

# Frege encore une fois?

20 janvier 2025- ENS

**From  
Frege  
to  
Gödel** a  
source  
book  
in  
mathematical  
logic  
1879-1931

**Jean van Heijenoort**

Frege's doctoral dissertations

**Über eine geometrische  
Darstellung des imaginären  
Gebilde in der Ebene**

Inaugural Dissertation zur  
Erlangung der *Doktorwürde*

Jéna 1873

**Rechnungsmethoden die sich  
auf eine Erweiterung des  
grössensbegriffes gründen**

Dissertation zur Erlangung der  
*Venia docendi*

Jéna 1874

# BEGRIFFSSCHRIFT,

EINE DER ARITHMETISCHEN NACHGEBILDETE

**FORMELSPRACHE**

DES REINEN DENKENS.

VON

DR. GOTTLOB FREGE.

PRIVATDOCENTEN DER MATHEMATIK AN DER UNIVERSITÄT JENA.

---

HALLE <sup>A</sup>/S.

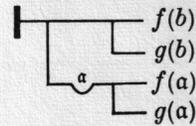
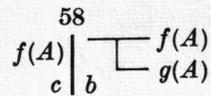
VERLAG VON LOUIS NEBERT.

1879.

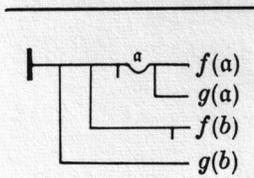
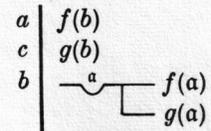
$\neg^a f(a)$  means that  $f(a)$  takes place, whatever we may understand by  $a$ . If therefore

$\neg^a f(a)$  is affirmed,  $f(c)$  cannot be denied. This is what our proposition expresses.

Here  $a$  can occur only in the argument places of  $f$ , since in the judgment this function also occurs outside the scope of  $a$ .



(30):



(59).

Example. Let  $b$  mean an ostrich, that is, an individual animal belonging to the species, let  $g(A)$  mean “ $A$  is a bird”, and let  $f(A)$  mean “ $A$  can fly”. Then we have the judgment “If this ostrich is a bird and cannot fly, then it can be inferred from this that some<sup>17</sup> birds cannot fly”.

<sup>17</sup> See footnote 16.

# Tractatus logico-philosophicus

## LOGISCH-PHILOSOPHISCHE ABHANDLUNG

- 1\* Die Welt ist alles, was der Fall ist.
- 1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.
- 1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, daß es alle Tatsachen sind.
- 1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.
- 1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.
- 1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.
- 1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben.
- 2 Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten.
- 2.01 Der Sachverhalt ist eine Verbindung von Gegenständen (Sachen, Dingen).
- 2.011 Es ist dem Ding wesentlich, der Bestandteil eines Sachverhaltes sein zu können.
- 2.012 In der Logik ist nichts zufällig: Wenn das Ding im Sachverhalt vorkommen kann, so muß die Möglichkeit des Sachverhaltes im Ding bereits präjudiziert sein.
- 2.0121 Es erschiene gleichsam als Zufall, wenn dem Ding, das allein für sich bestehen könnte, nachträglich eine Sachlage passen würde.

\* Die Decimalzahlen als Nummern der einzelnen Sätze deuten das logische Gewicht der Sätze an, den Nachdruck, der auf ihnen in meiner Darstellung liegt. Die Sätze n.1, n.2, n.3, etc. sind Bemerkungen zum Satze No. n; die Sätze n.m1, n.m2, etc. Bemerkungen zum Satze No. n.m; und so weiter.

- 4            Der Gedanke ist der sinnvolle Satz.
- 4.001        Die Gesamtheit der Sätze ist die Sprache.
- 4.002        Der Mensch besitzt die Fähigkeit Sprachen zu bauen,  
womit sich jeder Sinn ausdrücken läßt, ohne eine Ahnung  
davon zu haben, wie und was jedes Wort bedeutet.— Wie  
man auch spricht, ohne zu wissen, wie die einzelnen Laute  
hervorgebracht werden.
- Die Umgangssprache ist ein Teil des menschlichen  
Organismus und nicht weniger kompliziert als dieser.
- Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr  
unmittelbar zu entnehmen.

# *Begriffsschrift?*

## Une frontière en trois domaines

- D'un point de vue logique

*From Frege to Gödel*

- D'un point de vue philosophique:

Russell :

**On Denoting** (expression de l'article défini: *le*)

puis Wittgenstein :

**Tractatus (1920-22)**

**Investigations philosophiques ( 1945-1952)**

- D'un point de vue anthropologique

Introduction de langages – non parlés ( Gilles Dowek)

-

## Galiléisisme Philosophique

Descartes: joindre l'analyse des Anciens et l'algèbre des Modernes

Cf: La géométrie , son usage du raisonnement par l'absurde

Pascal, probabilité, recurrence, triangle arithmétique, géométrie du hasard

Correspoonance avec Fermat et avec Christine de Suède

Leibniz

Sedeamus ad abacos et calculemeus

Kant : identifie concept et fonction newtonienne dans l'expression et la délimitation de l'expérience

TABLE LOGIQUE DES JUGEMENTS

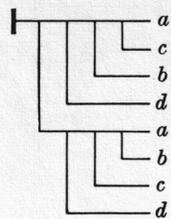
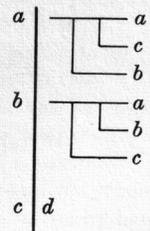
1. *Selon la quantité :*  
universels  
particuliers  
singuliers.
2. *Selon la qualité :*  
affirmatifs  
négatifs  
infinis.
3. *Selon la relation :*  
catégoriques  
hypothétiques  
disjonctifs.
4. *Selon la modalité :*  
problématiques  
assertoriques  
apodictiques.

TABLE TRANSCENDANTALE  
DES CONCEPTS DE L'ENTENDEMENT

1. *Selon la quantité :*  
unité (la mesure)  
pluralité (la grandeur)  
totalité (le tout).
2. *Selon la qualité :*  
réalité  
négation  
limitation
3. *Selon la relation :*  
substance  
cause  
communauté.
4. *Selon la modalité :*  
possibilité  
existence  
nécessité.

TABLE PHYSIOLOGIQUE PURE DES PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA SCIENCE DE LA NATURE

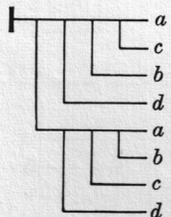
1. *Axiomes*  
de l'intuition
2. *Anticipations*  
de la perception.
3. *Analogies*  
de l'expérience.
4. *Postulats*  
de la pensée empirique en général.



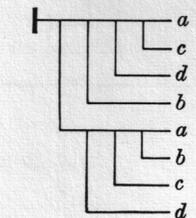
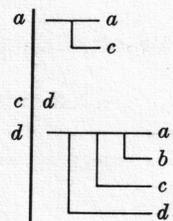
(12).

Propositions (12)–(17) and (22) show how, when there are several conditions, their order can be changed.

12

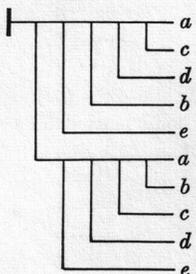
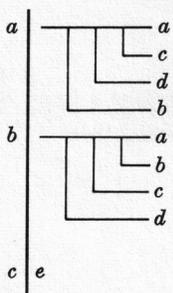


(12):



(13).

(5):



(14).

(12):



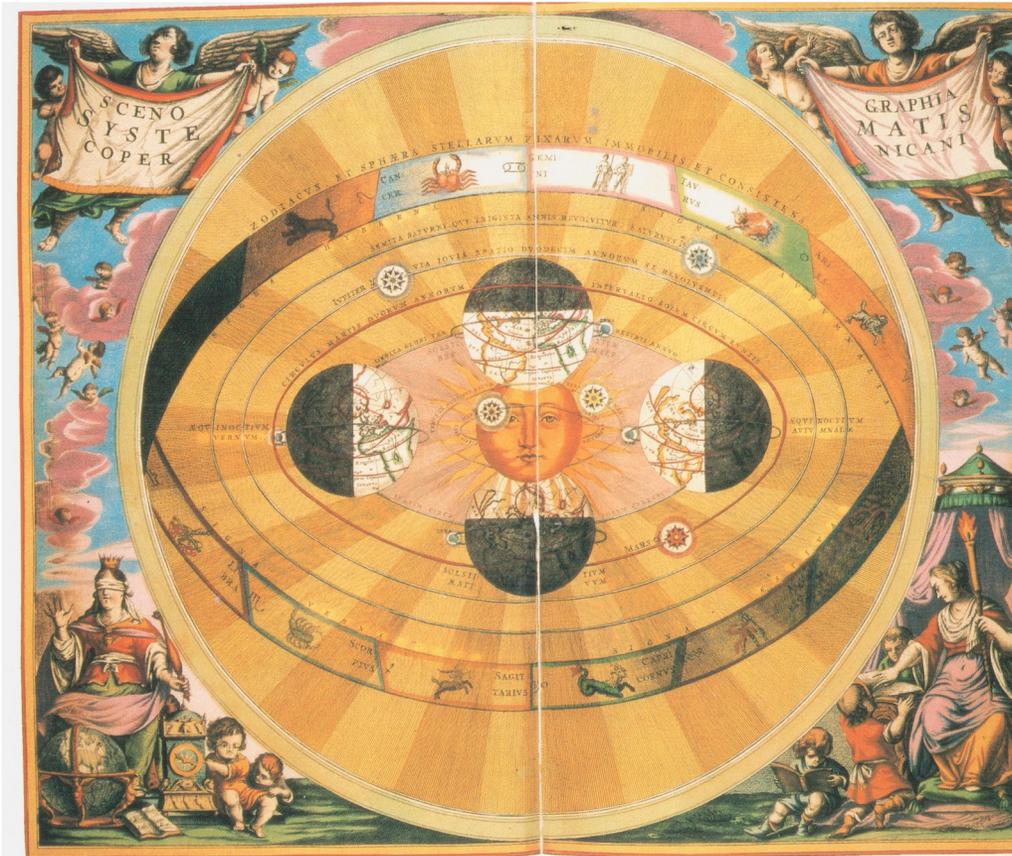


TABLE LOGIQUE DES JUGEMENTS

1. *Selon la quantité :*  
universels  
particuliers  
singuliers.
2. *Selon la qualité :*  
affirmatifs  
négatifs  
infinis.
3. *Selon la relation :*  
catégoriques  
hypothétiques  
disjonctifs.
4. *Selon la modalité :*  
problématiques  
assertoriques  
apodictiques.

TABLE TRANSCENDANTALE  
DES CONCEPTS DE L'ENTENDEMENT

1. *Selon la quantité :*  
unité (la mesure)  
pluralité (la grandeur)  
totalité (le tout).
2. *Selon la qualité :*  
réalité  
négation  
limitation
3. *Selon la relation :*  
substance  
cause  
communauté.
4. *Selon la modalité :*  
possibilité  
existence  
nécessité.

TABLE PHYSIOLOGIQUE PURE DES PRINCIPES GÉNÉRAUX  
DE LA SCIENCE DE LA NATURE

1. *Axiomes*  
de l'intuition
2. *Anticipations*  
de la perception.
3. *Analogies*  
de l'expérience.
4. *Postulats*  
de la pensée empirique en général.

Après la publication de *Les Mots et les Choses*, Foucault eut cet échange avec Jean Hyppolite, qu'il rapporta à Daniel Defert : Hyppolite lui dit : « C'est un livre tragique ». « Il est le seul à l'avoir vu », ajouta Foucault.

Ce tragique, confirmé, est en effet au coeur du livre :

Le fractionnement du langage, contemporain de son passage à l'objectivité philologique, ne serait alors que la conséquence la plus récemment visible (parce que la plus secrète et la plus fondamentale) de la rupture de l'ordre classique ; en nous efforçant de dominer cette brisure et de faire apparaître le langage en

son entier, nous porterions à son terme ce qui s'est passé avant nous et sans nous, vers la fin du XVIIIe

siècle. Mais que serait donc cet achèvement ? En voulant reconstituer l'unité perdue du langage, est-ce

qu'on va jusqu'au bout d'une pensée qui est celle du XIXe siècle, ou est-ce qu'on s'adresse à des formes

qui sont déjà incompatibles avec elle ? [.....]

À ces questions, il est vrai que je ne sais pas répondre ni, dans ces alternatives, quel terme il conviendrait

de choisir. Je ne devine même pas si je pourrai y répondre jamais, ou s'il me viendra un jour des raisons de

me déterminer. Toutefois je sais maintenant pourquoi, comme tout le monde, je peux me les poser – et je

ne peux pas ne pas me les poser aujourd'hui. Seuls ceux qui ne savent pas lire s'étonneront que je l'aie

appris plus clairement chez Cuvier, chez Bopp, chez Ricardo que chez Kant ou Hegel.