Sud (Orsay), membre de l'équipe Topologie et Dynamique (URA 8628 du C.N.R.S.)
Adresse professionnelle :
Département de Mathématiques (Bâtiment 425)
Faculté des Sciences d'Orsay
Université Paris-Sud 11
F-91405 Orsay Cedex

Tél. : 01 69 15 75 61 , e-mail: frederic.haglund@math.u-psud.fr

page professionnelle : http://www.math.u-psud.fr/∼haglund

II. TITRES UNIVERSITAIRES.

Baccalauréat section C en 1985 (mention TB).
Entrée en septembre 1987 à l'ENS Lyon.
Licence, maîtrise, DEA (mentions TB).
Agrégation de mathématiques en 1990 (rang 7^{e}).
De 1990 à 1992 thèse sous la direction d'A. Marin. Titre: "Les polyèdres de Gromov". Jury: F. Ducloux, A. Haefliger (rapporteur), T. Januszkiewicz (rapporteur), A. Marin (mention très honorable, félicitations du jury).
Habilitation à diriger des recherches soutenue le 11/12/2007 à l'université de Paris-Sud Orsay. Titre du mémoire : "Aspects combinatoires de la théorie géométrique des groupes."
Jury : M. Bourdon, M. Bridson (rapporteur), T. Delzant (rapporteur), G. Levitt, P. Pansu (président), F. Paulin.

III. PARCOURS.

Service national de la coopération au Lycée Français de Bruxelles (Belgique) de septembre 1992 à juin 1994 : enseignement des mathématiques au collège.
Depuis le 1er septembre 1994: maître de conférences à l'Université Paris-Sud-Orsay.

IV. ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT.

Chargé de TD dans divers enseignements. Cours d'algèbre linéaire en L1.
Préparateur à l'oral de l'agrégation interne de mathématiques (de 2000 à 2006).
Préparateur à l'écrit de géométrie du CAPES de mathématiques (depuis 1997).
Coauteur (avec M.C. David et D. Perrin) de *Géométrie Affine* et *Géométrie Euclidienne*, documents de travail pour la préparation au CAPES.

V. ACTIVITÉS LIÉES À L'ADMINISTRATION.

Membre (extérieur) des commissions de spécialistes des universités de La Réunion et de Caen, section 25.

VI. ACTIVITÉS LIÉES À LA RECHERCHE.

Membre du jury de la thèse d'E. Lebeau "Rigidité et flexibilité de complexes polyédraux à courbure négative" (soutenue à l'ENS Lyon en janvier 1999).

Aide à l'organisation du congrès de Topologie à Orsay (juin 1999) en l'honneur de L. Siebenmann et V. Poenaru.

Coorganisateur des "Trois Journées de Topologie à Orsay" (décembre 2005) à l'occasion du départ à la retraite de L. Siebenmann (http://www.math.u-psud.fr/∼topodyn/Mini-colloqueLarry/).

Coorganisateur des "Deux journées de théorie géométrique des groupes à Orsay" (les 20 et 21 décembre 2007), voir http://www.math.u-psud.fr/∼haglund/MiniConfGGT.php .

Depuis 2002, organisateur du groupe de travail *Théorie Géométrique des Groupes* d'Orsay (voir "séminaires" à http://www.math.u-psud.fr/∼topodyn/).

Exposés, participation à des conférences :

Participation à la conférence "Geometric group theory" à Haifa (Israel) en juin 2000.

Exposé à l'IHP en janvier 2002 : "Introduction aux immeubles et à leurs groupes d'automorphismes".

Participation à la conférence "Buildings in Geometric Group Theory" début juin 2002 à Würzburg (République Fédérale d'Allemagne). Exposé : "Arborescent constructions of buildings and applications"

Exposé à l'université McGill de Montréal (Canada) en décembre 2002 : "Commensurability of lattices in buildings".

Participation au "First Joint India - American Mathematical Society (AMS) Mathematics Meeting" décembre 2003 à Bangalore (Inde). Exposé : "Finite index subgroups of graph products".

Participation au workshop de théorie géométrique des groupes à la Banff International Research Station en juin 2005. Exposé : "Commensurability and Separability".

Exposé à Strasbourg en novembre 2005 : "Complexes cubiques speciaux".

Série de deux exposés au Séminaire Représentations de Groupes et Géométrie Hyperbolique (Chevaleret) en février 2007 : "Représentations de groupes dans des groupes de Coxeter (à angles droits)".

Exposé au séminaire Tripode de juin 2007 à Grenoble : "Géométrie des complexes cubiques CAT(0)".

Conférence à Bedlewo (Pologne) "CAT(0) cubical and systolic complexes" en juin 2007. Exposé : "Special Cubical Group".

Mini-cours à Toulouse lors de la réunion "Rencontre géométrie et probabilités dans les groupes" (janvier 2008) : "Groupes agissant sur des complexes cubiques CAT(0)".

Exposé en février 2008 à Reims : "Représentations dans des groupes de Coxeter".

Exposé en février 2008 à Orléans : "Actions de groupes sur des espaces à murs".

Exposé en mars 2008 à Amiens : "Plongements dans des groupes de Coxeter à angles droits et applications".

Exposé en mai 2008 à Bristol (Grande Bretagne) lors de la réunion du groupe "Geometric and Analytic Methods in Group Theory" : "Groups acting on CAT(0) cube complexes".

Exposé en octobre 2008 à Rennes : "Groupes agissant spécialement sur des complexes cubiques CAT(0)".

VII. ENCADREMENT.

En 2007 : encadrement du stage de M2 de Guillaume Dufour. Dufour a étudié l'article *On right-angled reflection groups in hyperbolic spaces* de L. Potyagailo et E. Vinberg (dont il a amélioré le résultat), ainsi que l'article *Hyperbolic Coxeter groups of large dimension* de T. Januszkiewicz et J. Świątkowski. Soutenance en septembre 2007.
Depuis septembre 2008, j'encadre la thèse de Guillaume Dufour. Titre : Cubulations de variétés hyperboliques réelles.
Depuis septembre 2005 Damian Osajda (université de Wroclaw, Pologne) a effectué un séjour post-doctoral de deux ans à Orsay. Il a donné deux exposés au groupe de travail de théorie géométrique des groupes d'Orsay. Damian est venu me voir très régulièrement (au moins une fois par mois, parfois beaucoup plus), il a complété sa formation initiale (sur les complexes et groupes "systoliques") en apprenant les complexes cubiques $CAT(0)$. Nous avons actuellement un travail en cours pour construire des groupes hyperboliques de bord un espace de Menger de grande dimension.

VIII. SYNTHÈSE DE TRAVAUX ET PRINCIPAUX RÉSULTATS.

(Les nombres entre [] font référence aux publications énumérées à la partie suivante. Les énoncés les plus importants sont en gras.)

Mon domaine de recherche est : la géométrie des structures discrètes (comme les complexes simpliciaux, cubiques ou polyèdraux) ; l'étude leurs groupes d'isométries ; et les applications à certains espaces (plus) classiques de la géométrie.

Comme Gromov l'a montré, même dans les géométries discrètes, on peut observer des comportements analogues à ceux des variétés simplement connexes à courbure ≤ 0 (ou $CAT(0)$) - voire à courbure ≤ -1. On peut alors envisager une *théorie géométrique des groupes*.

J'ai particulièrement travaillé autour des groupes de Coxeter, des immeubles de Tits et du complexe polyèdral $CAT(0)$ que Davis et Moussong leur associent. (Les groupes de Coxeter sont des groupes abstraits généralisant les groupes discrets d'isométries des espaces à courbure constante engendrés par des réflexions hyperplanes. Les immeubles sont des espaces "feuilletés" par des copies d'un groupe de Coxeter.)

Dans le prolongement de ma thèse ([1]), une première partie de mon travail a consisté à isoler des classes d'exemples remarquablement symétriques. J'introduis des invariants combinatoires semi-locaux (réflexions locales, holonomie), et je montre que sous des hypothèses de grandes régularité locale et d'hyperbolicité suffisante, il y a un et un seul espace simplement connexe d'invariant semi-local donné, qui de plus est très symétrique ([4]). Au contraire si on ne fixe pas les invariants semi-locaux on obtient souvent un ensemble non dénombrable d'espaces deux à eux globalement non-isomorphes, bien que tous localement isomorphes ([1] et [5]).

En nous inspirant de la géométrie des groupes de Coxeter, nous introduisons avec F. Paulin la notion d'*espace à murs* ([3]). Nous remarquons que de nombreux complexes polyèdraux à courbure ≤ 0 ont en fait une structure d'espace à murs : par exemple les hyperplans (médiateurs) définis géométriquement dans les complexes cubiques $CAT(0)$ ou dans les complexes de Davis correspondent à des murs. Nous avons alors montré que le groupe d'automorphismes G d'un espace à murs hyperbolique (avec une hypothèse sur les intersections de murs) contient un sous-groupe G^+ qui est presque simple, et cocompact dans G lorsque l'espace à murs est assez flexible. Ceci fournit des exemples de groupes localement compact simples en dimension arbitraire.

J'utilise la géométrie particulière du complexe de Davis pour fabriquer des sous-groupes d'indice fini. Il en résulte que les groupes de Coxeter fourmillent de sous-groupes d'indices finis. Par exemple les groupes de Coxeter de dimension 2 dont les relations sont de longueurs suffisament divisibles ont un commensurateur dense dans le groupes d'automorphismes de leur graphe de Cayley ([2]).

Le cas des groupes de Coxeter “à angles droits” est particulièrement favorable, grâce à leur géométrie cubique $CAT(0)$ - mais les groupes de Coxeter à angles droits sont beaucoup plus qu'une simple source d'exemples, voir plus bas. Outre le même énoncé de densité du commensurateur que dans le cas de dimension 2, j'obtiens ainsi dans [9] la généralisation complète du théorème de Scott sur le groupe du pentagone à angles droits :

Tout sous-groupe quasi-convexe d'un groupe de Coxeter à angles droits est intersection de sous-groupes d'indices finis (on dit qu'il est *séparable*).

Le théorème précédent est valable pour des groupes plus généraux : les produits graphés de groupes finis, dont la géométrie naturelle est un *immeuble de Tits à angles droits régulier*. Avec F. Paulin nous montrons que deux immeubles à angles droits de même type et de mêmes épaisseurs sont isomorphes ([5]). Je démontre que la propriété de séparabilité des sous-groupes quasi-convexes, pour les réseaux uniformes des immeubles à angles droits réguliers, caractérise la classe de commensurabilité du réseau ([8]). Ainsi :

Lorsque $p \geq 6$, tous les réseaux uniformes de l'immeuble de Bourdon I_{pq} sont commensurables.

En fait la méthode de Scott s'applique aussi dans un contexte apparemment très différent, celui des complexes simpliciaux combinatoirement à courbure ≤ 0 (introduits indépendamment par moi-même dans [6] et Januszkiewicz-Świątkowski). Avec Jacek Świątkow-ski nous avons montré la séparabilité des sous-groupes quasi-convexes de certains simplexes de groupes combinatoirement à courbure ≤ 0 et très symétriques ([11]).

Pourquoi s'intéresser aux sous-groupe séparables ? Certes il est naturel de se demander quel genre de groupes ont beaucoup de sous-groupes séparables : par exemple Gromov a demandé si on peut construire des groupes hyperboliques non-résiduellement finis. Mais ces problèmes apparemment théoriques rejoignent des préoccupations très concrètes en topologie, notamment en géométrie des 3-variétés. En effet, pour aller vite, c'est la séparabilité du groupe fondamental qui permet de relever une immersion en un plongement dans un revêtement fini. C'est pourquoi la séparabilité est un des outils qui devrait aider à résoudre la question essentielle (et toujours ouverte) de savoir si toute 3-variété admet un revêtement fini qui contient une surface incompressible.

La notion d'espaces à murs retient l'intérêt d'un certain nombre de géomètres des groupes. La raison est que cette structure se trouve être en fait “équivalente” à celle - apparemment beaucoup moins flexible - de complexe cubique $CAT(0)$ (sur lesquels porte l'essentiel de mon travail récent). Avec I. Chatterji et C. Druţu, nous généralisons la correspondance précédente à un cadre moins discret : les espaces à murs mesurés et les espaces métriques médians sont, eux aussi, “équivalents”. Ceci nous donne une caractérisation dynamique des propriétés (T) (de Kazhdan) et anti-(T) (de Haagerup) en terme d'action sur les espaces médians ([13]).

En utilisant la géométrie des hyperplans j'ai démontré dans qu'un automorphisme d'un complexe cubique $CAT(0)$ quelconque est toujours combinatoirement semi-simple ([7]), alors qu'en dimension infinie il y a des exemples qui ne sont pas $CAT(0)$ semi-simples. Cela fournit les premiers exemples de groupes qui sont anti-(T) (donc admettent une action propre sur un espace médian) mais n'admettent pas d'action propre sur un complexe cubique $CAT(0)$.

Dans le prolongement de [7], en collaboration avec Bertold Wiest nous étudions le problème de conjugaison pour les groupes agissant sur un complexe cubique $CAT(0)$. Nous avons obtenu un premier algorithme, qui, étant donné un automorphisme d'un complexe cubique $CAT(0)$, détermine un sommet minimalement déplacé en un temps quadratique par rapport à la distance de translation.

Un groupe est *cubique* s'il agit de façon discrète cocompacte sur un complexe cubique $CAT(0)$. Avec D. Wise, nous développons une théorie des groupes cubiques *spéciaux*, i.e. ceux dont l'action sur l'ensemble des hyperplans du complexe cubique a "le moins de complications possibles" ([10]). Nous obtenons:

Si un groupe cubique est (virtuellement) spécial alors il est en fait (virtuellement) sous-groupe convexe-cocompact d'un groupe de Coxeter à angles droits, en particulier il est linéaire sur les entiers et tous ses sous-groupes quasi-convexes sont séparables.

Ceci fournit donc un procédé géométrique pour détecter si un groupe (cubique) est linéaire (resp. séparable sur ses sous-groupes quasi-convexes).

D'autre part nous donnons des critères vérifiables pour qu'un groupe cubiques soit virtuellement spécial : suffisamment de parties séparables implique virtuellement spécial. Ces critères s'appliquent à un nombre étonnant de groupes cubiques "classiques".

Avec P.E. Caprace, nous résolvons dans le cadre cubique spécial une question de Gromov, qui reste ouverte pour les groupes $CAT(0)$ (même cubiques) généraux ([12])

Un groupe cubique spécial est Gromov-hyperbolique si et seulement si il ne contient pas de groupe abélien libre de rang 2.

Avec D. Wise nous poursuivons notre étude des groupes cubiques spéciaux. Les deux résultats suivants illustrent la richesse de la notion :

Tout groupe de Coxeter se plonge virtuellement dans un groupe de Coxeter à angles droits. Ses sous-groupes quasi-convexes sont donc séparables. ([14])

(Jusqu'alors les résultats de séparabilité pour les sous-groupes des groupes de Coxeter étaient très partiels.)

Soit M^n une variété hyperbolique réelle compacte arithmétique de type simple. Alors le groupe fondamental de M^n se plonge virtuellement dans un groupe de Coxeter à angles droits. Ses sous-groupes quasi-convexes sont donc séparables.

Deux articles proposant une preuve de ce dernier résultat sont soumis à publication. La partie commune est la construction d'un complexe cubique $CAT(0)$ sur lequel le groupe arithmétique $\pi_1 M^n$ agit librement et cocompactement. Il reste à montrer que cette action est (virtuellement) spéciale.

Dans le premier article ([15]), écrit en collaboration avec Nicolas Bergeron, on utilise plus systématiquement les propriétés du groupe algébrique $\mathrm{Isom}(\mathbb{H}^n)$.

Dans le deuxième article ([16]) nous utilisons, pour conclure, un résultat purement "cubique $CAT(0)$" (nous ne donnons que l'énoncé pour les produits amalgamés, mais le résultat correspondant pour les HNN est vrai) :

Amalgamons deux complexes cubiques à courbure ≤ 0 virtuellement spéciaux au dessus d'un sous-complexe localement convexe commun, soit Γ le groupe fondamental de cet amalgame. Si les deux complexes ont un groupe fondamental hyperbolique et si le sous-complexe a un groupe fondamental malnormal dans chacun des deux morceaux, alors Γ est virtuellement spécial.

Il n'y a pas vraiment de bonne théorie des amalgame de groupes résiduellement finis ou de groupes linéaires. Le résultat précédent montre qu'en renforçant résiduellement fini ou linéaire jusqu'à virtuellement spécial, on obtient une notion remarquablement stable par amalgames géométriques, ce qui va élargir considérablement la classe des groupes cubiques virtuellement spéciaux. Ce théorème, d'apparence technique, devrait avoir prochainement de nombreuses applications. Notons simplement que tout espace compact (de π_1 hyperbolique) admettant une "hiérarchie" d'hyperplans plongés et malnormaux aura un groupe fondamental virtuellement spécial, par application répétée du résultat ci-dessus.

IX. PUBLICATIONS.

[1] F. Haglund. Les polyèdres de Gromov. *C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I*, 313(9): 603–606, 1991.

[2] F. Haglund. Réseaux de Coxeter-Davis et commensurateurs. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, 48(3): 649–666, 1998.

[3] F. Haglund et F. Paulin. Simplicité de groupes d'automorphismes d'espaces à courbure négative. In *The Epstein birthday schrift*, pages 181–248 (électronique). Geom. Topol., Coventry, 1998. Voir aussi : http://arxiv.org/abs/math/9812167 .

[4] F. Haglund. Existence, unicité et homogénéité de certains immeubles hyperboliques. *Math. Z.*, 242(1): 97–148, 2002.

[5] F. Haglund et F. Paulin. Constructions arborescentes d'immeubles. *Math. Ann.*, 325(1): 137–164, 2003.

[6] F. Haglund. Complexes simpliciaux hyperboliques de grande dimension. Prépublication, 2003.

[7] F. Haglund. Isometries of CAT(0) cube complexes are semi-simple. Prépublication, disponible à http://arxiv.org/abs/0705.3386 .

[8] F. Haglund. Commensurability and separability of quasiconvex subgroups. *Algebr. Geom. Topol. (électronique)*, 6: 949–1024, 2006.

[9] F. Haglund. Finite index subgroups of graph products. *Geom. Dedicata*, 135:167-209, 2008.

[10] F. Haglund et D. T. Wise. Special cube complexes. *GAFA, Geom. Funct. Anal.*, 17: 1551-1620, 2007.

[11] F. Haglund et J. Świątkowski. Separating quasi-convex subgroups in 7-systolic groups. *Groups Geom. Dyn.*, 2:223-244, 2008.

[12] P.E. Caprace et F. Haglund. On geometric flats in the CAT(0) realization of Coxeter groups and Tits buildings. *Canad. J. Math.*. À paraître, 2009.

[13] I. Chatterji, C. Druţu et F. Haglund. Kazhdan and Haagerup properties from the median viewpoint. *Advances in Mathematics*. À paraître, 2009.

[14] F. Haglund et D. T. Wise. Coxeter groups are special. Soumis.

[15] N. Bergeron, F. Haglund, et D. T. Wise. Hyperplane sections in arithmetic hyperbolic manifolds. Soumis.

[16] F. Haglund et D. T. Wise. A combination theorem for special cube complexes. Soumis.