Quelques erreurs fréquentes

Exercice 1 : Espaces localement connexes (7 points)

a) Il y a eu des démonstrations erronées, à base de l'assertion fausse que l'intersection de deux connexes serait connexe.

d) Même erreur parfois qu'en a).

e) La notion de base de voisinages n'a pas toujours été bien comprise, d'où des preuves imprécises.

f) La détermination des composantes connexes de $X - D$ n'a souvent pas été bien justifiée (et était parfois fausse).

Exercice 2 : Caractérisation d'une boule ouverte (9 points)

a) Le fait que l'ensemble en question soit non vide a parfois été oublié (ou mal justifié).

c) Attention, on n'a pas toujours deux points qui réalisent la distance correspondant au diamètre, ce qui fait que certaines démonstrations étaient erronées.

d) Même erreur qu'en c), ou encore erreur de croire que le diamètre d'une boule de rayon R est R (alors que c'est $2R$).

f) Nombreuses preuves incomplètes, en particulier n'exploitant pas correctement le résultat du d).

Exercice 3 : Vrai ou faux ? (6 points)

b) Parfois donné à tort comme assertion fausse, avec comme exemple des fonctions qui étaient continues mais pas uniformément continues.

c) Une erreur assez subtile pouvant faire croire que l'assertion était fausse : si on considère les suites bornées (ou un exemple analogue), l'ensemble $[0,1]^{\mathbf{N}}$ des suites à valeurs dans $[0,1]$ n'est pas compact, car la topologie induite par la norme sup n'est pas la topologie produit (différence entre convergence de type "simple" ou uniforme).

d) Beaucoup ont pris une base dénombrable, mais hélas E ne peut alors pas être complet (via Baire). Il fallait donc prendre un espace complet de dimension infinie, et modifier un peu la définition de f au cas d'une base infinie non dénombrable.

e) C'était la question la plus dure. Très peu de bonnes réponses, en particulier les espaces proposés n'étaient pas toujours localement compacts.