Rapport sur le séjour en Inde

Mladen Dimitrov

J'ai participé avec Stéphane Fischler et Alexandru Oancea au premier échange d'élèves entre l'École Normale Supérieure, Paris et le Chennai Mathematical Institute (CMI), Inde qui a eu lieu du 22 juillet 2000 au 11 septembre 2000.

1 Organisation

Nous avons commencé à préparer ce voyage dès que nous étions selectionnés en décembre 1999. Nous avons reservé tôt des billets d'avion et ainsi diminué le coût du voyage. Nous avons également pris contact avec différentes personnes en Inde pour organiser non seulement notre séjour au CMI, mais aussi nos visites dans les autres Instituts et Universités (voir la section Contacts du compte rendu de Stéphane). Je tiens à dire ici que sans l'excellente entente et la bonne communication entre nous trois (plus de 200 emails échangés en 6 mois) nous n'aurions jamais préparé notre voyage si bien.

2 Enseignement

Malgré la grande préparation pour ce voyage, une fois sur place j'ai dû réadapter les cours que j'ai enseignés au niveau des étudiants et aux exigences académiques qu'ils avaient. En effet les étudiants en deuxième et troisième année du CMI avait un excellent niveau en mathématiques pour leur âge, ce qui m'a permis d'enseigner les deux cours suivants :

• Algèbre III - ce cours était destiné aux étudiants de deuxième année et couvrait les chapitres Anneaux et Factorisation du livre *Algebra* de Michael Artin. J'ai enseigné ce cours pendant 5 semaines (2 cours de 1h30 et une séance d'exercices de 1h30 par semaine). Ce cours faisait partie de leur cursus de base et était continué par Prof. Nagarajan, qui devrait finir le chapitre sur la Factorisation, ainsi qu'introduire les Modules.

• Représentations Galoisiennes - ce cours en plus du cursus de base (non credit course) était destiné aux étudiants de troisième année. C'était un projet assez ambitieux, car la théorie algébrique des nombres est généralement enseignée au niveau de la maîtrise. Cependant les étudiants étaient très coopératifs ce qui a permis de faire beaucoup de choses. Voici le contenu de ce cours qui a duré 5 séances de 1h30 plus trois séances d'exercices :

1) Théorie de Galois pour les extensions infinies (d'apres *Class Field Theory* de Neukirch).

2) Anneaux de valuation discrète et anneaux de Dedekind. Extensions de corps de nombres, décomposition des idéaux premiers, élément de Frobenius. Énoncé de la loi de réciprocité d'Artin. (d'après *Corps Locaux* de J.-P. Serre).

3) Étude des extensions cyclotomiques des nombres rationnels. Théorème de Kronecker-Weber (d'après *Cyclotomic Fields* de Washington).

4) Généralités sur les représentations galoisiennes ℓ-adiques. Énoncé du théorème de Cebotarev. Le caractère cyclotomique. Exemples de représentations galoisiennes de dimension 2. (d'après *Représentations ℓ-adiques* de J.-P. Serre).

3 Exposés

Lors de mes visites en Inde j'ai donné quatre exposés différents:

• Université de Pondichéry : Classical problems leading to modern algebraic number theory.

• Indian Statistical Institute, Bangalore: Wonders of Numbers.

• Institute of Mathematical Sciences, Chennai : Introduction to the theory of Hilbert Modular Forms.

• TIFR, Mumbai : Residual images of Galois representations associated to Hilbert Modular Forms and torsion in localised cohomological modules.

Les deux premiers exposés était adressés aux étudiants en maîtrise et DEA de l'Université et par conséquent ne supposaient presque aucun background. Le troisième était fait devant un public de chercheurs non-spécialistes du domaine, alors que le quatrième était destiné à des spécialistes.

4 Travail de Recherche

Le séjour en Inde a été très propice aussi pour mes travaux de recherche personnelle. J'ai discuté avec beaucoup de thésards et chercheurs et tout particulièrement avec E. Ghate et Khare du TIFR, Mumbai, qui travaillent sur des problèmes très proches des miens.

5 Conditions de travail

Dans tous les Instituts de recherche que nous avons visités, nous avions d'excellentes conditions de travail : salle d'informatique, accès à de très bonnes bibliotèques et bureau personnel. Ceci nous a permis, d'une part de préparer encore mieux nos cours et exposés et de rencontrer les élèves qui y ont assisté, et d'autre part de discuter souvent avec les chercheurs sur nos et leurs sujets de recherche et faire avancer nos thèses.

6 Côté Pratique

Nous étions accueillis avec une extrême gentillesse par le CMI, qui s'est occupé du côté pratique de notre séjour jusqu'au moindre détail. Se référer au compte rendu de Alexandru pour plus de détails : pendant notre voyage, nous étions presque toujours tous les trois ensemble !