

[DRW] = L. Illusie, *Complexe de de Rham-Witt et cohomologie cristalline*, Ann. scient. ENS, 4ème série, t. 12, 1979, 501-661.

504, -3 : au second membre, $-\sum$ au lieu de $+\sum$.

505, (1.1.2) : au second membre de la formule donnant w_n , lire $pa_1^{p^{n-1}}$ au lieu de $pa_0^{p^{n-1}}$.

514, (2.1.4) : au second membre, remplacer W^* par W_* .

515, (2.1.8) : aux seconds membres, remplacer C_X (resp. $C_{X/S}$) par C_X^{-1} (resp. $C_{X/S}^{-1}$).

528, -1 : les remarques suivantes sont dues à Gabber¹. Le $\nu(i)$ de (2.4.3) est en fait le $\nu(i)$ relatif à $X^{(p)}/S$. Pour le voir, on note qu'on a une description alternative de $\nu(i)$ (relatif à X/S) par la suite exacte

$$(*) \quad 0 \rightarrow \nu(i) \rightarrow \Omega_{X/S}^i \xrightarrow{C_X^{-1}-\text{proj}} \Omega_{X/S}^i/B\Omega_{X/S}^i \rightarrow 0,$$

avec la notation de (2.1.4) pour C_X^{-1} , proj désignant la projection naturelle. En effet, comme l'image de C_X^{-1} est contenue dans $Z\Omega_{X/S}^i/B\Omega_{X/S}^i$, le noyau de $C_X^{-1} - \text{proj}$ dans (*) est le même que celui de $C_X^{-1} - \text{proj} : Z\Omega_{X/S}^i \rightarrow Z\Omega_{X/S}^i/B\Omega_{X/S}^i$, et l'on a un diagramme commutatif

$$\begin{array}{ccc} Z\Omega_{X/S}^i & \xrightarrow{C_X^{-1}-\text{proj}} & Z\Omega_{X/S}^i/B\Omega_{X/S}^i \\ & \searrow W^*-C_{X/S} & \downarrow C_{X/S} \\ & & \Omega_{X^{(p)}/S}^i \end{array}$$

où la flèche verticale est l'isomorphisme (2.1.11). La suite exacte (2.4.3), i.e.,

$$0 \rightarrow \nu(i)_{X^{(p)}/S} \rightarrow Z\Omega_{X/S}^i/B\Omega_{X/S}^i \xrightarrow{W^*-C_{X/S}} \Omega_{X^{(p)}/S}^i/B\Omega_{X^{(p)}/S}^i,$$

se déduit de la suite exacte (*) pour $X^{(p)}/S$ par l'isomorphisme vertical

$$\begin{array}{ccccc} \nu(i)_{X^{(p)}/S} & \longrightarrow & Z\Omega_{X/S}^i/B\Omega_{X/S}^i & \xrightarrow{W^*-C_{X/S}} & \Omega_{X^{(p)}/S}^i/B\Omega_{X^{(p)}/S}^i \\ & \searrow & \uparrow C_{X/S}^{-1} & \nearrow C_{X^{(p)}}^{-1}-\text{proj} & \\ & & \Omega_{X^{(p)}/S}^i & & \end{array} .$$

En particulier, l'homomorphisme $W^* - C_{X/S}$ dans (2.4.3) est surjectif, i.e., (2.4.3) est une suite exacte courte. La suite (2.4.1.1) est aussi une suite

¹(courriel du 24.4.18)

exacte courte, car $W^* - C_{X/S}$ provient d'un morphisme lisse entre schémas en groupes affines lisses à fibres connexes sur $X^{(p)}$.

Le morphisme $\nu(i)_{X/S} \rightarrow \nu(i)_{X^{(p)}/S}$ n'est ni injectif ni surjectif en général. Il est injectif quand S est réduit, et est un isomorphisme quand S est parfait. La démonstration donnée de 2.4.2 n'est correcte que lorsque S est parfait, ce qui suffit pour le reste de l'article. Gabber sait cependant prouver, par un calcul direct, que 2.4.2 est vrai en général, et montrer que $\nu(i)$ est sous-jacent à un schéma en groupes lisse à fibres connexes, d'algèbre de Lie $B\Omega_{X/S}^i$.

545, -1 : $W_\bullet \Omega_k^i$ au lieu de $W_\bullet \Omega_X^i$.

579 : la démonstration de 3.21 est incorrecte, voir ([L. Illusie et M. Raynaud, *Les suites spectrales associées au complexe de de Rham-Witt*, Pub. Math. IHES 57, 73-212], II 1.3) pour un argument corrigé.

585 : au second membre de (4.6.2), lire $W\Omega_X^\bullet$ au lieu de Ω_X^\bullet .

586, Th. 4.8 : Pour $X = \text{Spec}(A)$ comme dans la preuve de 4.8, Gabber sait montrer² que l'on a, en fait, $T = N_0$, où N_0 est l'idéal différentiel gradué de Ω_{WA}^\bullet formé des éléments annulés par une puissance de \underline{F} . Voici son argument. Soit A_{perf} le perfectisé de A défini par la limite inductive du système inductif $(A_i = A)_{i \in \mathbf{N}}$, de flèches de transition $F : A \rightarrow A$, et soit P la limite inductive du système inductif $(WA_i = WA)_{i \in \mathbf{N}}$, de flèches de transition $F : WA \rightarrow WA$. L'anneau P est sans p -torsion. L'homomorphisme $\rho : P \rightarrow A_{\text{perf}}$ déduit de la projection canonique $WA \rightarrow A$ est surjectif, et son noyau est $\varinjlim_F VWA$. Comme $FVWA = pWA$, on a $\varinjlim_F (VWA/pWA) = 0$, donc ρ induit un isomorphisme

$$P/pP \xrightarrow{\sim} A_{\text{perf}}.$$

Comme P est parfait, on a $L_{P/\mathbf{F}_p} = 0$ ([O. Gabber and L. Ramero, *Almost Ring Theory*, Lecture Notes in Mathematics, vol.1800, Springer, Berlin, 2003], 6.5.13 (i)). Comme $L_{P/\mathbf{Z}} \otimes^L \mathbf{Z}/p\mathbf{Z} = L_{A_{\text{perf}}/\mathbf{F}_p}$, la multiplication par p sur $H^n(L_{P/\mathbf{Z}})$ est bijective pour tout $n \in \mathbf{Z}$, en particulier, bijective sur $\Omega_{P/\mathbf{Z}}^1$, donc sur $\Omega_{P/\mathbf{Z}}^i (= \varinjlim_F \Omega_{WA/\mathbf{Z}}^i)$ pour tout $i > 0$. Donc (omettant le $/\mathbf{Z}$ pour abrégé), on a, pour tout $i > 0$,

$$\Omega_{WA}^i[\underline{F}^{-1}] = \varinjlim_F \Omega_{WA}^i = \Omega_{WA}^i[\underline{F}^{-1}, p^{-1}] = \Omega_{WA}^i[p^{-1}]$$

puisque \underline{F} est bijectif sur $\Omega_{WA}^i[p^{-1}]$, et donc $T = N_0$.

627, 5 : (5.1.1) au lieu de (5.1.2).

632, 9 : “satisfaites” au lieu de “satisfaisantes”.

654, 7.3.1.(d) : dans le membre de gauche de la formule, lire $\text{Pic}_{X/k}^\tau$ au lieu de $\text{Pic}_{X/k}$.

²(courriel du 26.4.18)