Compte-rendu de l'échange entre le CMI et l'ENS

S. Gouëzel

9 décembre 2002

1 Introduction

J'ai participé durant l'été 2002 à un échange organisé depuis maintenant 3 ans entre l'ENS et le CMI (Chennai Mathematical Institute) : deux élèves de l'ENS sont partis en janvier-février 2002, puis 3 élèves indiens sont venus en France au printemps – l'un d'entre eux a d'ailleurs réussi le concours et est maintenant à l'ENS –, puis nous sommes partis en Inde, Benoît Daniel et moi-même, du 22 juillet au 15 septembre. Nous avons passé la majeure partie de notre temps à Chennai, mais nous avons aussi visité d'autres universités, à Pondichéry, Bangalore et Mumbai.

2 Déroulement

Nous sommes arrivés en avion à Chennai le 23 juillet mais, comme les cours ne commençaient que début août, nous sommes partis une semaine à Pondichéry.

2.1 Pondichéry

Nous sommes allés en bus de Chennai à Pondichéry, où nous avons été accueillis par V. Indumathi, qui s'est chargée extrêmement gentiment de l'organisation de notre séjour, et de nous renseigner sur l'Inde, de nous expliquer ce que nous devions absolument faire durant le reste de notre voyage. Nous étions logés à l'institut français, dans le quartier français au bord de la mer. Nous n'avons malheureusement pas pu rencontrer le professeur Ramaswamy, qui est habituellement un des interlocuteurs des normaliens à Pondichéry, mais qui était absent à ce moment-là.

J'ai donné à l'université de Pondichéry un exposé d'introduction à la théorie ergodique, auquel ont assisté une vingtaine d'étudiants de licence, et quelques professeurs. Après avoir expliqué certains résultats de probabilités comme la loi forte des grands nombres ou le théorème central limite, j'ai montré comment ces résultats pouvaient être généralisés à des systèmes déterministes. Même si le niveau des étudiants n'était pas très élevé, ils n'hésitaient pas à poser des questions, et j'ai trouvé que faire cet exposé était vraiment intéressant à faire (ne serait-ce que parce qu'il était en anglais !)

Pensant que ces exposés apportent beaucoup aux élèves qui sont habitués uniquement à des cours magistraux, V. Indumathi serait intéressée par un allongement du séjour des normaliens à Pondichéry, pour qu'ils puissent faire une série d'exposés suivie. Cela serait facilité par la construction prochaine d'un guesthouse à proximité de l'université.

2.2 Chennai

La majeure partie de notre séjour s'est déroulée à Chennai (anciennement Madras). Nous étions logés dans la guesthouse de l'Institute of Mathematical Sciences (IMSc), et nous donnions nos cours en centre-ville, au CMI. Nous nous y rendions soit en utilisant une voiture du CMI, qui passe prendre plusieurs chercheurs le matin, soit en rickshaw (petits taxis à trois roues).

Au CMI, nous disposions de bureaux climatisés, d'une installation informatique très performante, et tout le monde a été très accueillant, en particulier le secrétaire du CMI, S. Sripathy. Nous avons rencontré entre autres K. R. Nagarajan et C.S. Seshadri. La majorité des chercheurs sont malheureusement des algébristes, si bien que nous n'avons pas pu avoir beaucoup de contacts mathématiques avec eux.

Nous donnions généralement nos cours entre le mardi et le jeudi, avec des modifications ponctuelles en fonction des disponibilités des étudiants, ce qui nous laissait de longs week-ends pour visiter d'autres endroits.

2.3 Bangalore

Nous avons passé 5 jours à Bangalore, profitant du jeudi 15 août qui est la fête nationale indienne (ils célèbrent l'indépendance), si bien que nous n'avions pas de cours à donner à Chennai. Nous étions logés au TIFR (Tata Institute of Fundamental Research), où nous avons été accueillis par Mythily Ramaswamy, et où nous avons chacun donné un exposé.

Dans le mien, j'ai expliqué comment prouver le théorème central limite dans un cadre déterministe par des méthodes spectrales. Cet exposé s'adressait à des chercheurs. J'ai donné également le même exposé à l'ISI (Indian Statistical Institute) où nous avons été invités par Jishnu Biswas.

2.4 Mumbai

Le 6 septembre, nous sommes partis en train vers Mumbai, où D.B. Sawant, le secrétaire du TIFR, avait envoyé une voiture et nous avait organisé notre logement.

Notre séjour a coïncidé avec la première semaine d'une école d'été organisée par le CIMPA, dont le thème "Probability measures on groups" était proche de mon thème de recherche. Ainsi, j'ai pu assister aux cours et aux exposés, et nouer des contacts intéressants. Dans le cadre de cette école d'été, j'ai fait un exposé où j'ai expliqué les résultats que j'ai obtenus en première année de thèse, ce qui a amené des questions et des suggestions qui m'ouvrent de nouvelles perspectives.

Malheureusement, le thème de cette école était assez éloigné du thème de recherche de Benoît, si bien qu'il n'a pas pu faire d'exposé à Bombay.

3 Contenu de mon cours

J'ai donné à Chennai un cours d'introduction aux systèmes dynamiques. J'avais commencé à le préparer en France mais j'ai dû modifier le programme que j'avais prévu : mon cours a été continué par Shiva Shankar, sur la dynamique hamiltonienne, si bien que, à sa demande, j'ai ajouté la définition de variétés, fibrés tangents, et l'étude des champs de vecteurs, pour qu'il puisse ensuite arriver plus rapidement à la notion de forme symplectique.

Pour faire ce cours, je me suis appuyé essentiellement sur le livre "Introduction to the modern theory of dynamical systems" de Katok et Hasselblatt, et sur des notes de cours que j'avais emportées (la bibliothèque du CMI est très bien fournie en algèbre et géométrie algébrique, mais il y a peu d'ouvrages sur les autres domaines des mathématiques).

Le nombre d'élèves a varié entre 4 et 6, et ils m'ont semblé intéressés. Ils n'hésitaient pas à poser des questions, souvent pertinentes, quand quoi que ce soit n'était pas clair.

Contenu du cours :

1. Définition générale d'un système dynamique
2. Notions de base de dynamique topologique, avec nombreux exemples (sous-shifts de type fini, homéomorphismes du cercle...)
3. Systèmes dynamiques en temps continu : flots sur une variété (définition de variété, de fibré tangent)
4. Entropie topologique
5. Dynamique mesurable
6. Théorème de récurrence de Poincaré, théorème ergodique de Birkhoff

4 Conditions financières

Le voyage aller-retour en avion était pris en charge par l'ENS, et coûtait 820 euros, sur Delta Airlines (ce qui semble *a priori* une compagnie surprenante pour faire Paris-Bombay en vol direct, mais elle était nettement moins chère que toutes les autres compagnies !)

Sur place, le CMI nous aversé à peu près à la mi-séjour 13800 roupies à chacun (environ 300 euros), ce qui est vraiment beaucoup pour l'Inde, et nous a largement permis de subvenir à nos besoins, d'autant plus que le logement à l'IMSc était offert. De plus, chaque exposé dans les autres universités était payé (800 roupies à Pondichéry, respectivement 300 et 500 à Bangalore, et 1000 à Bombay), ce qui couvrait approximativement les frais de transport et de logement pour les week-ends correspondants.

En fait, nous avions presque trop d'argent à la fin du séjour alors que nous en manquions un peu au début ! Cela peut peut-être être évité en demandant au CMI s'il est possible de toucher une avance plus tôt.

5 Conclusion

Je garde un excellent souvenir de ce voyage, tant du point de vue du dépaysement et de la découverte d'un autre mode de vie, que de l'apport mathématique. Je souhaite que cet échange continue aussi longtemps que possible, et j'espère que les futurs participants l'apprécieront autant que j'ai pu l'apprécier personnellement.