Rapport sur l'échange avec le Chennai Mathematical Institute

Benoît Daniel

Du 22 juillet au 15 septembre 2002, j'ai participé avec Sébastien Gouëzel à l'échange entre l'École normale supérieure et le Chennai Mathematical Institute[1] (CMI) de Chennai (anciennement Madras) en Inde.

1 Déroulement du séjour

1.1 Chennai (23 juillet - 6 septembre)

Le séjour à Chennai constitue la partie principale de l'échange. Le CMI est un institut de recherche et d'enseignement supérieur en mathématiques créé il y a une dizaine d'années. Les promotions sont réduites et les élèves sont sélectionnés. Nous disposions d'une bureau climatisé au CMI avec un bon équipement informatique. Nous avions également accès à la bibliothèque.

J'ai donné au CMI un cours intitulé « Differential Geometry of Curves and Surfaces » (9 séances de 75 minutes). Ce cours sera poursuivi par le professeur C. S. Aravinda du CMI. Il s'adressait aux élèves des niveaux BSc III (niveau licence / maîtrise) et MSc (graduate). L'effectif était d'une douzaine d'élèves en moyenne. Les étudiants étaient motivés et d'un niveau élevé, ce qui m'a permis d'avancer à un rythme soutenu.

Voici le plan de ce cours.

- Curves
  - Definitions and basic properties
  - The local theory of curves parametrized by arc length
  - The local canonical form
  - Regular curves
- Regular surfaces
  - Regular surfaces, inverse images of regular values
  - Change of parameters, differentiable functions on surfaces
  - The tangent plane, the differential of a map
  - Orientation of surfaces
  - The first fundamental form, area
- The Gauss map
  - Definition and fundamental properties
  - The Gauss map in local coordinates
  - Variation of area, minimal surfaces
- The intrinsic geometry of surfaces
  - Isometries, conformal maps
  - The Gauss theorem and equations of compatibility
  - Parallel transport, geodesics
  - The exponential map

Référence : M. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice-Hall, Inc., Englewoods Cliffs, New Jersey, 1996.

[1] www.cmi.ac.in

1.2 Pondichéry (25 juillet - 31 juillet)

J'ai fait un exposé à l'Université de Pondichéry, intitulé « Minimal Surfaces ». L'auditoire était composé d'élèves de premier cycle universitaire et de quelques professeurs. Dans cet exposé j'ai d'abord rappelé quelques définitions et propriétés fondamentales des surfaces dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$, puis j'ai présenté une introduction à la théorie des surfaces minimales dans $\mathbb{R}^3$ (minimisation de l'aire, surface conjuguée, problème de Plateau, un exemple : construction de la surface de Scherk).

1.3 Bangalore (15 août - 19 août)

J'ai fait un exposé à l'Indian Statitistical Institute[2] (ISI) de Bangalore, intitulé « Bryant Surfaces » (cet institut regroupe en fait des chercheurs dans diverses branches des mathématiques, et non uniquement en statistiques). Cet exposé avait pour but de présenter le thème sur lequel porte ma thèse. L'auditoire était composé de chercheurs. Dans cet exposé j'ai d'abord rappelé quelques faits sur les surfaces minimales dans $\mathbb{R}^3$ (données de Weierstrass, surface conjuguée, principes de réflexion de Schwarz, etc.), puis j'ai présenté quelques propriétés des surfaces de Bryant (surfaces de courbure moyenne 1 dans l'espace hyperbolique $\mathbb{H}^3$) et en particulier leurs relations avec les surfaces minimales de $\mathbb{R}^3$ (surface cousine d'une surface minimale de $\mathbb{R}^3$, représentation de Bryant, exemple des cousins de caténoïdes, surfaces de Bryant de courbure totale finie).

J'ai également fait un exposé similaire au Tata Institute of Fundamental Research[3] (TIFR) de Bangalore. L'auditoire était composé de chercheurs et de quelques étudiants en thèse.

1.4 Mumbai (7 septembre - 14 septembre)

Nous disposions d'un bureau climatisé et d'un ordinateur au Tata Institute of Fundamental Research[4] (TIFR) de Mumbai (anciennement Bombay). Je n'ai pas pu faire d'exposé comme prévu pour des raisons logistiques, en raison d'un colloque de Systèmes dynamiques qui se déroulait au TIFR pendant notre séjour.

2 Aspects matériels

J'ai reçu pour mes cours au CMI la somme de 13800 roupies, soit environ 300 euros (1 euro vaut environ 47 roupies). Cette somme permet de vivre confortablement et couvre notamment les frais de nourriture et de déplacement. À Chennai, nous étions logés gratuitement dans un appartement de la « guesthouse » de l'Institute of Mathematical Sciences[5] (IMSc). Pour nous déplacer entre l'IMSc et le CMI, nous utilisions généralement la navette du CMI, ou un « autorickshaw » (taxi bon marché). C'est également cette navette qui est venue nous chercher à notre arrivée à l'aéroport de Chennai et qui nous à amenés à la gare pour notre départ à Mumbai. Le secrétaire du CMI, S. Sripathy, et le professeur K. R. Nagarajan ont tout fait pour que notre séjour au CMI se déroule dans les meilleures conditions.

J'ai reçu pour mon exposé à l'Université de Pondichéry la somme de 800 roupies. Nous étions logés à l'Institut français.

J'ai reçu pour mon exposé à l'ISI de Bangalore la somme de 300 roupies, et pour mon exposé au TIFR de Bangalore la somme de 500 roupies. Nous étions logés à la « guesthouse » du TIFR.

Enfin, j'ai reçu pour mon séjour au TIFR de Mumbai la somme de 1000 roupies. Nous étions logés à la « guesthouse » du TIFR. Une navette du TIFR est venue nous chercher à notre arrivée à la gare et nous a amenés à l'aéroport pour notre départ.

À Pondichéry, à Bangalore et à Mumbai, les sommes reçues étaient supérieures au prix du logement.

Nous avons fait les déplacements entre les différentes villes d'Inde en train. Les billets d'avion (820 euros) ont été remboursés par le MMFAI.

[2] www.isibang.ac.in
[3] www.tifrbng.res.in
[4] www.tifr.res.in
[5] www.imsc.ernet.in

3 Conclusion

Ce séjour en Inde a été pour moi une expérience très réussie, tant du point de vue culturel que du point de vue mathématique. Le cours que j'ai donné au CMI était ma première tâche d'enseignement (excepté les colles en classes préparatoires). Ce fut un travail d'autant plus intéressant que les élèves étaient d'un niveau élevé, et ce fut également l'occasion pour moi d'approfondir certains points et de me poser de nouvelles questions. Cela s'avèrera donc utile pour mon travail de thèse.

Les exposés que j'ai donnés dans les différents instituts ont été pour moi l'occasion de présenter en anglais mon travail de recherche. De telles occasions ne sont pas si fréquentes, et cela m'a donc permis de m'entraîner sur ce point.

Nous avons par ailleurs étés accueillis partout chaleureusement et en particulier par le professeur V. Indumathi à Pondichéry.