

TP5: Processus AR et MA

MAP-STA2 : Séries chronologiques

Yvenn Amara-Ouali [yvenn.amara-ouali@universite-paris-saclay.fr]
Margaux Zaffran [margaux.zaffran@inria.fr] Yannig Goude [yannig.goude@edf.fr]

Exercice 1

On considère le processus défini par l'équation:

$$X_t - \phi X_{t-1} = \varepsilon_t$$

ou ε_t est un bruit blanc gaussien de variance $\sigma^2 > 0$.

1. Quel est le nom du processus X_t ainsi défini? Discuter selon les valeurs de ϕ sa stationnarité, donner quand c'est possible sa représentation canonique et son développement moyenne mobile infinie.
2. On suppose que $|\phi| < 1$. Calculer $\rho(h)$ l'autocorrélation d'ordre h du processus ainsi que $r(h)$ l'autocorrélation partielle d'ordre h .
3. Déterminer la matrice d'autocovariance d'ordre h de X_t (matrice de variance-covariance du vecteur $(X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-h})$)
4. Simuler une trajectoire de taille $n = 500$ de ce processus à l'aide de la fonction `arma.sim` de `r`, choisir $\sigma = 0.5$. Représenter graphiquement cette trajectoire.
5. Estimer la matrice d'auto-covariance d'ordre $h = 10$. Comparer avec la valeur théorique obtenue en 3.
6. Proposer un estimateur empirique de ϕ à partir des observations de la trajectoire x_1, \dots, x_n simulée, puis par une méthode de monte-carlo proposer un intervalle de confiance à 95% pour l'estimateur de ϕ . Etudier en fonction de n la taille de cet intervalle, le résultat obtenu vous paraît-il logique? Représenter graphiquement ce résultat.

Exercice 2

1. Importer les données `exercices2.txt`.
2. Calculer la densité spectrale de la variable y (utiliser la fonction `spectrum` de `r`).
3. Identifier les fréquences portant le plus d'information. En déduire un modèle de régression permettant d'effectuer une prévision de cette série.

Exercice 3

1. Importer les données `exercice3.txt`.
2. Représenter graphiquement `x1`, `x2`, `x3` et `x4`.
3. Déterminer le type et l'ordre de ces 4 processus, justifier.
4. A l'aide de la fonction `arma` de `r` estimer les coefficients des modèles choisis en 3. Représenter sur un même graphique les séries et leurs prévisions à horizon $h = 10$.