

Feuille TD 3

exo 1,

1) Si on note (X) le système, alors

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Donc } (X) \Leftrightarrow AX = B.$$

2) La matrice augmentée est

$$M = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 8 \end{array} \right)$$

$$3) M \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & -3 & 2 & -6 \end{array} \right)$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \quad \nearrow$
échelonnée

Donc donc

$$\text{et } \begin{cases} -3x_2 = -6 - 2x_2 \\ x_1 = -2x_2 + x_3 - 7 \end{cases}$$

$$\text{donc, } (X) \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 + \frac{2}{3}x_3 \\ x_1 = 3 - \frac{1}{3}x_3 \end{cases} \quad \text{et } x_3 \text{ est quelconque.}$$

exa 3 matrice M_5 resolue du sys associé:

On applique l'algo du pivot de Gauss :

$$M_5 = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & -2 & -1 & -4 \end{array} \right)$$

$$M_5 \xrightarrow{\substack{L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 5L_1}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 8 & 7 \\ 0 & -6 & -2 & -16 & -14 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

échelonnée et sys compatible

Donc le sys équivaut à :

$$\begin{cases} 3x_2 = -x_3 - 8x_4 + 7 \\ x_1 = -x_2 - 3x_4 + 2 \end{cases}$$

$$(S) \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_2 = \frac{7}{3} - \frac{1}{3}x_3 - \frac{8}{3}x_4 \end{cases}$$

x_3, x_4 quelconques.

je ne dit rien pas,
il y a plusieurs étages

ex 4 on écrit le matrice augmentée
associée au système:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 2 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 7 & -5 \end{array} \right)$$

$\leftarrow$ $L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2$
 $L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1$

par L_4

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & -8 & 7 & -9 \end{array} \right)$$

$\leftarrow$ $L_4 \leftarrow L_4 + 4L_3$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 15 \end{array} \right)$$

Donc le sys équivalent $\tilde{A}$:

$$\begin{cases} x_4 = -3 \\ x_3 = -\frac{3}{2} \\ x_2 = -1 \\ x_1 = -4 \end{cases}$$

ex 5: 1) $M_t = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 5 & t \\ -3 & -15 & 10 \end{array} \right) \quad t \in \mathbb{R}$

$$M_t \longleftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 5 & t \\ 0 & 0 & 10+3t \end{array} \right)$$

$L_2 \leftarrow L_2 + 3L_1$

sys compatible ssi $t = -\frac{10}{3}$

As ce cas $x_1 = t - 5x_2 = -\frac{10}{3} - 5x_2$

x_2 quelconque.

(Si $t \neq -\frac{10}{3}$ pas de solut°).

2) Faire de m.

ex 6: On écrit la matrice augmentée associée au sys.

$$A_t = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -t & 2 \end{array} \right) \text{ On applique l'alge de Gauss.}$$

$$A_t \longleftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -t-6 & 0 \end{array} \right)$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$

Si $-t-6 \neq 0$ i.e. si $t \neq -6$, alors
 $x_2 = 0$ et $x_1 = 1$: une unique solut°

Si $t = -6$, dans u_2 quelque et

$$u_1 = 1 - 3u_2 : \text{infinité de solutions}$$