Développements possibles : groupes

D. Harari

Agrégation

1. Théorème de Lagrange et conséquences (tout le paragraphe 1.4) : leçon **104**. Réf : [1], Th. II.2.9.

2. Les théorèmes d'isomorphisme (Th. 1.24, Cor. 1.25, Th. 1.26) : leçon **103**. Réf : [1], Th. IV.4.28, IV.4.34, IV.4.36.

3. Propriétés du sous-groupe dérivé (§1.6) : leçon **103**. Réf : [1], Th. 4.39.

4. Équations aux classes et formule de Burnside (Prop. 2.8, Cor 2.9 et exercice III.1) : leçons **101, 104**. Réf : [1], Cor. V.5.21 et exercice V.17.

5. Théorème de Sylow (Th. 2.15), plus éventuellement une partie du deuxième th. de Sylow (Th. 2.18) : leçons **101, 104, 121**. Réf : [2], Th. I.5.4. et I.5.7.

6. Décomposition d'une représentation en somme d'irréductibles (Th. 3.7 et Th. 3.9) : leçon **107**. Réf : [4], Th. 1 et Th. 2 pp. 18–19.

7. Lemme de Schur et conséquences (Lemme 3.12 et Cor. 3.13 ; la Prop. 3.14 est un peu pénible à exposer...) : leçon **107**. Réf : [4], Prop. 4 et Cor. 1 pp. 25–26.

8. Orthogonalité des caractères (Th. 3.15, Cor 3.16, Th. 3.17 et Cor. 3.18) : leçon **107**. Réf : [4], pp. 28–29.

9. Nombre de caractères irréductibles (lemme 3.21, Th. 3.22 et Cor. 3.23) : leçon **107**. Réf : [4], pp. 31–32.

10. Table de caractères de $\mathcal{A}_4$ (paragraphe 4.2) : leçons **105, 107**. Réf : [4], pp. 57–58.

11. Groupe multiplicatif d'un corps fini (exercice II.2) : leçons **104, 120, 123**. Réf : [2], Th. III.2.7.

12. Conjugaison dans $\mathcal{A}_n$ (exercice IV.2) : leçons **105, 108**. Réf : [2], Prop. I.4.10.

13. Simplicité de $\mathcal{A}_5$ (exercice IV.3) : leçons **103, 104, 105, 108** Réf : [2], Th. I.8.1.

14. Simplicité de $\mathcal{A}_n$ à partir de celle de $\mathcal{A}_5$ (exercice IV.4) : leçons **103, 104, 105, 108**. Réf : [2], Th. I.8.1.

15. Caractères de degré 1 d'un groupe abélien (exercice V.2) : leçons **107, 110**. Réf : [3], §VI.1.

16. Construction et propriétés du produit semi-direct : leçons **101, 103**. Réf : [2], §I.1.6.

17. Groupes résolubles : leçons **103, 104**. Réf : [1], §VII.2.

Références

[1] J. Calais : Éléments de théorie des groupes, Presses Universitaires de France, Paris, 1984.

[2] D. Perrin : *Cours d'algèbre*, Ellipses 1996.

[3] J-P. Serre : *Cours d'arithmétique*, Presses Universitaires de France, Paris, 1970.

[4] J-P. Serre : *Représentations linéaires des groupes finis*, Hermann, Paris, 1967.