Rapport sur l'échange entre le CMI et l'ENS

Julien Marché

30 décembre 2001 - 20 février 2002

1 Introduction

Pour la troisième année a eu lieu un échange entre le Chennai Mathematical Institute (CMI) et l'Ecole Normale Supérieure (ENS). Cette année, l'effectif des élèves partant en Inde a été partagé en deux fois deux élèves pour permettre au CMI de mieux organiser l'enseignement. Je suis donc parti cet hiver avec Maxime Hauray pour un séjour de 7 semaines et demie dont les 6 premières au CMI et les dix derniers jours au Tata Institute of Fundamental Research (TIFR) de Mumbai.

Ce séjour s'est déroulé dans de très agréables conditions, tant grâce à l'organisation bien rodée de l'échange que grâce à la gentillesse des responsables des instituts indiens.

2 Déroulement

2.1 Chennai

La majeure partie de notre séjour s'est donc déroulée à Chennai (anciennement Madras). Nous étions logés à l'Institute of Mathematical Sciences (IMSc): cet institut est situé à 40 minutes environ du CMI. Nous effectuions tous les jours le trajet soit en auto-rickshaw, soit grâce à une navette spéciale. Nous avions à l'IMSc tout ce qu'il faut pour un agréable séjour: la présence de nombreux étudiants en mathématiques et physique, un restaurant, un compte informatique, et l'accès à une bibliothèque scientifique très fournie. Le professeur Balasubramanian, directeur de l'institut, a beaucoup contribué à rendre notre séjour confortable.

Le CMI quant à lui se trouve plus au centre de la ville. Nous avions de même tout le confort nécéssaire: un bureau climatisé, l'accès aux ordinateurs et à la bibliothèque. Comme nous n'étions que deux élèves, nous avons pu placer nos cours le mardi et le jeudi, ce qui nous a donné une grande liberté dans nos déplacements. Monsieur Sripathy nous a plus qu'aidé à organiser notre séjour: il devançait même nos demandes, réservant les billets de train, confirmant les billets d'avion, toujours avec beaucoup de gentillesse.

Les cours en eux-mêmes ont été pour moi une expérience très enrichissante. Le professeur Nagarajan m'a donné de nombreuses explications sur le déroulement de mon cours d'introduction à la topologie algébrique. Ce cours était optionnel ce qui permet de justifier sa faible audience (2 élèves en moyenne) mais le niveau

des élèves faisait que je pouvais aller très vite. C'était quelque fois difficile mais toujours très motivant (voir plus loin pour un résumé précis du cours).

2.2 Pondichéry (4 janvier - 9 janvier)

Notre séjour à Pondichéry a été essentiellement organisé par le Pr. Indumathi que nous avions rencontrée en décembre à Paris. Nous avons effectué le trajet en bus, et logé au French Institute dans une chambre très confortable, située qui plus est au centre de la vieille ville de Pondichéry. Nous sommes allés en bus à l'université de Pondichéry et donné chacun deux exposés. Les nombreux élèves et professeurs présents se sont montrés très intéressés.

Le week-end, nous avons visité la ville et les alentours en compagnie de deux étudiants : ce fut l'occasion d'échanges culturels intéressants.

2.3 Bangalore (25 janvier - 29 janvier)

Nous avions des contacts avec deux instituts: Jishnu Biswas pour l'Indian Statistical Institute (ISI) et le Pr. Vanninathan pour le Tata Insitute of Fundamental Research (TIFR). Nous avions des chambres disponibles gratuitement dans les deux instituts, et nous avons donné un exposé dans chacun. Ce voyage nous a permis de rencontrer de nombreux mathématiciens, dont le Pr. Pathi. S'ils ne travaillent pas dans le même domaine que moi, ils ont montré beaucoup d'intérêt à suivre mes exposés, et j'ai pu parler avec eux des relations entre ces différents domaines.

2.4 Mumbai (10 février - 20 février)

Mr Sawant s'est chargé d'organiser pour nous cette fin de voyage: venant nous chercher à l'aéroport, réservant les chambres et nous indiquant les mathématiciens à contacter. Nous avons passé ici une semaine très agréable, dans les locaux confortables et biens situés du TIFR de Bombay. Puis nous avons donné chacun un exposé, et rencontré entre autres Eknath Ghate.

3 Activités mathématiques

3.1 Cours de Topologie algébrique

Le cours que j'ai donné a été une expérience très motivante, malgré le petit nombre d'auditeurs. J'avais préparé la moitié de ce cours avant mon arrivée en Inde, mais le professeur Nagarajan m'a conseillé d'aller très vite, ce que j'ai fait: j'ai dû alors compléter au fur et à mesure. Ceci n'a pas toujours été facile (aucun livre ne couvrait exactement les besoins de mon cours) mais a fait justement l'intérêt mathématique de ce cours. Cela m'a permis en outre de me sentir finalement presque à l'aise en anglais mathématique, grâce à la patience de mes étudiants. Voici un plan du cours que j'ai donné (d'un volume de 10 cours de 1h30 et parfois plus):

1. Homologie simpliciale

   - Définition des complexes simpliciaux, exemples.
   - Définition de l'homologie simpliciale.
   - Calcul de l'homologie des sphères.

2. Homologie singulière

   - Définition, fonctorialité.
   - Étude de la 0ième et 1ère homologie : the théorème d'Hurewitz.
   - Homologie d'une paire, suites exactes longues.
   - Cross produit et invariance par homotopie.
   - Subdivision et excision.
   - Axiomes d'une théorie homologique.

3. Applications de l'homologie singulière et extensions.

   - Applications classiques : invariance de la dimension, théorème de Brouwer.
   - Applications plus fines : homologie des espaces projectifs, théorème du sandwich.
   - Isomorphisme entre l'homologie singulière et l'homologie simpliciale d'un complexe simplicial.

4. Cohomologie de De Rham.

   - Définition des formes extérieures et de la différentielle.
   - Théorème de De Rham : isomorphisme entre la cohomologie de De Rham et la cohomologie singulière.
   - Applications: classe fondamentale d'une variété, dual de Poincaré d'une sous-variété, et forme d'intersection.

3.2 Exposés

J'ai donné deux exposés:

- Le premier du niveau licence que j'ai donné uniquement à l'université de Pondichéry (en deux séances). Le titre était "Présentation des variétés de dimension 3 par chirurgie". J'ai passé le premier exposé à définir les variétés, et à donner des exemples en dimension 1, 2, et 3. Le deuxième exposé m'a permis d'expliquer la technique de chirurgie, de donner les résultats fondamentaux et des présentations relatives aux exemples précédents.

- Le deuxième d'un niveau plus avancé que j'ai donné au TIFR de Bangalore, à celui de Bombay, et à l'ISI de Bangalore. J'ai beaucoup adapté le rythme de l'exposé au niveau de compréhension que je sentais chez les auditeurs. J'ai pu dire par exemple deux fois plus de choses à l'ISI qu'au TIFR de Bangalore, car les uns sont essentiellement des géomètres/algébristes, et les autres des analystes. L'exposé avait pour titre: "Invariants de type fini des nœuds et algèbres de Lie". Une première partie présentait la théorie des invariants de type fini avec l'énoncé du théorème de Kontsevitch. La deuxième expliquait comment construire de tels invariants avec des algèbres de Lie, et les conséquences de cette construction.

4 Aspects financiers

Les billets d'avion Paris-Chennai via Delhi, Chennai-Mumbai et Mumbai-Paris ont été payés par le magistère de mathématiques et d'informatique de l'ENS. Le reste des frais a été couvert essentiellement par le CMI qui nous a payés pour nos cours (10500 roupies chacun). Ceci représente une somme assez énorme: il faut entre 6 et 7 roupies pour un franc, mais le prix réel est tel que la roupie équivaut au franc. On peut juste regretter que cette somme ne nous ait été donnée qu'au milieu de notre séjour, ayant "besoin" d'argent avant et en ayant "trop" après...

Le logement à l'IMSc a été payé directement par le CMI; à Bangalore, chaque institut nous a pris en charge. De plus, nous avons été payés (500 roupies et 300 roupies chacun) pour nos conférences au TIFR et à l'ISI. A Pondichéry, nous avons été payés (800 roupies) pour nos exposés, ce qui a couvert exactement le prix de la chambre. De même, à Bombay, nous avons reçu 1050 roupies pour payer la guest house.

L'argent du CMI a donc servi à payer tous les frais comme les billets de train pour Bangalore (350 roupies), les repas à l'IMSc (700 roupies) et les trajets en auto-rickshaws.

5 Conclusion

Cet échange est une réussite: il est bien organisé et bien rodé. Les membres des intituts dont j'ai parlé ci-dessus savent tous qui nous sommes et sont envers nous très attentionnés et curieux. C'est pourtant nous qui marquons le plus de curiosité à la découverte d'un pays fascinant que cet échange nous a permis de découvrir dans les meilleures conditions possibles!