

# **L'IA mathématicienne : Quelles limites ?**

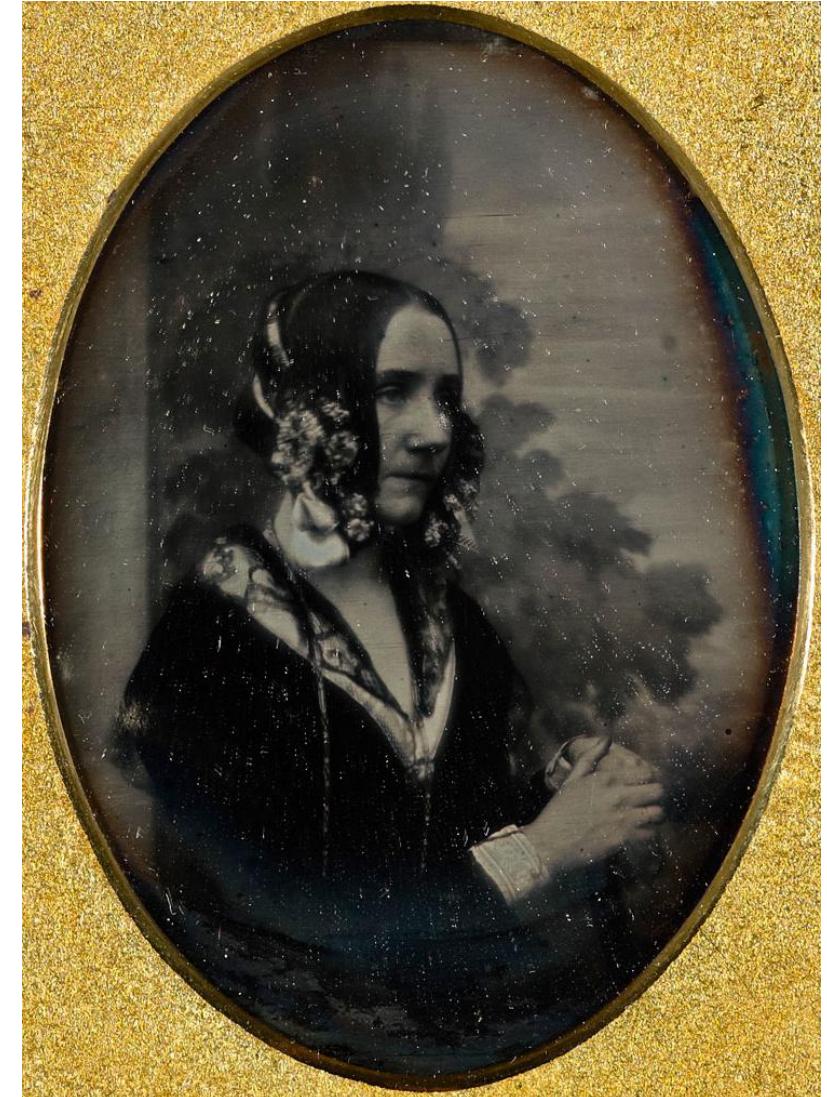
Jean-Michel KANTOR

**La période récente a vu des progrès importants des techniques d'intelligence artificielle, mais aussi l'annonce de promesses futuristes.**

**Va-t-on vers la mécanisation des mathématiques ?**

"La machine analytique n'a pas la prétention de donner naissance à quoi que ce soit. Elle peut seulement effectuer tout ce que nous lui ordonnons de faire. "

**Ada Lovelace (1815-1852)**



# **Survol historique (1956 – 2025)**

## **De la naissance à l'IA générale**

# Alan Turing

(1912 – 1954)



« I am willing to make the following prediction, to be realized within the next ten years : a digital computer will **discover** and **prove** an important and new theorem in mathematics. »

**Herbert Simon (1957)**

# Les deux champs de l'IA en mathématiques

# Mechanization of mathematics

*I want to address the implicit assumption that the growth of automated mathematics is driven primarily by the intellectual needs or priorities of academic mathematicians. Rather, this area of research has been shaped significantly by the strategic interests of the military and corporate institutions that have funded it. ... In recent years, commercial firms such as Microsoft, Google, and Meta have become growing sources of investment in automated mathematics. ... as part of a broader strategy of demonstrating AI capabilities in general, thus attracting public attention and capital investment... Unsurprisingly, public-relations teams and corporate-sponsored researchers deploy hyperbolic language to publicize their work, for example, by framing their research as an effort to “create an automatic mathematician” (Google) or even asking sensationally, “Is human-led mathematics over?” (Meta). It remains to be seen whether academic mathematicians will embrace or refuse the modus operandi of hype-driven stock markets and venture capital.*

(Rodrigo Ochigame, *Notices of the AMS*, 2024)

# Poincaré et l'intuition

Picasso, *Arlequin au violon*,  
1918



« C'est avec la logique que nous prouvons et avec l'intuition que nous trouvons. »

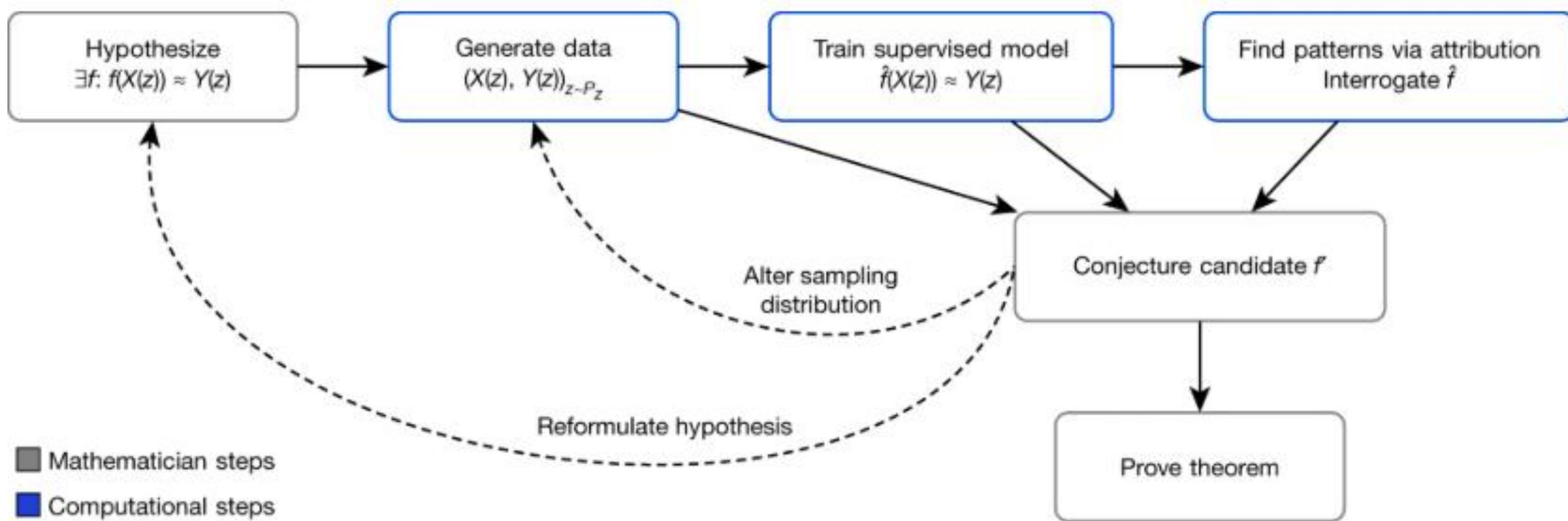
« La logique et l'intuition ont chacune leur rôle nécessaire. La logique seule peut donner la certitude. L'intuition est l'instrument de l'invention. »

**Henri Poincaré**

# Scepticisme et tentatives

# Flowchart of the framework

*Advancing mathematics by guiding human intuition with AI*



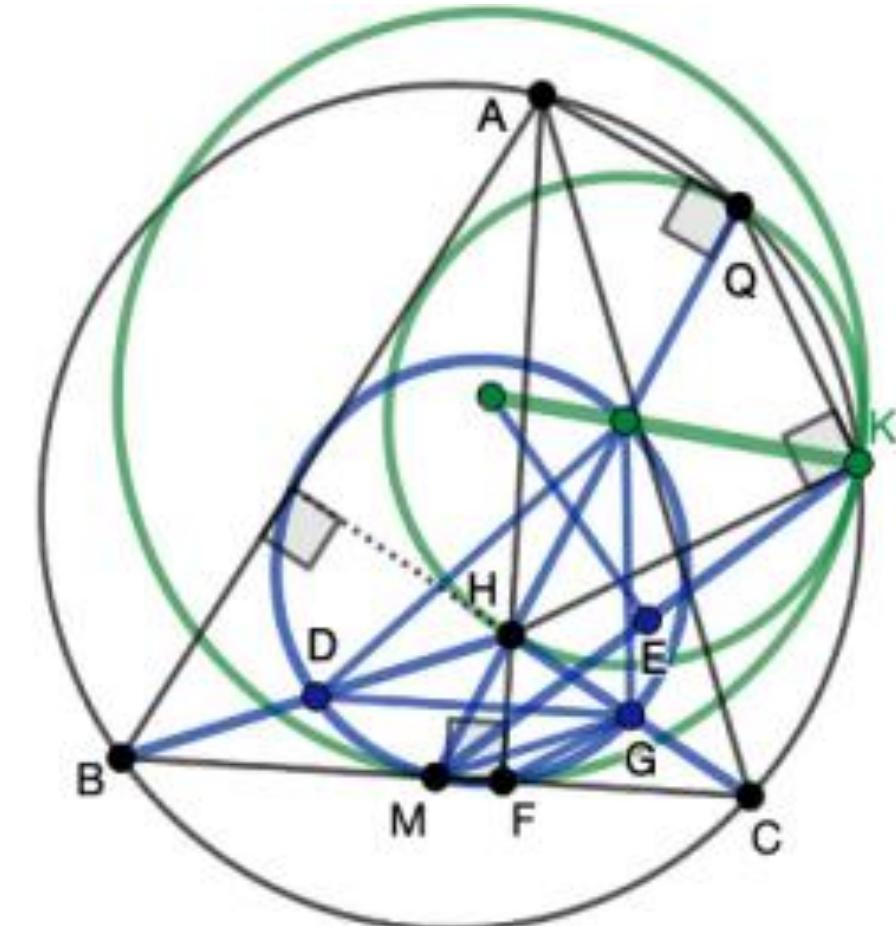
# L'IA résout des problèmes de géométrie des Olympiades

1. First, a triangle A, B, C, vertices on the black circle,
2. the triangle's orthocenter is H,
3. F is the foot on of H on BG,
4. M is the midpoint of BG,
5. Q is the intersection of the black circle with the extension of MH,
6. K is the intersection of the black circle with the extension of BH.

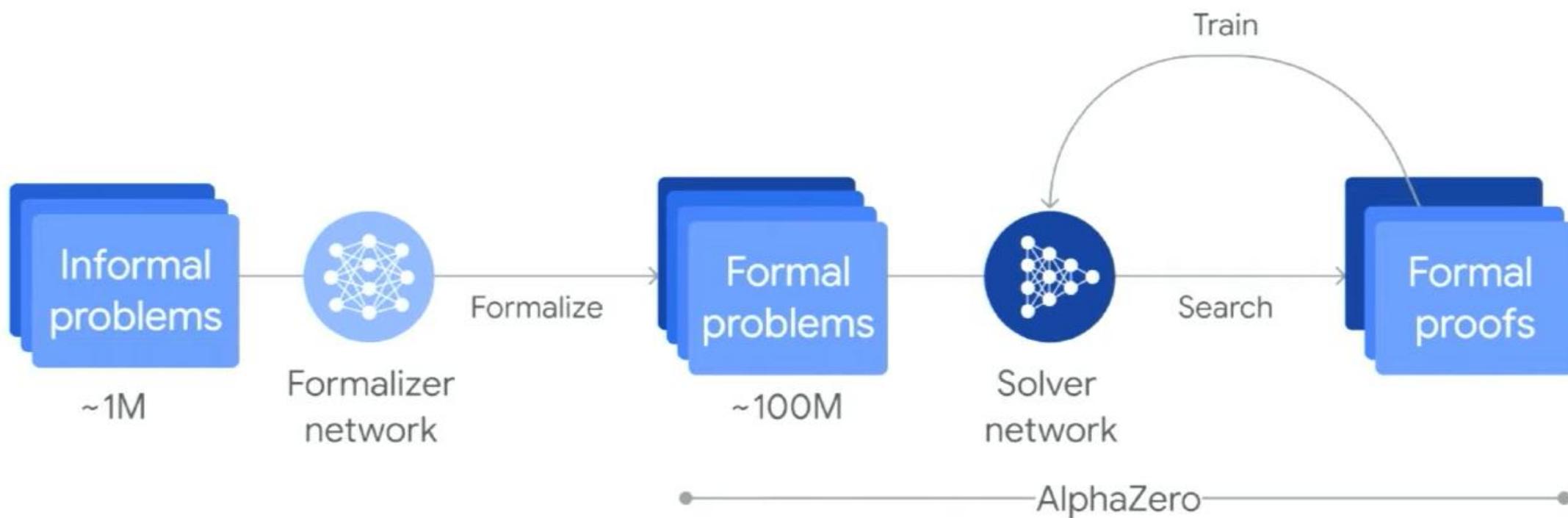
*Prove that the circumcircles of FKM, KQH are tangent at K.*

Where deep learning came in was constructing D, G, E as shown in the figure, leading to the proof.

*How will AI affect mathematical research, will it ever “do math”?*  
David Mumford



Comment AlphaProof a « remporté la médaille d'argent » à l'Olympiade Internationale de Mathématiques de 2024.



- Une raquette et une balle coûtent 1,10€.
- La raquette coûte 1€ de plus que la balle.

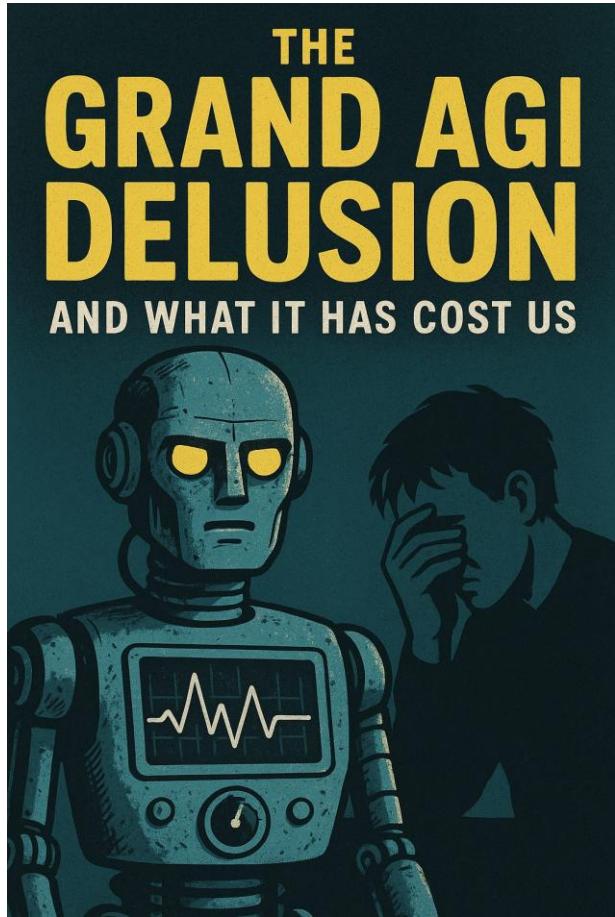
**Combien coûte la balle ?**

“ A crucial component of the usefulness of a new proven theorem  $t$  (in the context of previous theorems  $T(S)$ ) is how efficiently  $T(S) \cup \{t\}$  compresses the set of all provable mathematical statements  $M$ . That is,  $T(S) \cup \{t\}$  is a good compression of  $M$  if many provable statements, can be derived from  $T(S) \cup \{t\}$ , say using at most  $k$  derivation steps.”

**Yoshua Bengio –Nikolai Malkin,** *Machine learning and information theory concepts : towards an AI mathematician*, 2024

# Aujourd’hui et perspectives futuristes

# *The Grand AGI Delusion*, Gary Marcus



# We are missing something really big!

- ▶ Never mind humans, cats and dogs can do amazing feats
  - ▶ Current robots intelligence doesn't come anywhere close
- ▶ Any **house cat** can plan highly complex actions
- ▶ Any **10 year-old** can clear up the dinner table and fill up the dishwasher **without learning** ("zero-shot")
- ▶ Any **17 year-old** can learn to drive a car in 20 hours of practice
- ▶ AI systems that can pass the bar exam, do math problems, prove theorems....
- ▶ ...but where are my Level-5 self-driving car and my domestic robot?
- ▶ We keep bumping into Moravec's paradox
  - ▶ Things that are easy for humans are difficult for AI and vice versa.

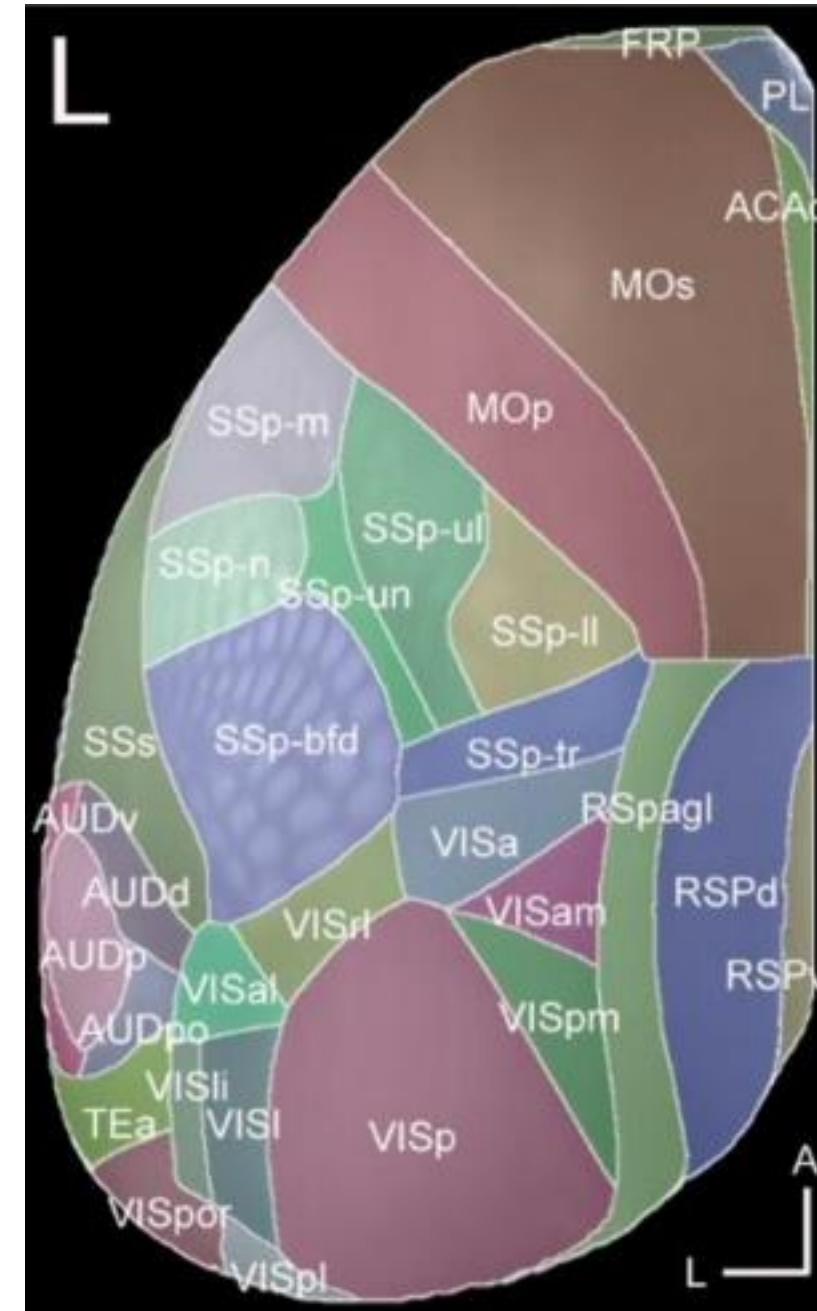


Yann LeCun, *Mathematical Obstacles on the Way to Human-Level AI*

« Mais puisque toutes les facultés de l'âme dépendent tellement de la propre organisation du cerveau et de tout le corps, qu'elles ne sont visiblement que cette organisation même, voilà une machine bien éclairée ! Car enfin, quand l'homme seul aurait reçu en partage la Loi naturelle, en serait-il moins une machine ? »

**Julien de la Mettrie : L'homme-machine**

# Mouse cortex



## Conclusions

« Un travail tâtonnant bien souvent... où affleure, à peine perceptible, quelque intuition sans nom et encore sans visage ; ou au départ de quelque nouveau voyage, à l'appel et à la poursuite de quelques premières idées et intuitions, élusives souvent et réticentes à se laisser saisir dans les mailles du langage... »

**Grothendieck, décrivant son travail**

« L'écriture grothendieckienne est ... décrite et théorisée dans des textes qui témoignent avec vigueur de la part incontournable de poétique qui anime le travail scientifique et de ce surplus de sens que l'écriture formalisée croit bon d'évacuer, alors même que là gît l'essence de la pensée mathématique. »

**Frédéric Patras**

Le grand psychologue soviétique Vygotski décrit le processus cognitif qui conduit à la production et à la contemplation de l'oeuvre d'art comme une pensée émotionnelle. Il qualifie de catharsis la décharge d'émotions. Il y a une sorte de court-circuit dans le cerveau qui met en relation le cognitif et l'émotionnel, dépassant le seul raisonnement logique. Il faut aller au-delà des seuls raisonnements cognitifs. On peut aussi penser à l'illumination dont parlait Poincaré, à propos du processus de découverte en mathématiques. *Le caractère de beauté et d'élégance, l'émotion esthétique jouant le rôle de cible délicat qui précède le travail conscient de la démonstration rigoureuse »*

**Jean-Pierre CHANGEUX ,***Le beau et la splendeur du vrai*

« Le temps est proche où les problèmes philosophiques pourront être attaqués par des méthodes scientifiques... Bien mieux on s'apercevra que certains sujets, en apparence purement scientifiques, ne peuvent être correctement posés que dans un cadre de présupposés philosophiques. »

**René Thom**

« All scientific discoveries rely on layer upon layer of concepts that stretch back through time and human experience. »

**Stuart Russell** (*Human Compatible: Artificial Intelligence and the Problem of Control*, 2021)

« Mathematics is unpredictable. That's what makes it **exciting**. New things happen ! »

**W. Thurston** (2017)

**Merci**