

Laurent NOTTALE, *La relativité dans tous ses états*. Hachette, Littératures, Collection « Sciences », Paris, 1998.

DEUX INFINIS COUSUS MAIN

par **Joël Merker**

Astronome à l'observatoire de Paris-Meudon, Laurent Nottale publie depuis le début des années quatre-vingt des articles scientifiques visant à réconcilier, reformuler et harmoniser les équations de la physique quantique et de la relativité générale. L'objectif de ses travaux est clair : il s'agit d'« élaborer une nouvelle vision du monde », de bâtir un « nouvel univers » compréhensible tant à l'échelle cosmique que sub-quantique. Aussi bien, encore, de répondre aux questions si naïves, que la physique s'est refusée jusqu'ici à feindre aucune hypothèse (par exemple pourquoi la vitesse  $c = 299\,792\,458\text{m/s}$  de la lumière dans le vide et pourquoi la constante de la gravitation  $G = (6.6726 \pm 0.0009)10^{-11}\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$  ont-elles leur valeur?). « J'ai voulu répondre », dit Nottale, « aux problèmes posés par la mécanique quantique avec la méthode relativiste, c'est-à-dire répondre aux pourquoi et pas seulement aux comment<sup>1</sup>. »

Ce livre prétend donc, avec la modestie d'une pensée, emboîter le pas des plus grands, depuis Copernic, Galilée et Huygens jusqu'à Einstein, en passant par Newton, Mach et Poincaré. Il espère visionner mieux l'univers en modifiant une hypothèse des plus liminaires de la physique, la différentiabilité de l'espace-temps.

*Lever certaines hypothèses résiduelles*, comme par exemple le géocentrisme ou l'éther newtonien, l'heure est dans ce « geste » aux bouleversements théoriques, aux fondations nouvelles, aux questions métaphysiques. Ici, Nottale dévoile son approche constructive de l'« Anhypothétique ». Il ne s'agit rien moins que d'élaborer des principes premiers qui pourraient servir de fondation consistante à la mécanique quantique et à la relativité générale, sur la base d'une hypothèse plus élevée concernant l'espace-temps que nous allons expliquer.

Si certains scientifiques sont persuadés que Nottale suit une bonne intuition, que ses prédictions seront confirmées, d'autres doutent qu'une telle entreprise puisse être menée à bien et lui reprochent de passer sous silence quelques difficultés théoriques. Mais ce livre, d'une pédagogie, d'une clarté et d'une rhétorique exceptionnelles, fruit d'une véritable rencontre entre physique et pensée, mérite un détour et ne laissera pas indifférent quant aux suggestions sur l'origine, la finitude ou l'infinitude de l'univers.

Lire cette aventure du principe de relativité, c'est aussi comprendre pourquoi la métaphysique implicite de la pensée physique converge vers cet « Anhypothétique » singulier qui enivra les découvertes d'Einstein. Et pourquoi la recherche des principes premiers est un rêve volontariste générateur de réalité et de rationalité. La synthèse

---

1. « Le problème du pourquoi et du comment est souvent, en fait, une affaire de poupées russes qui s'emboîtent à l'infini. »[REF?]

que propose Nottale de ses quinze années de recherche est de surcroît très compréhensible et accessible à un large public, comme l'est le petit livre d'Albert Einstein, *La Relativité*.

Ce livre entreprend tout d'abord de suivre brièvement l'histoire de l'idée de relativité dans les constructions physiques de Galilée, Newton, et surtout Poincaré et Einstein, dans le but de découvrir un « principe unificateur, une méthode de construction des lois de la physique, un élément de diagnostic de ses crises et un mode de pensée même ». Cette propédeutique introduit à sa théorie de la relativité d'échelle et à son idée d'espace-temps fractal<sup>2</sup>.

Évidemment, l'historien des sciences n'y trouvera que des analyses faiblement documentées. En vérité, notre auteur-physicien s'exerce surtout à détecter la nature des questionnements qui sont à l'origine des généralisations effectives du principe de relativité. L'histoire pour lui est une source – d'inspiration.

Tout d'abord, en 1916 [REF?], ce principe, Einstein l'avait énoncé ainsi: *Les lois de la nature doivent être valides dans tous les systèmes de référence, quel que soit leur état. Le principe de relativité d'échelle de Nottale généralise ce postulat: Les lois de la nature s'appliquent quel que soit le mouvement, mais aussi quelle que soit l'échelle du système de coordonnées.* Dans la lignée Galilée-Einstein, au quadrivecteur d'espace-temps qui constitue en relativité restreinte le véritable invariant physique des systèmes de coordonnées, Nottale ajoute un nouvel élément, l'échelle, c'est-à-dire la résolution spatiale et temporelle à laquelle on observe un objet. Cette donnée est relative, car seul un rapport de résolution a un sens, jamais une résolution absolue. Tout consiste à comprendre l'articulation de la théorie de la relativité d'échelle en tant que tentative de réponse aux questionnements physiques contemporains.

Rapidement, pour situer le livre, l'auteur y expose les fondements philosophiques d'une physique non différentiable, c'est-à-dire fractale, à échelles variables relatives, dont se déduit la physique quantique et qui offre des interprétations physiques nouvelles des *limites de Planck* et des points d'unification des quatre interactions fondamentales.

En écrivant cet essai presque un siècle après la parution d'Einstein 1905 [REF?], Nottale adopte une démarche de reconstruction conceptuelle, synthétique, rhétorique et pédagogique dont la musique véritable est celle des suggestions secrètement évidentes qui murmurent les théories physiques à la pensée. Ce n'est donc ni un ouvrage d'épistémologie, ni un ouvrage de vulgarisation, ni un de ces ouvrages courants qui compilent brillamment la culture. L'ambition est de penser, par soi-même.

Avant d'entrer dans un résumé des hypothèses et des résultats, mentionnons les deux sources d'inspiration auxquelles Nottale aime se rattacher. Plus ou moins explicitement, il semble agréer l'idée que les intuitions de potentialité qui l'habitent ont du « chuchoter » à Einstein, à Feynman et d'autres, en leur temps.

La première est un extrait d'une lettre d'Einstein à Pauli 1948 [REF?] dans laquelle Nottale estime qu'Einstein a entrevu que l'*abandon de la différentiabilité de l'espace-temps* puisse être une clé de la compréhension du domaine quantique. Tout d'abord: « Si la fonction  $\Psi$  ne décrit pas de façon complète la situation réelle d'un système

---

2. Idée qui fut proposée indépendamment par G. ORD (J. of Physics A: Math. and general, 1983) et NOTTALE-SCHNEIDER, J. of Math. Physics, 1984.

individuel, il doit bien exister une description complète, et il faut la chercher ». (Cette phrase très célèbre sera approfondie lorsque l'auteur proposera une déduction et une application de la Mécanique Quantique à partir du principe de relativité d'échelle, *cf.* « Déduction de la Mécanique Quantique » *infra*).

Ce passage fait suite : « Je vous ai dit plus d'une fois que je suis un partisan acharné non pas des équations différentielles, mais bien du principe de relativité générale, dont la force heuristique nous est indispensable. Or, en dépit de bien des recherches, je n'ai pas réussi à satisfaire le principe de relativité générale autrement que grâce à des équations différentielles ; peut-être quelqu'un découvrira-t-il une autre possibilité, s'il cherche avec assez de persévérance. » (Cette possibilité sera offerte par l'introduction des géométries fractales.)

La seconde source est un travail de Feynman 1940 [REF?] et Feynman-Hibbs 1965 [REF?] dans lequel le concept de trajectoires quantiques est réhabilité, mais au prix d'une irrégularité forte qui fait que les chemins quantiques n'ont pas une pente (ou une vitesse) bien définie partout, c'est-à-dire sont non différentiables et que la vitesse quadratique moyenne est infinie en tout point.

En termes actuels, cette description signifie que la dimension fractale des trajectoires est au moins égale à deux. Feynman aurait alors presque envisagé en 1940 les trajectoires physiques comme des fractales.

Enfin, pour achever ces remarques préliminaires, je note tout de même que l'insertion technique dans les équations de la nouvelle physique fractale de ces idées n'est pas présentée dans l'ouvrage – ce qui laisse un peu sur sa faim.

Consacrons maintenant quelques lignes concises à résumer et à commenter les raisonnements de ce livre. Il est certain qu'un immense chantier de compréhension philosophique des idées mathématico-physiques qui habitent tous les essais contemporains de cosmologie ou de gravitation quantique mériterait d'être entrepris. Qui s'en sent la force ? Aujourd'hui, la gravitation quantique a la réputation d'un Graal. Pourquoi ? Qu'y a-t-il de pensée cachée ? Où va la raison ? Au moins, l'idée d'introduire dans la nouvelle théorie deux échelles de résolution spatiales ( $10^{-32}$  mm et  $10^{25}$  mm) ou temporelles finies et indépassables, constitue sans doute l'aspect fondateur de l'essai : on peut y voir une solution physicienne nouvelle aux antinomies kantienne, l'indéfini de la dichotomie et la progressivité de l'indéfini rencontrant des bornes finies asymptotiques (*cf.* « Loi d'échelle lorentzienne », « Analogie avec la relativité restreinte » et « Grandeurs de Planck », *infra*) qui possèdent les propriétés physiques du zéro et de l'infini. Mais – leçon de modestie oblige –, la « vaste tâche » qui consisterait à traduire tous les niveaux de la relativité générale et de la théorie quantique en termes d'espace-temps fractal « commence à peine » !

. **a. Le principe de relativité.** Premièrement, il est dans la nature du mouvement de n'être que relatif. Galilée affirma aussi que le vrai mouvement n'existe pas. Le mouvement n'agit comme mouvement que pour autant qu'il est en rapport avec des choses qui en soient dépourvues. *Il est comme s'il n'était pas.*

De même, la gravitation est comme si elle n'était pas. En vertu du célèbre principe d'équivalence d'Einstein : *tout champ de gravitation est localement équivalent à un champ d'accélération.* Par un choix judicieux de système de coordonnées (la chute libre, par exemple) la pesanteur peut être tout simplement supprimée. Il est bien connu que l'invariance des lois physiques par rapport aux changements de référentiel

conduit :

– Dans le cadre de la relativité restreinte, aux transformations de Lorentz, énoncées par Poincaré en 1904 et Einstein en 1905

– Dans le cadre de la relativité générale, aux équations d'Einstein qui identifient formellement les effets de la gravitation aux manifestations de la courbure de l'espace-temps. La matière induit et change la courbure de l'espace-temps et les particules-tests libres parcourent les géodésiques de cet espace riemannien.

Seulement, les équations différentielles sont elles aussi « comme rien », car très ou trop générales. Elles ne font que traduire, mathématiquement, ce peu d'hypothèses, le principe de relativité, le principe d'équivalence et le principe de covariance forte qui en découle, lequel exige que les lois différentiables du mouvement ne dépendent pas du référentiel. Elles ne disent rien de concret sur leur solutions.

**b. Anhypothesis universalis.** « *Hypotheses non fingo* », affirmait Newton. Einstein unifia le mouvement avec une puissance supérieure, avec une plus profonde *absence d'hypothèses*. Plus les hypothèses sont élevées, générales, plus elles sont vides, détentrice de puissance pure.

L'essai de Nottale montre que les profondeurs de l'anhypothétique (et en particulier son dispositif) :

– Réveillent encore le cercle vertueux du Principe de Raison, en tant que son évidence légitime en quelque sorte l'auto-déploiement du concept : « On pourrait alors pousser l'argumentation au point d'affirmer que, finalement, le principe de relativité n'existe pas en soi, et se ramène à une tautologie. L'énoncé se suffit à lui-même, autrement dit, il se réduit au postulat de base sur lequel la science se fonde : *il existe des lois de la nature* » ;

– Suscitent de l'effectivité hypothétique : il faut lever les dernières hypothèses résiduelles de la relativité générale, la différentiabilité et peut-être aussi, la continuité.

Deux moments : vide et élimination, tautologie et assomption. Le problème semble toutefois d'une difficulté extrême : abandonner la différentiabilité, c'est abandonner toutes les équations et la géométrie différentielles, outils de base de la physique !

Jamais, dans le livre, le basculement à l'irrégularité spatiale n'est présenté comme un principe externe : l'idée consiste seulement à généraliser le principe de relativité à un espace-temps non différentiable, c'est-à-dire à gommer l'hypothèse implicite voire fautive de sa régularité. Continuité métaphysique, clé du titre.

Il ne s'agit pas non plus d'une pétition de fractalité. (Rappelons que les objets géométriques continus non lisses sont d'une complexité extrême et que l'univers fractal apparaît naturellement dans la théorie des ondelettes<sup>3</sup>, en dynamique holomorphe<sup>4</sup> et dans des phénomènes d'optimisation sous contrainte, comme par exemple la croissance du poumon qui maximise une surface tout en minimisant un volume.)

L'hypothèse que l'espace-temps est fractal n'est en fin de compte pas une hypothèse. Partant de là, l'auteur définit ce qu'il appelle la relativité d'échelle. Cette notion reflète le fait que la fractalité et la lissité des objets se manifestent d'une manière prépondérante à des échelles différentes.

---

3. Voir les travaux de Y. Meyer *et al.*

4. Voir Voir les travaux de A. Douady *et al.* [Mille references donc pas de references, SVP]

**c. Relativité d'échelle.** Le nouveau cadre consiste à considérer le continuum de toutes les résolutions spatiales possibles, sous la forme d'un espace des échelles. La résolution, c'est l'intervalle linéaire d'erreur avec lequel une mesure est faite. Une résolution très fine fait intervenir des échelles très profondes. L'échelle des échelles dans la Nature s'étend de l'échelle de Planck ( $1.6 \cdot 10^{-35}$  m) à l'échelle cosmologique ( $10^{26}$  m). Le rapport est de plus de  $10^{60}$ . Les lois physiques dépendent des échelles comme d'une cinquième dimension. Le principe de relativité d'échelle exigera la covariance des lois sous n'importe quelle transformation d'échelle. L'apparition des phénomènes quantiques est liée à la fractalité grandissante de l'espace aux échelles microphysiques (*cf.* « Dédution de la Mécanique Quantique » *infra*).

**d. Exemple: l'électron fractal.** Modèle du caractère fractal du monde microphysique, l'électron à échelle classique (c'est-à-dire quelques Ångström) se comporte comme une particule élémentaire cohérente et insécable. À des longueurs inférieures à sa longueur de Compton  $\lambda_C(e^-) = h/2(\pi m(e^-)) \cong 5 \cdot 10^{-4}$  Å, l'électron devient plus complexe et se trouve soumis à de curieux phénomènes. Il émet et absorbe des photons en permanence. La raison en est que pour faire des mesures à cette échelle, il faut une énergie dépassant l'énergie  $m(e^-)c^2$  de repos, suffisante pour créer d'autres particules. Encore plus profondément, on voit naître de ces photons la création de paires d'électrons-positrons. À des échelles deux cent fois plus petites, on observe la création de paires muons-antimuons (de masse 206 fois celle de l'électron). Finalement, avec une précision infinie, on rencontre à l'intérieur de l'électron le lepton tau, les quarks  $u, b, c, s, b, t$  – l'ensemble des particules élémentaires sous forme de paires particules-antiparticules! (En vérité, ces structures internes sont virtuelles, c'est-à-dire d'un temps de vie très bref).

A noter que l'on observe à cause de ces émissions une variation de la charge électrique et de la masse de l'électron.

**e. Loi d'échelle lorentzienne.** Nottale l'obtient par analogie. Supposons que l'on souhaite déterminer la longueur d'une trajectoire  $L(\varepsilon)$  et sa dimension fractale  $\delta(\varepsilon)$  en fonction de l'échelle  $\varepsilon$ . Une transformation galiléenne correspondrait à  $\delta(\varepsilon) = ct$ . Pour une échelle de transition fractale/non fractale  $\lambda$  donnée, si on applique un facteur de dilatation  $\rho$  à une échelle  $\varepsilon \ll \lambda$ , on obtiendra une nouvelle échelle  $\varepsilon' \ll \lambda$  donnée par la formule

$$(1) \quad \text{Log} (\lambda/\varepsilon') = \frac{\text{Log} (\lambda/\varepsilon) + \text{Log} \rho}{1 + \frac{\text{Log} (\lambda/\varepsilon)\text{Log} \rho}{\text{Log}^2 (\lambda/\mathbb{L})}},$$

où  $\mathbb{L} = (Gh/(2\pi c^3))^{1/2} \cong 1.6 \cdot 10^{-32}$  mm est la longueur de Planck. Dans une telle loi, la dimension fractale (formule non précisée)  $\delta(\varepsilon)$  tend vers l'infini quand  $\varepsilon$  tend vers l'échelle  $\mathbb{L}$ . Elle joue dans les formules le même rôle que joue le temps pour le mouvement.

Comme en relativité restreinte :

– si l'on applique deux fois la même contraction  $\rho$  à un objet, le résultat est une contraction moindre que la contraction  $\rho^2$  ;

– la longueur minimale que l'on peut résoudre tend asymptotiquement vers la valeur limite  $\mathbb{L}$ , ce que l'on voit en posant  $\varepsilon = \mathbb{L}$  dans l'équation (1) : quelle que soit la contraction  $\rho$ , on a  $\text{Log} (\lambda/\varepsilon') = \text{Log} (\lambda/\varepsilon)$ , *i.e.*  $\varepsilon' = \mathbb{L}$ .

Dans cette théorie, on considère la longueur de Planck comme une échelle invariante et indépassable, de la même manière qu'en relativité restreinte, on introduit une vitesse  $c$  finie et indépassable, s'identifiant à la vitesse d'une particule de masse nulle le vide.

**f. Analogie avec la relativité restreinte.** L'échelle-limite est un horizon. De même que, du point de vue du mouvement, on peut ajouter indéfiniment des vitesses les unes aux autres, sans que le résultat dépasse la vitesse de la lumière, de même, un nombre arbitrairement grand de contractions successives appliquées à une échelle initiale quelconque conduira à une échelle qui restera toujours supérieure à l'échelle-limite.

**g. Grandeurs de Planck.** Abstraitement, la constante  $\mathbb{L}$  surgit comme constante fondamentale des transformations lorentziennes d'échelle, sans valeur prédéterminée. Pourquoi choisir  $\mathbb{L} = (Gh/(2\pi c^3))^{1/2}$ ? (Il en est de même pour  $c$  dans le groupe de Lorentz-Poincaré.) Cette échelle-limite est connue. C'est une sorte de barrière naturelle. À cette échelle, en théorie quantique classique, les effets de la gravitation et les effets quantiques s'équilibrent. L'espace-temps y semble se briser. Les phénomènes physiques à de telles résolutions nécessitent d'ultra-hautes énergies. D'autres arguments :  $\mathbb{L}$  est construite à l'aide des trois grandeurs fondamentales,  $c, G, h$  : vitesse de la lumière, constante de la gravitation, constante de Planck ;  $\mathbb{L}$  n'est la longueur caractéristique d'aucun objet physique particulier ; À partir de ces trois constantes, on peut construire deux autres grandeurs-limite fondamentales : la masse de Planck  $m_{\mathbb{P}} = (hc/(2\pi G))^{1/2} \cong 2.2 \cdot 10^5$  g et le temps de Planck,  $t_{\mathbb{P}} = \mathbb{L}/c = (hG/(2\pi c^5))^{1/2} \cong 5.4 \cdot 10^{-44}$  s. L'ensemble des lois physiques peut se réexprimer à partir de ces trois nouvelles constantes.

**h. A-dimensionalité des grandeurs physiques.** En poursuivant ce raisonnement, Laurent Nottale propose de rapporter toutes les grandeurs physiques à leur rapport à ces grandeurs de Planck  $\mathbb{L}_{\mathbb{P}}, m_{\mathbb{P}}$  et  $t_{\mathbb{P}}$ . Ce rapport est toujours supérieur à 1 dans le cas de la longueur et du temps. Dans une telle formulation, les équations de la physique deviendraient alors sans dimension : *exéunt* les unités fondamentales  $[M^e L^f T^g]$  : dans la nouvelle théorie, ces constantes deviennent de nouveaux 1. De la même façon que, depuis la relativité restreinte, la vitesse de la lumière peut jouer le rôle d'une unité naturelle pour les vitesses, d'un 1 fondamental. En unité naturelle de Planck, il serait dans la nature de tout intervalle de longueur de temps d'être un nombre sans dimension toujours supérieur à un. Je vois dans ce raisonnement que Nottale aime à répéter une nouvelle manifestation de l'Anhypothesis : exigence d'hypothèses minimales, du moins d'hypothèses possible.

**i. Unification des trois interactions fondamentales.** En relativité d'échelle, la longueur de Planck est un horizon. Nottale s'attend à voir des corrections croissantes à la mécanique quantique standard vers de très hautes énergies.

À la longueur de Planck correspond l'énergie de Planck  $E_{\mathbb{P}} = m_{\mathbb{P}}c^2 \cong 10^{19}$  GeV dans la théorie quantique standard. Dans le cadre des nouvelles lois de dilatation,

- $\mathbb{L}_{\mathbb{P}}$  est indépassable.
- Il lui correspond une énergie infinie (*l'énergie n'est pas bornée!*).
- À l'énergie de Planck correspond maintenant une nouvelle échelle invariante  $\lambda_{\mathbb{P}} \cong 10^5 \lambda_{\mathbb{P}}$  qui est  $10^{12}$  fois plus petite que l'échelle des bosons faibles (d'énergie  $\cong 100$  GeV).

– Cette échelle  $\lambda_{\mathbb{P}}$  se révèle être une nouvelle échelle de grande unification simultanée, alors que dans la théorie de l'unification électrofaible, l'unification s'opérait en deux temps, la gravitation rejoignant *après coup* les trois actions électromagnétiques faibles ( $2\times$ ) et forte ( $1\times$ ) unifiées. Mais il est capital de savoir que la limite actuelle des accélérateurs de particules se situe juste au-dessus de l'unification électrofaible, à une résolution de  $10^{-16}$  cm, c'est-à-dire environ mille milliards de fois moins fine que  $\lambda_{\mathbb{P}}$  ! Enfin, pour cette raison, les confirmations expérimentales attendues ne pourront se réaliser qu'à la condition d'inventer des dispositifs permettant de « deviner » de très loin des comportements caractéristiques, un peu comme on explore « de très loin » l'univers extragalactique.

**j. Dédution de la mécanique quantique.** C'est l'objectif le plus ambitieux de la théorie. On sait que la mécanique quantique repose sur des axiomes, un dizaine, déduits des expériences de microphysique dont il était impossible de rendre compte à l'aide des concepts classiques. Ces axiomes sont sans pourquoi, sans principe. De plus, l'espace-temps y est plat, comme en relativité restreinte. Ceci, en contradiction avec la métaphysique leibnizienne, avec les idées de Mach, et avec la relativité générale d'Einstein. Nottale réagit au fait que la quantification est un précepte a priori et qu'elle n'apporte aucun élément de réponse à la question fondamentale, celle de la recherche de principes premiers qui pourraient servir de fondation à la théorie quantique. Le lecteur se rendra compte par lui-même que la déduction de la mécanique quantique à partir d'un principe métaphysique supérieur, en l'occurrence, le principe de relativité, avait dû constituer la motivation initiale de l'auteur lors de ses premiers travaux.

D'après la présentation qu'il en donne, il est effectivement possible :

- D'introduire des espaces infinis de géodésiques fractales, censées décrire les trajectoires probables des particules.
- De tenir compte mathématiquement des transformations d'échelle.
- De définir des vitesses moyennes « vers l'avant »  $V_{av}$  et « vers l'arrière »  $V_{ar}$  par un processus de moyennisation, lesquelles diffèrent en direction et valeur absolue.
- De lire la non réversibilité, c'est-à-dire la brisure de l'invariance par réflexion temporelle, dans les équations d'évolution.
- D'introduire une vitesse  $\mathbb{V}$  complexe (c'est-à-dire  $\mathbb{V} \in \mathbb{C}$ ) définie par  $\text{Re } \mathbb{V} = \frac{1}{2}(V_{av} + V_{ar})$  et  $\text{Im } \mathbb{V} = \frac{1}{2}(V_{av} - V_{ar})$ .
- Mais aussi, en reprenant toutes les grandes lignes de la mécanique classique hamiltonienne, de généraliser tous les concepts aux objets non différentiables à condition de leur faire prendre des valeurs complexes. C'est le cas pour l'action.
- Enfin, d'imposer le principe d'action stationnaire à cette action complexe et de voir apparaître naturellement la fonction d'onde et l'équation de Schrödinger.

Malheureusement, ce n'est pas dans ce livre<sup>5</sup> que l'on peut accéder à ces fondements mathématiques de la mécanique quantique au moyen de l'espace-temps fractal relatif de position, d'échelle et de mouvement. D'après l'auteur, cette analyse a un sens en dimension fractale égale à deux. C'est-à-dire que les trajectoires virtuelles s'identifient à des géodésiques de dimension fractale égale à deux. Enfin, cette analyse fractale semble a posteriori « cachée » dans le formalisme des opérateurs auto-adjoints sur des

---

5. Voir : L. NOTTALE, *Fractal Space-Time and Microphysics: Towards a Theory of Scale Relativity*, World Scientific, 1993

espaces de Hilbert.

En résumé, l'équation de Schrödinger s'écrirait de manière covariante comme l'équation des géodésiques pour le mouvement inertiel dans le vide. Par conséquent, le comportement quantique apparaîtrait comme la manifestation du caractère non différentiable et fractal de l'espace-temps.

**k. Cosmologie fractale.** Pour terminer cette présentation, j'aimerais ajouter que l'auteur transpose aussi l'idée de complexité fractale de l'espace-temps à l'échelle cosmologique. Une de ses idées consiste à penser qu'il existe deux échelles (vagues, non absolues) de transition entre les domaines fractal et non fractal, situées approximativement à  $\cong 5 \cdot 10^{-10}$  mm (Rayon de Bohr) et à  $\cong 10^{24}$  mm (amas de galaxies) – l'univers, dans l'intervalle, se contentant d'arborer un comportement « classique », différentiable, lisse. Alors l'infiniment petit et l'infiniment grand, tous deux bornés mais asymptotiquement éloignés de nous, se rejoindraient l'un l'autre dans leur complexité fractale infinie.

Mais aussi, Nottale affirme que ces concepts fractals s'appliquent à des systèmes évoluant à l'échelle astronomique qui étaient considérés jusqu'à maintenant comme strictement classiques : le système solaire et les amas galactiques, par exemple. L'auteur prédit théoriquement une quantification des orbites planétaires. On sait que l'intuition de l'existence d'une loi de structuration des distances planétaire remonte à Kepler. Il existe une règle mnémotechnique, appelée règle de Titius-Bode, qui donne le demi-grand-axe des ellipses planétaires, ramenées à l'unité 1 pour celui de la Terre,  $a_n = 0.4 + 0.32^{n-2}$ ,  $n = 2$  correspondant à Vénus,  $n = 3$  à la Terre, etc., valable (très approximativement) jusqu'à Uranus, en comptant seulement une ceinture d'astéroïdes entre Mars et Jupiter. On n'avait jamais réussi à donner un fondement théorique à une telle relation, si séduisante soit-elle. Mais elle est maintenant balayée.

L'ultime chapitre semble en effet apporter une confirmation expérimentale à l'hypothèse de la fractalité de l'espace-temps qui aboutit à la prédiction théorique de cette quantification avec une loi réelle en  $1/n^2$  qui vient corriger la loi de Bode. En effet, en se référant à des articles récemment publiés<sup>6</sup>, l'auteur prédit l'apparition d'une constante  $w_0$  ayant la dimension d'une vitesse, censée rendre compte des fluctuations gravitationnelles apparaissant dans les systèmes astronomiques en orbite ou en amas. Cette constante  $w_0$  intervient dans un théorème qui énonce que les distances de corps orbitant à leur foyer doivent varier comme  $n^2$  et les vitesses comme  $w_0/n$ ,  $n$  étant un entier naturel  $\geq 1$ . Elle n'est bien sûr pas fixée théoriquement, mais ce sont des observations effectuées il y a une vingtaine d'années par William Tifft sur la distribution des vitesses de paires de galaxies éloignées qui ont permis de la deviner empiriquement. Tifft avait remarqué que ces vitesses relatives n'avaient pas une distribution continue, mais se concentraient autour de valeurs particulières comme 144 km/s, 72 km/s, 36 km/s et 24 km/s, effet qui rencontra d'abord le plus grand scepticisme, mais qui fut confirmé ensuite par de nombreuses observations. Et de quelle manière ! Cette constante  $w_0 = 144$  km/s est cachée dans le système solaire, puisque qu'on peut constater que les vitesses des planètes du système solaire interne sont effectivement données par  $v_n = w_0/n$  km/s, où  $w_0 = 144.3 \pm 1.2$  km/s et où Mercure, Vénus, Terre et Mars prennent respectivement les rangs  $n = 3, 4, 5$  et  $6$ . À des échelles  $10^{12}$  fois plus

---

6. Hermann, Schumacher, Guyard 1998. Nottale, Schumacher, Gay 1997.[REF?]



petites, on retrouve une quantification qui était observée à l'échelle ultra-galactique ! Les astéroïdes se voient attribuer quatre niveaux de quantification, pour  $n = 7, 8, 9$  et  $10$ . On notera que Mercure n'est pas la première planète dans ce cadre, mais la troisième. Deux orbitales sont donc prédites, l'une à  $0.18$  UA ( $n = 2$ ) et l'autre à  $0.05$  UA ( $n = 1$ ) du soleil. Cette même quantification se retrouve confirmée dans la distribution des satellites de Mars, Jupiter, Uranus et Saturne.

Enfin, pour couronner le tout, il se trouve qu'on obtient déjà une nouvelle confirmation expérimentale de cette loi et de l'existence de  $w_0$  à l'échelle des planètes dites extrasolaires, ou exoplanètes, où plusieurs orbitales en  $n = 1$  ou  $2$  ont été découvertes. Et encore aussi pour les planètes autour d'un pulsar.

En conclusion, ce livre, parce qu'il pense de manière authentique et indivisible, parce qu'il présente de manière accessible les résultats de recherches récentes, m'a semblé intéressant en tant qu'il se situe au carrefour brûlant de la métaphysique einsteinienne et de la physique contemporaine. Bien entendu, j'ignore totalement l'opinion autorisée des chapelles de l'astrophysique et, à vrai dire, mon intérêt en serait indépendant. Mais pour sûr, l'idée d'asymptoticité doublée de complexité fractale de l'espace-temps parce qu'elle renouvelle certains aspects des antinomies (kantienne) de l'espace-temps physique semble en conclusion extrêmement convaincante.

## RÉFÉRENCES

- [E] AALBERT EINSTEIN, *Relativités I, II*. Éditions du CNRS/Seuil, Paris, 1993.
- [F] RICHARD FEYNMAN, *Lumière et matière*. Seuil, Paris, 1992.
- [N1] LAURENT NOTTALE, *Fractal Space-Time and Microphysics: Towards a Theory of Scale Relativity*. World Scientific, Boston, 1993.
- [N2] LAURENT NOTTALE, *L'Univers et la lumière*. Flammarion, 1994.
- [N3] LAURENT NOTTALE, *L'espace-temps fractal*. Pour la Science, n° **215** (1995), Septembre, 34-41.

LATP, CMI, 39 rue Joliot Curie, F-13453 Marseille Cedex 13, France.  
MERKER@DMI.ENS.FR, [merker@gyptis.univ-mrs.fr](mailto:merker@gyptis.univ-mrs.fr).