« Les mathématiques comme métaphore »

un hommage à Yuri MANIN

inspiré par l'ouvrage éponyme

Jean-Pierre BOURGUIGNON

(CNRS-IHÉS)

Yuri MANIN (1937-2023)

Élève d'Igor ŠHAFAREVITCH,

Acteur majeur de l'école de Moscou pendant la période soviétique avec un séminaire de référence très actif,

Peu de visites en Occident : Paris (en 1967 et en 1989),

Directeur de l'Institut Max Planck für Mathematik à Bonn à partir de 1992,

Professeur à Northwestern de 2002 à 2011.

Reconnu très tôt pour avoir établi la conjecture de Mordell pour les corps de fonctions.

Yuri MANIN (suite)

Polyglotte (parlait français parfaitement et beaucoup d'autres langues),

Avec des centres d'intérêt variés hors des mathématiques : physique, philosophie, linguistique, psychologie, poésie, …

Près de 300 publications (plus de150 en mathématiques),

Une quinzaine de livres.

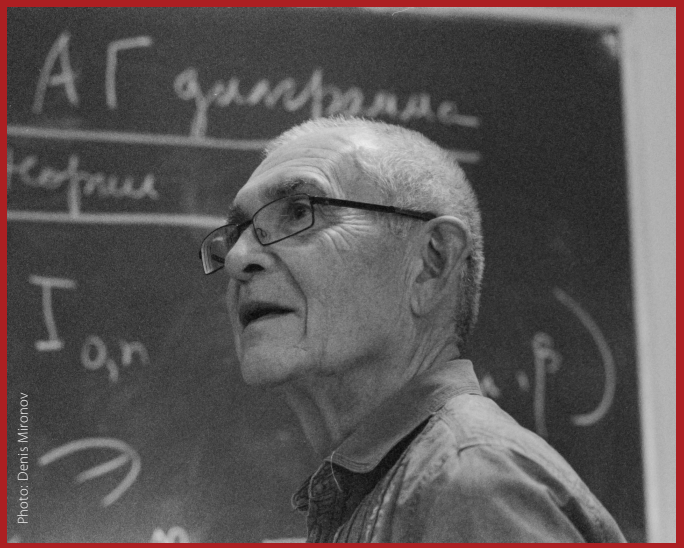
Plus de 40 élèves de thèse dont beaucoup de très haut niveau.

IHÉS
Institut des Hautes Études Scientifiques

7½

A meeting on the occasion
of the 75th birthday of
Yuri Ivanovich MANIN

March 5-7, 2012 Bures-sur-Yvette, France



Minicourses (2 lectures each) will be given by
Alexander BEILINSON *(Chicago)*, **Vladimir DRINFELD** *(Chicago)*
Mikhail KAPRANOV *(Yale)*, **Maxim KONTSEVICH** *(IHÉS)*.

Organizer: **Ivan PENKOV** *(Jacobs University, Bremen)*

Information and contact: **www.ihes.fr**

Hommage à Yuri MANIN

Paru dans la Gazette de la SMF n°177 de juillet 2023
Rassemblé par Michel DEMAZURE et moi

Contributeurs :

Philip GRIFFITHS, *IAS, Princeton,*
Jean-Michel KANTOR, *Paris,*
Arkady VAINTROB, *University of Oregon,*
David EISENBUD, *Berkeley,*
Maxim KONTSEVITCH, *IHÉS,*
Athanase PAPADOPOULOS, *CNRS, Strasbourg,*
Catarina CONSANI, *John Hopkins University,*
Matilde MARCOLLI, *CalTech,*
Bruno VALETTE, *Université Sorbonne Paris-Nord,*
Alain CONNES, *Collège de France.*

Le livre *« Les mathématiques comme métaphore »*

Il porte le sous-titre : *« Essais choisis »*.

Première édition en russe et en anglais en 2007 ; version française en 2021 avec quelques textes en plus.

En cherchant un souvenir à emporter lors de son deuxième voyage à Paris avec son épouse en 1989, il a choisi parmi les maisons miniatures vues dans une boutique *« la maison du Géomètre »*.

Table des matières du livre

Préface (Freeman DYSON)
Introduction (Yuri MANIN)
I. Les mathématiques comme métaphore
II. Mathématiques et physique
III. Essais variés (culture, langage)
IV. Postface (Pierre LOCHAK)
Liste des publications de Yuri MANIN
Références bibliographiques

Préface de Freeman DYSON

Freeman DYSON (1923-2020)

Inst. for Advanded Study (1953-1994, puis émérite)

Quantum Electro Dynamics
Renormalisation, …

Ouvrages:
Missed Opportunities, AMS Bulletin (1972),
Weapons and Hope (1985),
Infinite in all Directions (1988),
The Sun, the Genome and the Internet (1999),
La vie dans l'univers (2009),
Makers of Patterns (2018), …

Préface de Freeman DYSON (suite)

« Certains mathématiciens sont des oiseaux, d'autres des grenouilles. Les oiseaux volent haut et leur regard embrasse de larges perspectives mathématiques qui s'étendent jusqu'à un horizon lointain. Ils adorent les concepts qui unifient notre pensée et qui rassemblent divers problèmes provenant de différentes parties du paysage. Les grenouilles vivent en bas, dans la boue, et ne voient que les fleurs qui poussent dans les parages. Elles adorent les détails des objets particuliers et résolvent les problèmes l'un après l'autre. Manin est un oiseau. Il se trouve que je suis une grenouille, mais je suis heureux de présenter ce livre qui montre sa « vue d'oiseau » des mathématiques. »

Préface de Freeman DYSON (suite)

« Les mathématiques comme métaphore » : bon slogan pour les oiseaux. Il signifie que les plus profonds concepts mathématiques sont ceux qui relient un monde d'idées à un autre. »

Et il cite René DESCARTES, Isaac NEWTON, George BOOLE, Bernhard RIEMANN comme ayant produit *« des métaphores qui étendent la signification des mots en la faisant passer d'un contexte familier à un contexte non familier ».*

« MANIN voit l'avenir des mathématiques comme une exploration de métaphores visibles mais pas encore comprises. La plus profonde est la similarité de structure conceptuelle de la théorie des nombres et de la physique. »

Introduction de Yuri MANIN

Le sous-titre est : *« Une preuve d'existence ».*

On y lit : *« Les mathématiques, cette activité magnifique à laquelle je me suis adonné toute ma vie, ne sont pas ici un simple point de vue pour des considérations non mathématiques, mais aussi une métaphore de l'existence humaine. »*

Et il continue ainsi : « *A chaque génération, il y a peu de mathématiciens et ils communiquent souvent entre eux par-dessus la tête de leurs contemporains, à travers les décennies et les siècles, comme le font les poètes, les musiciens, les philosophes. »*

Encore un peu plus loin : *« Le contrepoint de ces deux thèmes – langage et géométrie, théorie des nombres et physique, logique et intuition – ressurgit constamment dans… cet ouvrage. »*

Introduction de Yuri MANIN (suite)

« Stéphane MALLARMÉ voulait nous faire prendre conscience de ce que la poésie est faite de mots plus que d'idées. Dans une certaine mesure, c'est vrai aussi des mathématiques, mais dans un sens plus profond, c'est fondamentalement faux (je soupçonne que c'est faux aussi pour la poésie) ».

« Comme je l'ai récemment écrit dans « La connaissance mathématique », *les mathématiciens ont développé un type de discours très particulier, qu'on pourrait appeler* « la culture des définitions ». *Dans cette culture, on consacre de grands efforts à la clarification du contenu (sémantique) de* notions *abstraites de base et de la syntaxe de leurs relations réciproques, alors que le choix des* mots *(et surtout des* notations*…) constitue une matière secondaire et une convention… arbitraire. »*

Introduction de Yuri MANIN (suite)

« Toute ma vie intellectuelle a été façonnée par ce que j'ai peu à peu identifié, mutatis mutandis, *comme le grand projet des Lumières. Son postulat fondamental était la foi en ce que la plus haute valeur est celle de la raison humaine, et que l'expansion de la connaissance et de l'éducation produit inévitablement des êtres humains meilleurs que nous qui vivront dans une société meilleure que la nôtre. Au siècle dernier, la raison et la déraison, aussi fortes l'une que l'autre, se sont développées et ont coexisté en une symphonie monstrueusement dissonante. La science, la politique et l'art, à côté de leurs effets plus bénéfiques, ont fourni à l'humanité des armes de destructions massive, des formes d'organisation totalitaires d'une grande efficacité, et la glorification maligne de tout cela. »*

I. Les mathématiques comme métaphore

Exposé au Congrès international des mathématiciens qui s'est tenu en 1990 à Kyoto et texte de 7 pages dans les Actes.

En exergue : un texte en japonais de Myõo du 12ème siècle qui n'apparaît pas dans le livre et une pensée de PASCAL :
« Ordre. [...] Je sais un peu ce que c'est et combien peu de gens l'entendent. Nulle science humaine ne le peut garder. Saint Thomas ne l'a pas gardé. La mathématique le garde, mais elle est inutile en sa profondeur. »

Ce texte est inclus comme **deuxième élément** du chapitre *« Les mathématiques comme métaphore »* du livre (voir la table des matières détaillée qui suit).

I. Les mathématiques comme métaphore (suite)

Table des matières de cette section

I.1 La connaissance mathématique : aspects internes, sociaux et culturels

I.2. Les mathématiques comme métaphore

I.3 Vérité, rigueur et sens commun

I.4 Georg CANTOR et son héritage

I.5 Le théorème de GÖDEL

I. Les mathématiques comme métaphore (suite)

Dans le Préambule il dit : *« Les mathématiques pures sont un immense organisme composé entièrement d'idées qui émergent dans l'esprit des mathématiciens et vivent à l'intérieur de ces esprits. [Pour] se débarrasser du sentiment de malaise qu'une telle affirmation peut provoquer, il existe au moins trois échappatoires :*

– la première est d'identifier purement et simplement les mathématiques au contenu des [textes] « mathématiques »… ;

– la seconde… de soutenir que les mathématiques sont une activité humaine… enracinée dans la réalité, et y retournant toujours… ;

– la troisième … une noble vision du grand Château des Mathématiques qui domine le Monde platonicien des Idées… »

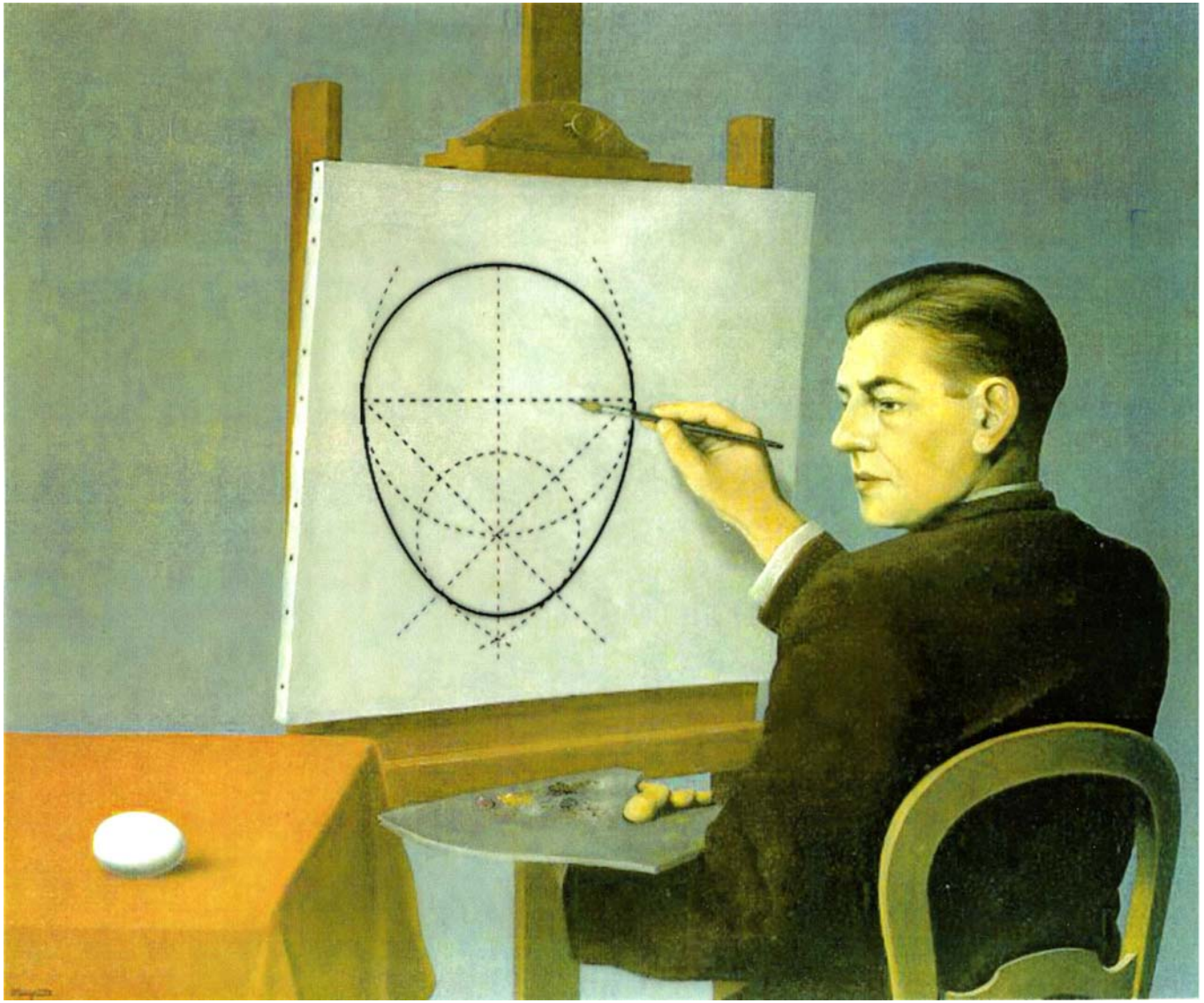
I. Les mathématiques comme métaphore (suite)

Une discussion sur les métaphores aide à clarifier la relation que la connaissance scientifique entretient avec la réalité, et le rôle que l'on doit donner à cette approche « métaphorique ».

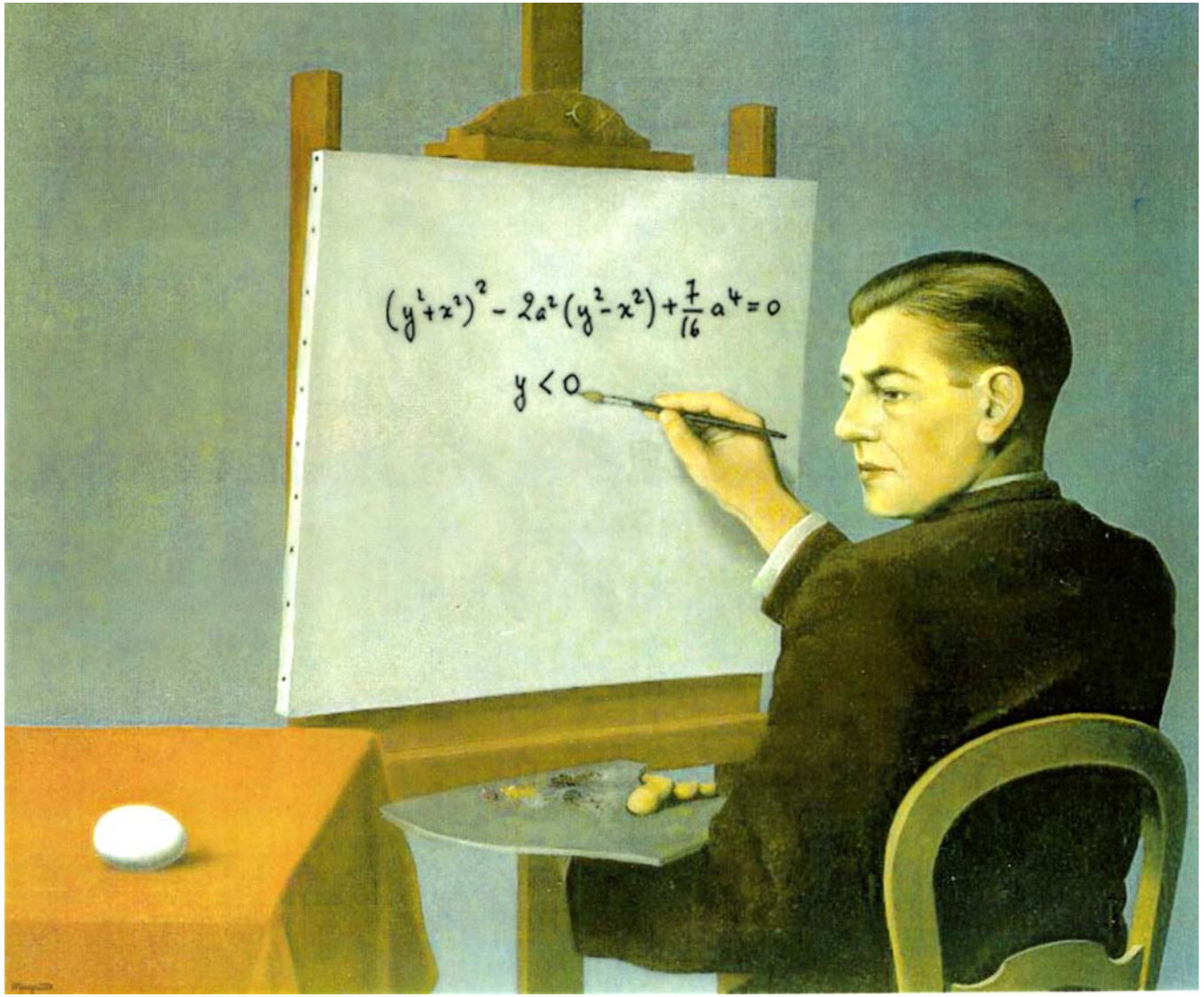
Un autre angle possible concernant les métaphores est le suivant : l'artiste belge René MAGRITTE a donné une remarquable métaphore, naturellement visuelle, de l'art avec son œuvre *« Clairvoyance »*.

Cette métaphore est, d'une certaine manière, exemplaire de la façon dont les mathématiciens, et plus généralement les scientifiques, se rapportent aux représentations par images. Ils y voient souvent quelque chose que les autres ne voient pas.

René MAGRITTE, La clairvoyance (1936)



La clairvoyance (1936), modifiée 2025



La clairvoyance (1936), modifiée 2025

I. Les mathématiques comme métaphore (suite)

Les mathématiciens ayant tendance à se perdre en l'absence de définitions. MANIN en propose une, tirée de James P. CARSE : *« La métaphore est l'union du semblable et du différent de telle sorte que l'un ne peut jamais devenir l'autre »*.

De la même source, il cite : *« Tout langage a le caractère d'une métaphore, parce que, quelle que soit son intention, il reste un langage et demeure absolument différent de ce dont il parle »*.

Il ajoute : *« Considérant les mathématiques comme une métaphore, je tiens à souligner que l'interprétation de la connaissance mathématique est un acte hautement créatif »*.

Les mathématiques peuvent, grâce à des définitions bien choisies, introduire des objets pouvant servir à des constructions éclairant des domaines autres que ceux visés *a priori*.

I. Les mathématiques comme métaphore (fin)

Ce qu'écrit Yuri MANIN en conclusion de l'article initial : *« N'ayant aucun objet d'études extérieur, étant basées uniquement sur le consensus d'un cercle restreint d'adeptes convaincus, les mathématiques ne sauraient se développer sans le contrôle permanent de règles du jeu inflexibles. »*

Il continue ainsi : *« L'existence de cet idéal est de loin plus important que son caractère inatteignable. La liberté des mathématiques ne peut se développer qu'à l'intérieur des limites d'une nécessité de fer. Le « hardware » de nos ordinateurs représente une incarnation de cette nécessité. »*

Et sa conclusion est finalement : *« La métaphore aide l'être humain à respirer dans l'atmosphère raréfiée des Dieux. »*

II. Mathématiques et physique

La page de garde de l'édition en anglais de *« Mathematics and Physics » parue en 1981* dit : « *The connection between mathematics and physics… Is it only that physicists talk in the language of mathematics? It is more.This book describes how mathematics associates to some important physical abstractions (models) its own mental constructions, which are far removed from the direct impressions of experience and physical experiment.* »

Dans l'introduction il dit aussi : *« Le processus calculatoire des mathématiques constitue un processus mental externalisé à tel point qu'il en vient à se déhumaniser à certains moments pour se transformer en processus technologique. Un concept mathématique est né quand ce processus de pensée… est à nouveau transplanté dans un moule humain.* »

II. Mathématiques et physique (suite)

Table des matières de cette section

Avant-propos

I. Les mathématiques à vol d'oiseau

I.1 La vérité mathématique

I.2 Les ensembles

I.3 *Les espaces de dimension supérieure et l'idée de linéarité*

I.4 Les mesures dans un espace linéaire

I.5 Non-linéarité et courbure

I.6 Quelques nouveautés

I.7 Ensembles, formules et cerveau divisé

II. Mathématiques et physique (suite)

Table des matières (suite)

2. Quantités physiques, dimensions et constantes : la source des nombres en physique

2.1 Le spectre d'une quantité scalaire

2.2 Loi physique, dimension et similitude

2.3 *Le groupe des dimensions de la mécanique newtonienne*

2.4 Invariance d'échelle

2.5 Les unités de Planck et le problème d'une théorie physique unifiée

2.6 La classification des constantes physiques

II. Mathématiques et physique (suite)

Table des matières (suite)

3. Une goutte de lait : observateur, observation, observable et inobservable

3.1 Systèmes isolés

3.2 Les principes de la description quantique

3.3 *Le groupe des dimensions de la mécanique newtonienne*

3.4 Espace des phases

3.5 Courbes de phases

3.6 Observation : fours, filtres et sauts quantiques

3.7 Combinaison de systèmes quantiques

II. Mathématiques et physique (suite)

Table des matières (fin)

4. L'espace-temps comme système physique
   - *4.1 L'Univers de Minkowski*
   - *4.2 L'Univers courbe*
   - 4.3 *Spineurs, twisteurs et Univers complexe*
   - *4.4 Espace-temps, gravitation et mécanique quantique*
5. Action et symétrie

II. Mathématiques et physique (suite)

Un groupe de théories a joué un rôle important dans les développements récents de la physique théorique. Leur émergence fournit un exemple remarquable de la manière hautement non linéaire dont la recherche se développe.

« Théories de jauge » est le nom générique de ces théories. Leur première apparition en 1918, peu après l'introduction de la relativité générale, est due à Hermann WEYL.

En 1954, YANG Chen Ning et Robert MILLS ont proposé une telle approche pour traiter les perturbations quantiques de systèmes classiques donnant un rôle au potentiel.

En théorie de Yang-Mills, le potentiel est une « connexion » qui respecte la symétrie de l'interaction considérée sur un espace élargi mêlant espace-temps et dimensions internes.

II. Mathématiques et physique (suite)

Voilà ce que dit Yuri MANIN à propos des « connexions » : *« Un champ gravitationnel est une connexion dans l'espace des degrés de liberté internes d'un gyroscope ; il contrôle l'évolution du gyroscope dans l'espace-temps. Un champ électromagnétique est une connexion dans l'espace des degrés de liberté internes d'un électron quantique… Un champ de Yang-Mills est une connexion dans l'espace des degrés de liberté internes colorés d'un quark ».*

Il poursuit : *« Cette image géométrique semble maintenant être le schéma mathématique le plus universel pour la description classique d'un monde idéalisé... La matière dans l'espace-temps est décrite par une section transversale d'un faisceau de fibres approprié indiquant l'état dans lequel se trouve cette matière en chaque point et à chaque instant. »*

II. Mathématiques et physique (suite)

En guise de conclure Yuri MANIN à propos des « connexions » il écrit : *« La matière affecte la connexion, imposant des restrictions sur sa courbure, et la connexion affecte la matière, forçant sa « translation parallèle » le long des lignes du monde. Les célèbres équations d'Einstein, de Maxwell-Dirac et de Yang-Mills sont des expressions exactes de ces idées »*

Il rêve même du développement d'une *« mathématique quantique »*, qui mélangerait de manière très profonde la théorie des nombres et la physique quantique, mais qui incorporerait aussi plus profondément les espaces non-commutatifs. Au niveau métaphorique, il y a déjà des signes qu'un tel mariage devrait être cultivé.

II. Mathématiques et physique (fin)

Pour finir, un bel exemple d'une production par dessus le « Rideau de fer » est l'article de Sir Michael ATIYAH, Vladimir DRINFELD, Nigel HITCHIN et Yuri MANIN donnant la construction « ADHM » des instantons sur la sphère S^4 publié en 1978.

Citation d'ATIYAH : *« with the help of Nigel HITCHIN, I finally saw how Horrocks' method gave a very satisfactory and explicit solution to the problem. I remember our final discussion …when we had just seen how to fit together the last pieces of the puzzle. We broke off for lunch feeling very pleased with ourselves. On our return, I found a letter from MANIN (whom I had earlier corresponded with…) outlining essentially the same solution… saying* "no doubt you have already realised this"*! We replied at once and proposed [to] submit a short note from the four of us. ».*

III. Essais variés (culture, langage)

III.1 Le personnage mythologique du *« trickster »* : essai de psychologie et de théorie de la culture

III.2 Les premiers développements de la parole et de la conscience : essai de phylogénèse

III.3 Mathématique, art et civilisation

III.4 Activité artistique spontané

III.5 Triangle de pensées : essai de philosophie des maths (à propos du livre *« Triangle de pensées »* d'Alain CONNES, André LICHNEROWICZ & Marcel-Paul SCHÜTZENBERGER)

III.6 L'archétype de la Ville déserte

III. Essais variés (culture, langage) (suite)

III.7 C'est de l'amour : essai de psychologie sur l'autisme (à propos du récit *« The Siege »* de Clara PARK)

III.8 Achat de pensées sur l'Arbat : essai narratif de sociologie

III.9 Soleil, pauvre totem : essai d'ethnologie critique sur Claude LÉVI-STRAUSS

III,10 Le carnaval de la Révolution : essai historique

III.11 Les bonnes démonstrations sont celles qui nous rendent plus sages

III.12 Choix de poèmes

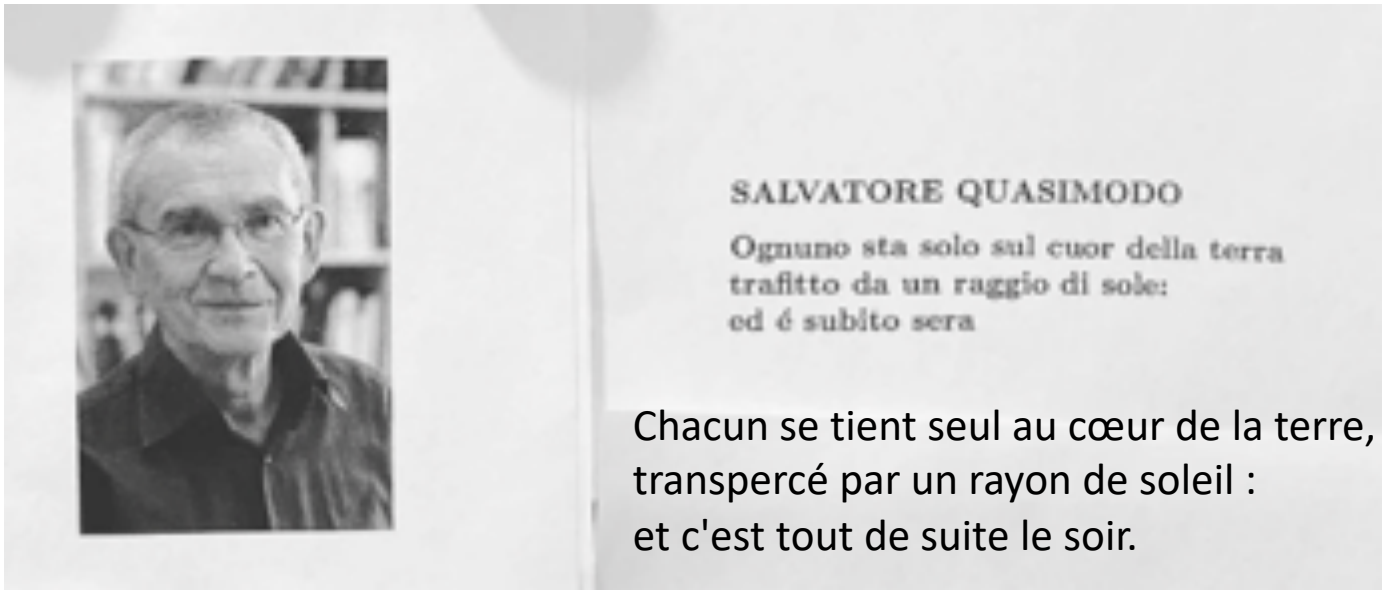
Hommage de Matilde MARCOLLI (magazine de la SME)

« At the end of the introduction to the book Cubic forms, *Yuri quotes works of GROTHENDIECK, SEGRE… as main sources of inspiration. The book assembles a significant amount of Yuri's work in algebraic geometry… combined into a beautiful narrative. »*

« Cubic forms *was for a long time the only one of Yuri's books I did not have. It is hard to find, and only last Fall I was able to order a good copy from a bookseller. It did not come for a long time… It was delivered to my home in the evening of January 7, the same day when Yuri died. »*

Carl Gustav JUNG *(another interest Yuri and I shared) called these meaningful coincidences:* random acausal events *that happen to take place at crucial times in our lives…*

Hommage de Matilde MARCOLLI (fin)



SALVATORE QUASIMODO

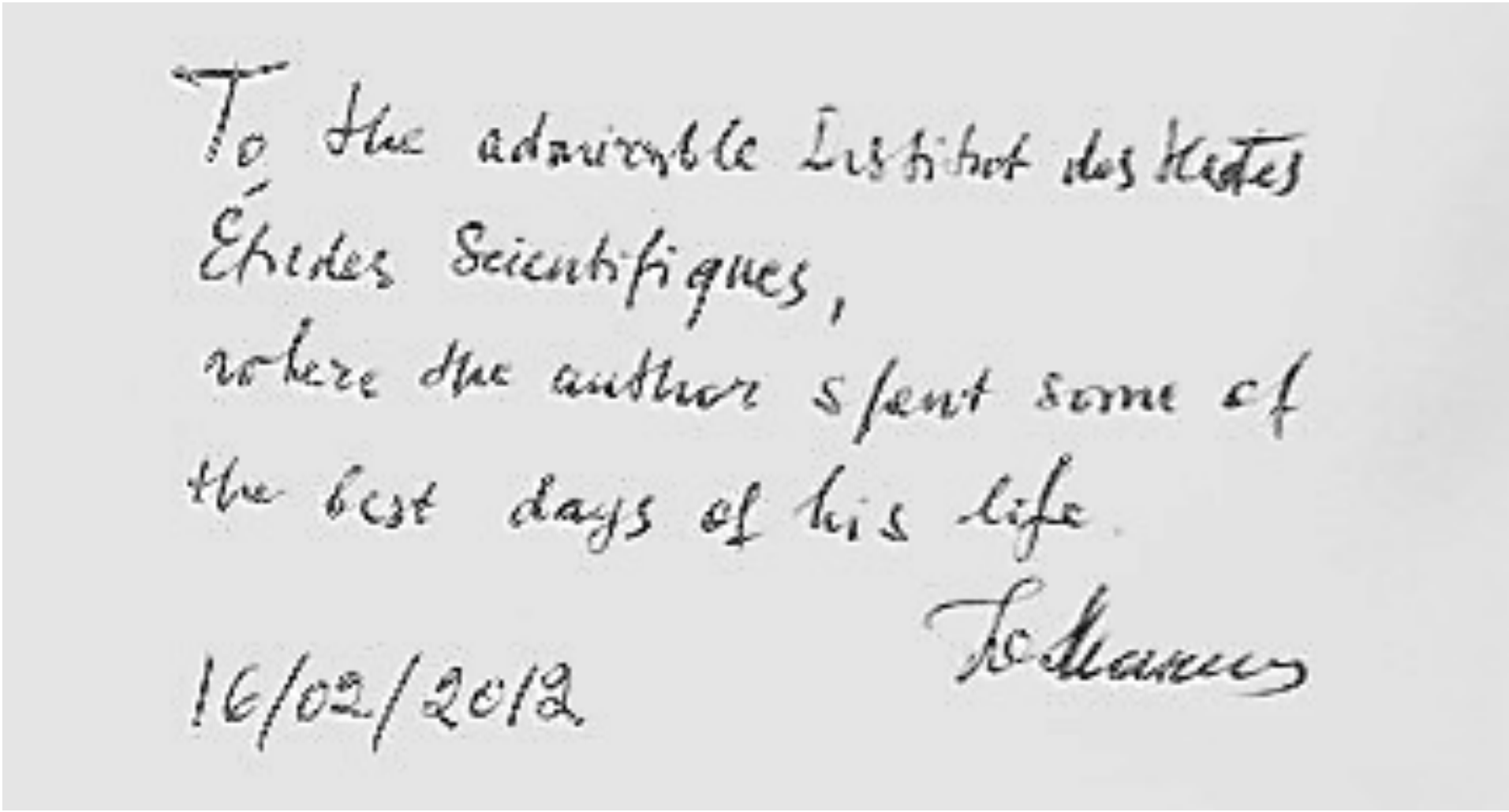
Ognuno sta solo sul cuor della terra
trafitto da un raggio di sole:
ed é subito sera

Chacun se tient seul au cœur de la terre,
transpercé par un rayon de soleil :
et c'est tout de suite le soir.

Porte du bureau de Yuri MANIN au MPIM à Bonn

« Indeed, even after a long life full of so many remarkable achievements, that final nightfall still comes very suddenly and unexpectedly. It still comes much too soon. There was still so much joy of life, of thought, so much energy and creativity left in him, up until the very end of his life. »

Photo : Jean-François DARS, 2012


To the admirable Institut des Hautes
Études Scientifiques,
where the author spent some of
the best days of his life.
16/02/2012

Je vous remercie pour votre attention.

Jean-Pierre BOURGUIGNON
Professeur honoraire Nicolaas Kuiper
Institut des Hautes Études Scientifiques
JPB@ihes.fr